



Compendiare in una sola frase ciò che differenzia E.I. da tutte le altre enciclopedie non è facile. Anche perchè non esistono opere che possano servire da paragone: non ne sono mai state fatte.

A parte ciò, per parlare di E.I., per capire perchè si tratti di un'opera diversa, dobbiamo prima intenderci sul termine enciclopedia.

Di solito, un'enciclopedia consiste in un cumulo di nozioni che compendiano le esperienze avvenute nel passato nei vari campi dello scibile umano.

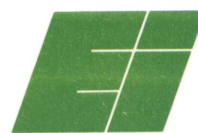
E.I., invece, sarà per buona parte la sintesi di quanto ci attende nel futuro.

Non è, quindi, l'opera adatta a chi cerca un "monumento" alla scienza. Bensì si indirizza a chi vuole vivere da protagonista i cambiamenti che l'elettronica e l'informatica stanno rapidamente introducendo, giorno dopo giorno, nel nostro modo di esistere e di pensare.

Proprio per adeguarsi allo stile e alla personalità di questo tipo di lettore E.I. è stata pensata e realizzata come un'opera viva e dinamica, uno strumento indispensabile di conoscenza e di lavoro. Non per niente nasce dall'incredibile know-how della Texas Instruments, l'industria che, forse più di ogni altra, ha innovato con le sue scoperte il mondo dell'informatica.

È infatti in collaborazione con il suo Learning Center (l'Organizzazione Texas Instruments specializzata in documentazione e addestramento avanzato) che il Gruppo Editoriale Jackson - la Casa Editrice leader in Italia nel settore dell'elettronica e dell'informatica - ha impostato questo grande e unico progetto editoriale, dando forma a un tesoro di conoscenze tecnologiche capace di aprirti le porte del micro-millennio.

Ma, al di là delle parole, è nei fatti che E.I. va giudicata e leggendola ti convincerai che si tratta davvero di un'opera diversa, di un'enciclopedia che affonda le sue radici nel futuro. Nel tuo futuro.



**ENCICLOPEDIA
DI ELETTRONICA
& INFORMATICA**

Elettrotecnica



GRUPPO EDITORIALE JACKSON

in collaborazione con il Learning Center

**TEXAS
INSTRUMENTS**



Direttore Responsabile

Giampietro Zanga

Direttore e Coordinatore editoriale

Roberto Pancaldi

Redazione

Ignazio Orlando, Dino Pellizzaro, Giuseppe Giuliano

Comitato Tecnico-Scientifico

Maurizio Calvi, Fulvio Caputi, Ruben Castelfranchi, Daniele Comboni, Piero Dell'Orco, Mauro Marcucci, Sergio Mello-Grand, Mario Russo, Giuseppe Savarese, Gianni Giaccaglini, Sergio Zannoli

Supporto Editoriale e Iconografico

Learning Center Texas Instruments

Segretaria di Redazione

Renata Rossi

Progetto Grafico

Enrico Paoletti - Studio Team 3

Grafica e Impaginazione

Marta Menegardo



Gruppo Editoriale Jackson

Direzione Editoriale

Giampietro Zanga e Paolo Reina

**Si ringraziano le seguenti aziende per la collaborazione
alla realizzazione dell'opera:**

*Calcomp • Celdis • Comprel • Data General • Datel Intersil • Fairchild • GBC
Italiana • GenRad • Honeywell • IBM • Iret • ITT • Marconi • Mostek • Motorola
• National Semiconductor • NEC • Neohm • Olivetti • Philips • Rank Xerox •
Saico • SGS • Siemens • Tektronix • Telefunken • Telemecanique • Sperry-
Univac • Univac • Unahom • Veglia Borletti.*

Foto illustrazioni e disegni, salvo diversa specificazione, sono tratti dall'archivio Texas Instruments, e restano di proprietà Texas Instruments.

Indice Elettrotecnica

Costituzione della materia	1
Corrente tensione resistenza	2
Il circuito elettrico	3
Legge di Ohm	4
Collegamenti nei circuiti	5
Lavoro, Potenza, Rendimento	6
Il campo elettrico	7
Metodi risolutivi	8
Il condensatore	9
Collegamenti di condensatori	10
Magnetismo - elettromagnetismo	11
Le grandezze del campo magnetico	12
Caratteristiche di magnetizzazione	13
Il circuito magnetico	14
Azioni meccaniche tra campi magnetici e correnti	15
L'induzione elettromagnetica	16
f.e.m. indotte nei conduttori in movimento	17
Trasformazione di energia meccanica in energia elettrica	18
Autoinduzione e mutua induzione	19
Il motore a corrente continua	20
Bobina e fenomeni transitori	21
Calcolo e tipi di bobine	22
Diagrammi - Elementi di Trigonometria - Vettori	23
Grandezze alternate sinusoidali	24
Circuito puramente induttivo o capacitivo	25
Circuito puramente ohmico	26
Circuiti reali	27
Circuiti in corrente alternata con collegamenti in serie	28
Circuiti in corrente alternata con collegamenti in parallelo	29
Risonanza - circuiti oscillanti	30
Potenza attiva e reattiva	31
Metodi risolutivi dei circuiti in corrente alternata	32
Potenza apparente - Teorema di Boucherot	33
Rifasamento	34
Fenomeni tipici della corrente alternata	35
Sistemi trifase e collegamenti	36
Tensioni e correnti nei sistemi trifase	37
Potenze nei sistemi trifase	38
Rifasamento degli impianti trifase	39
Materiali impiegati in elettrotecnica	40
Trasformatori: classificazioni e campi di impiego	41
Funzionamento del trasformatore	42
Trasformatori trifase: rendimento	43
Aspetti costruttivi - guasti nei trasformatori	44
Caratteristiche dei motori asincroni	45
Motori asincroni: principio di funzionamento	46
L'avviamento dei motori asincroni	47
Elementi di galvanotecnica	48
Simboli grafici impiegati in elettrotecnica	49
Simboli grafici impiegati in elettrotecnica (segue)	50

Corrispondenza colore argomento

Generalità

Costituzione della materia	1
Materiali impiegati in elettrotecnica	49/50
Simboli grafici impiegati in elettrotecnica	40

Circuiti in corrente continua

Corrente, tensione, resistenza	2
Il circuito elettrico	3
Legge di Ohm	4
Collegamenti nei circuiti	5
Lavoro, potenza, rendimento	6
Metodi risolutivi	8

Circuiti in corrente alternata

Diagrammi - elementi di trigonometria - vettori	23
Grandezze alternate sinusoidali	24
Circuito puramente induttivo o capacitivo	25
Circuito puramente ohmico	26
Circuiti reali	27
Circuiti in corrente alternata con collegamenti in serie	28
Circuiti in corrente alternata con collegamenti in parallelo	29
Risonanza - circuiti oscillanti	30
Potenza attiva e reattiva	31
Metodi risolutivi dei circuiti in corrente alternata	32
Potenza apparente - Teorema di Boucherot	33
Rifasamento	34
Fenomeni tipici della corrente alternata	35

Magnetismo

Magnetismo elettromagnetismo	11
Le grandezze del campo magnetico	12
Caratteristiche di magnetizzazione	13
Il circuito magnetico	14
Azioni meccaniche tra campi magnetici e correnti	15
L'induzione elettromagnetica	16
f.e.m. indotte nei conduttori in movimento	17
Trasformazione di energia meccanica in energia elettrica	18
Autoinduzione e mutua induzione	19
Il motore a corrente continua	20
Bobina e fenomeni transitori	21
Calcolo e tipi di bobine	22
Trasformatori: classificazioni e campi di impiego	41
Funzionamento del trasformatore	42
Trasformatori trifase: rendimento	43

Aspetti costruttivi - guasti nei trasformatori	44
Caratteristiche dei motori asincroni	45
Motori asincroni: principio di funzionamento	46
L'avviamento dei motori asincroni	47

Elettrostatica

Il campo elettrico	7
Il condensatore	9
Collegamenti di condensatori	10
Elementi di galvanotecnica	48

Circuiti trifase

Sistemi trifase e collegamenti	36
Tensioni e correnti nei sistemi trifase	37
Potenze nei sistemi trifase	38
Rifasamento degli impianti trifase	39

Bibliografia

— Corso programmato di elettronica ed elettrotecnica:

- Generatore - motore
- Funzionamento e costruzione del trasformatore
- Il campo magnetico
- Corrente - tensione - resistenza
- Costituzione della materia
- Funzionamento e costruzione del motore a corrente continua
- Le leggi di Kirchhoff
- Induzione e autoinduzione
- Il condensatore
- Tensione alternata, corrente alternata
- La corrente trifase
- Il circuito oscillante
- Il circuito a corrente alternata
- La bobina

Gruppo Editoriale Jackson

— Basic Electricity and DC Circuits
Learning Center Texas Instruments

— Basic Electronics, Book 2
School Council Project Technology

— G. Biasutti
Schemario impianti elettrici e costruzioni elettromeccaniche
Hoepli

— A. Bandini Buti, M. Bertolini
Elettrotecnica pratica: elementi fondamentali
Ed. Delfino

— A. Bandini Buti, M. Bertolini, V. RE
Elettrotecnica pratica: macchine elettriche
Ed. Delfino

— G. Paleari
Rifasamento degli impianti elettrici industriali
Ed. Delfino

— M. Besostri, G. Lepre
Algebra
Morano Editore

— Malagodi
Principi di elettrotecnica
Ed. Cappelli

— D. Russo
Misure elettriche laboratorio
Sansoni Editore

— Hübscher, Klave, Pflüger, Appelt
Fondamenti di elettrotecnica
La Scuola

— Sebastianelli
Elettrotecnica generale
Ed. Lattes

— M. Pezzi
Campi elettrici, magnetici e circuiti
Zanichelli

— E. Bussoni, F. Fornari
I nuovi segni grafici per impianti elettrici
S.E.I.

— A. Secciani, G. Villani
Tecnica della lavorazione meccanica
Cappelli Editore

— F. Bolzern
Corso di elettrotecnica
Carlo Signorelli Editore

— Müller, Hörnemann, Hübscher, Jagla, Larisch, Pauly
Elettrotecnica
La Scuola

— A cura del Technical Education Department Marketing,
Education and Publications Division, The National Cash
Register Co.
Corso di Elettronica fondamentale
Gruppo Editoriale Jackson

— A. Gozzi
Manuale pratico del riparatore TV
Gruppo Editoriale Jackson

— Appunti di Elettronica, Vol. 1-2-3-4
Jacopo Castelfranchi Editore

Enciclopedia di Elettronica e Informatica

Prima Edizione 1983

© Copyright Gruppo Editoriale Jackson - Via Rosellini, 12 - 20124 Milano

Stampa: Reweba-Brescia

Autorizzazione alla pubblicazione Tribunale di

Milano N° 454 del 27/11/82

Tutti i diritti sono riservati. Nessuna parte di questo volume può essere riprodotta, memorizzata in sistemi di archivio o trasmessa in qualsiasi forma o mezzo (elettronico, meccanico, fotocopia, registrazione o altri) senza la previa autorizzazione scritta dell'Editore.

Costituzione della materia

Il modello atomico e la natura dell'elettricità

La materia di cui sono costituiti i corpi che ci circondano, siano essi solidi, liquidi o gassosi, è formata da particelle piccolissime chiamate *atomi* il cui raggruppamento in modo e forme diverse dà luogo alla varietà delle sostanze conosciute. Una rappresentazione molto chiara dell'atomo è fornita dal *modello atomico*. In questo, l'atomo consiste di un *nucleo* carico positivamente, che si trova al centro, ed intorno al quale si muovono, su ben determinate orbite, degli *elettroni* carichi negativamente, così come i pianeti intorno al sole nel nostro sistema solare. Il nucleo atomico, oltre ai *protoni*, carichi positivamente, contiene anche i *neutroni*, che non sono elettricamente carichi (neutri).

Normalmente un atomo è elettricamente neutro, cioè scarico. Pertanto il numero degli elettroni è uguale a quello dei protoni.

Gli elettroni si muovono ad una definita distanza dal nucleo, su delle orbite elettroniche, a diversi livelli contraddistinti con le lettere K, L, M, N, O, P, Q con

inizio dal livello più vicino al nucleo. A ciascun livello compete una determinata quantità di energia che va aumentando con la distanza dal nucleo. Ciascun livello contiene un determinato numero di elettroni (ad esempio il livello K ne contiene 2, il livello L 8, il livello M 18 ecc.). Il numero di elettroni totali di un atomo, che, come abbiamo detto, è uguale a quello dei protoni, è detto *numero atomico*.

Ogni atomo ha un proprio peso che è la somma dei pesi dei protoni, dei neutroni e degli elettroni. Si definisce *peso atomico*, il peso dei singoli atomi riferiti alla 12^a parte del peso dell'atomo di carbonio.

Una sostanza costituita da atomi di uno stesso tipo viene denominata *elemento*.

In natura sono stati trovati 90 tipi di atomi; altri sono stati preparati artificialmente in questi ultimi anni per un totale di 105 elementi.

Per raccogliere questi elementi in una logica comprensibile si è pensato di ordinarli in una tavola periodica degli elementi che metta in evidenza le caratteristiche fondamentali dei singoli atomi come, appunto, il loro numero atomico e peso atomico.

Come si vede nella Tavola, si sistema orizzontalmente la serie degli elementi conosciuti in base al numero atomico crescente, e in verticale gli elementi che presentano comportamento chimico simile. Questa classificazione è detta periodica per il fatto che gli elementi, disposti secondo i loro numeri atomici crescenti, mostrano di ripetere periodicamente alcune proprietà fondamentali. La classificazione risulta quindi a "gruppi" ed a "periodi". I gruppi racchiudono gli elementi che mostrano un comportamento chimico ed anche delle proprietà fisiche analoghe. I periodi mostrano invece una graduale variazione di alcune proprietà nel procedere da sinistra verso destra o viceversa. Gli elementi dello stesso gruppo, inoltre, presentano lo stesso numero di elettroni nell'orbita esterna.

Si può quindi dire che la periodicità delle proprietà degli elementi dipende dalla rassomiglianza delle loro strutture periferiche. Ad esempio gli elementi Li, Na, K, Rb presentano analoghe proprietà perché a loro competono strutture elettroniche simili (contengono tutti un solo elettrone sull'orbita più esterna). Gli elementi che costituiscono il gruppo 0 del sistema periodico sono chimicamente stabili; non si combinano con nessun altro elemento e sono perciò detti gas

Figura 1. Modello di struttura atomica.

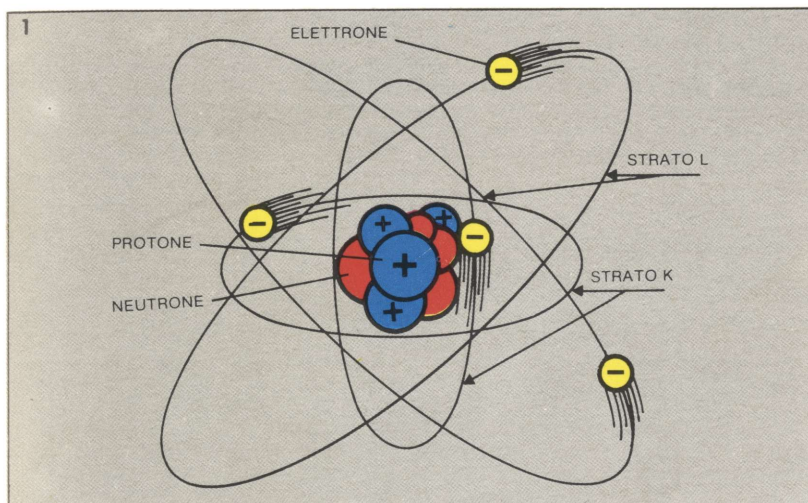


TAVOLA PERIODICA DEGLI ELEMENTI

NUMERO ATOMICO (1) PROPRIETÀ ACIDE O BASICHE (1)
 UNTO DI EBOLLIZIONE (2) PUNTO DI FUSIONE (2) MASSA VOLUMICA (3) ELETTRONEGATIVITÀ (4)
 SIMBOLO (4) PESO ATOMICO (4)
 NOME (4)

1 H Idrogeno	2 He Elio																	10 Ne Neon	11 Na Sodio	12 Mg Magnesio	13 Al Alluminio	14 Si Silicio	15 P Fosforo	16 S Zolfo	17 Cl Cloro	18 Ar Argo	19 K Potassio	20 Ca Calcio	21 Sc Scandio	22 Ti Titanio	23 V Vanadio	24 Cr Cromo	25 Mn Manganese	26 Fe Ferro	27 Co Cobalto	28 Ni Nichel	29 Cu Rame	30 Zn Zinco	31 Ga Gallio	32 Ge Germanio	33 As Arsenico	34 Se Selenio	35 Br Bromo	36 Kr Kripton	37 Rb Rubidio	38 Sr Stronzio	39 Y Ittrio	40 Zr Zirconio	41 Nb Niobio	42 Mo Molibdeno	43 Tc Tecnecio	44 Ru Rutenio	45 Rh Rodio	46 Pd Palladio	47 Ag Argento	48 Cd Cadmio	49 In Indio	50 Sn Stagno	51 Sb Antimonio	52 Te Tellurio	53 I Iodio	54 Xe Xeno	55 Cs Cesio	56 Ba Bario	57 La Lantanio	58 Ce Cerio	59 Pr Praseodimio	60 Nd Neodimio	61 Pm Prometio	62 Sm Samario	63 Eu Europio	64 Gd Gadolinio	65 Tb Terbio	66 Dy Dysprosio	67 Ho Holmio	68 Er Erbio	69 Tm Terbium	70 Yb Ytterbio	71 Lu Lutezio	72 Hf Hafnio	73 Ta Tungsteno	74 W Wolframio	75 Re Reni	76 Os Osmio	77 Ir Iridio	78 Pt Platino	79 Au Oro	80 Hg Mercurio	81 Tl Tallio	82 Pb Piombo	83 Bi Bismuto	84 Po Polonio	85 At Astatio	86 Rn Radon	87 Fr Francio	88 Ra RADIO	89 Ac Attinio	90 Th Torio	91 Pa Protattinio	92 U Uranio	93 Np Nettuno	94 Pu Plutonio	95 Am Americio	96 Cm Curcio	97 Bk Berkelio	98 Cf Californio	99 Es Einsteinio	100 Fm Fermio	101 Md Mendelevio	102 No Nobelio	103 Lw Lawrencio
--------------------	-----------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------------------	-------------------	----------------------	-----------------------	---------------------	--------------------	------------------	-------------------	------------------	---------------------	--------------------	---------------------	---------------------	--------------------	-------------------	-----------------------	-------------------	---------------------	--------------------	------------------	-------------------	--------------------	----------------------	----------------------	---------------------	-------------------	---------------------	---------------------	----------------------	-------------------	----------------------	--------------------	-----------------------	----------------------	---------------------	-------------------	----------------------	---------------------	--------------------	-------------------	--------------------	-----------------------	----------------------	------------------	------------------	-------------------	-------------------	----------------------	-------------------	-------------------------	----------------------	----------------------	---------------------	---------------------	-----------------------	--------------------	-----------------------	--------------------	-------------------	---------------------	----------------------	---------------------	--------------------	-----------------------	----------------------	------------------	-------------------	--------------------	---------------------	-----------------	----------------------	--------------------	--------------------	---------------------	---------------------	---------------------	-------------------	---------------------	-------------------	---------------------	-------------------	-------------------------	-------------------	---------------------	----------------------	----------------------	--------------------	----------------------	------------------------	------------------------	---------------------	-------------------------	----------------------	------------------------

(1) Diversifichiamo il metallo dagli stati successivi fino ad arrivare ai gas inerti, con la seguente gamma di colori: blu, verde, arancio, rosso e marrone.

(2) in °C.

(3) In g/cm³ per i liquidi e i solidi, in g/dm³ per gli elementi gassosi a temperatura ordinaria.

nobili o inerti. Si ammette che la configurazione elettronica di tali elementi (8 elettroni nell'ultima orbita) sia la causa di tale inerzia o stabilità.

Se quindi il numero di elettroni esterni non è esattamente quello previsto per la condizione di stabilità l'elemento non è chimicamente inerte ed ha la tendenza a cedere o ad acquistare uno o più elettroni da altri elementi in modo da completare elettronicamente l'orbita esterna. Questa caratteristica viene definita *valenza* e sono detti elettroni di valenza i relativi elettroni di scambio. È intuitivo il fatto che gli elementi che dispongono di un numero di elettroni inferiore a 4 tenderanno a perderli, mentre quelli che ne hanno un numero maggiore tenderanno più facilmente ad acquistarne altri per completare l'*ottetto* (otto elettroni sull'orbita esterna). Questa capacità di acquistare o cedere elettroni permette la combinazione dei diversi composti chimici e quindi l'esistenza delle infinite possibilità di aggregazione della materia.

I *metalli* rappresentano una categoria di elementi chimici dotati di caratteristiche particolari, fra le altre, quella di avere alcuni degli elettroni esterni uniti tanto debolmente da potersi spostare da un atomo all'altro. Ne risulta quindi che in seno ai metalli si hanno degli elettroni mobili che possono spostarsi con molta facilità. In particolari condizioni il movimento di questi elettroni può essere determinato e ordinato. Un movimento ordinato di elettroni che si muovono entro un metallo è detto *corrente elettrica*.

In altri materiali gli elettroni sono tutti fortemente legati al nucleo e, nonostante presentino comunque una loro valenza, la mancanza di elettroni mobili è di ostacolo alla circolazione della corrente.

Confrontiamo questi diversi comportamenti della materia con alcune classiche esperienze.

Se strofiniamo con della lana una bacchetta di vetro, si ottiene che un certo numero di elettroni della bacchetta si trasferisce sulla lana: il vetro rimane perciò elettrizzato positivamente, cioè gli atomi presentano una carica complessivamente positiva. Strofinando invece una bacchetta di ambra gialla con la lana si ha il processo inverso e l'ambra rimane elettrizzata negativamente. Lo stato di elettrizzazione si manifesta col fatto che vengono attirati dei corpuscoli leggeri (es. dei pezzettini di carta). Se prendiamo adesso una bacchetta metallica e la strofiniamo con della lana si constaterà l'assenza, dei fenomeni di elettrizzazione. Però se conduciamo l'esperienza sostenendo la bacchetta con un'impugnatura di vetro, si può osservare la bacchetta metallica attirare dei pezzetti di carta: ciò vuol dire che è rimasta elettrizzata.

Si conclude quindi che tutti i materiali, se strofinati, si elettrizzano. Questi, tenuto conto dei risultati, si possono suddividere in due categorie.

I primi sono detti materiali *conduttori* perché l'elettricità si propaga attraverso essi. Infatti, come visto, l'elettricità sviluppata si propaga lungo la bacchetta metallica, indi attraverso il corpo umano, esso pure conduttore, per disperdersi a terra.

I secondi sono detti materiali *isolanti* perché in essi l'elettricità rimane localizzata, isolata, nei punti ove si è prodotta; questi possono essere utilizzati per isolare elementi interessati dal flusso di corrente elettrica.

Esistono anche materiali che non possono essere definiti né conduttori né isolanti. Vengono chiamati *semiconduttori*. I semiconduttori (silicio, selenio, germanio), appartengono agli elementi aventi nell'orbita elettronica più esterna 4 elettroni di valenza. Ogni atomo si lega ai 4 atomi adiacenti formando, nell'insieme, una struttura chiamata *reticolo cristallino*. Gli indicati doppi legami, chiamati covalenti, limitano la libertà di movimento degli elettroni di valenza del semiconduttore per cui allo stato puro questo si comporta quasi come un isolante.

Il modo più semplice per trasformare in un semiconduttore degli elettroni legati in elettroni liberi. È quello

di riscaldare il cristallo. Gli atomi allora entrano in una violenta e crescente oscillazione, esercitando una forte trazione sui legami atomici. Qualcuno di questi legami si spezza e l'elettrone di valenza interessato diviene libero. All'aumentare della temperatura aumentano gli elettroni liberi: il semiconduttore finisce di comportarsi da isolante e diviene conduttore.

Un altro modo che permette la conduzione di corrente è quello di drogare il semiconduttore. Il *drogaggio* consiste nell'includere entro il reticolo cristallino una piccolissima quantità di un elemento chiamato *impurità*, a valenza diversa da 4, ad esempio l'arsenico (As) a 5 elettroni di valenza, oppure il boro (B) a 3 elettroni di valenza. Se in un cristallo di silicio si inseriscono delle impurità di arsenico allora si avranno degli elettroni in eccesso, praticamente liberi, che si comportano come elettroni di conduzione. Il semiconduttore, così drogato, viene chiamato donatore di elettroni o di tipo *n*. Se invece vengono introdotte delle impurità di boro nella struttura cristallina del silicio si generano delle *cavità* o *lacune* (mancanza di elettroni). L'insieme delle cavità che possiedono cariche elettriche positive, libere di spostarsi e che determinano, perciò, una conduzione di cariche positive, definiscono il semiconduttore, così drogato, un portatore di cariche elettriche positive, o di tipo *p*.

Molti importanti componenti semiconduttori sono composti da strati resi conduttivi con drogaggio di tipo *n* o di tipo *p*. Ciò è particolarmente vero nei diodi semiconduttori, transistori, thyristori bidirezionali (triac) ecc....

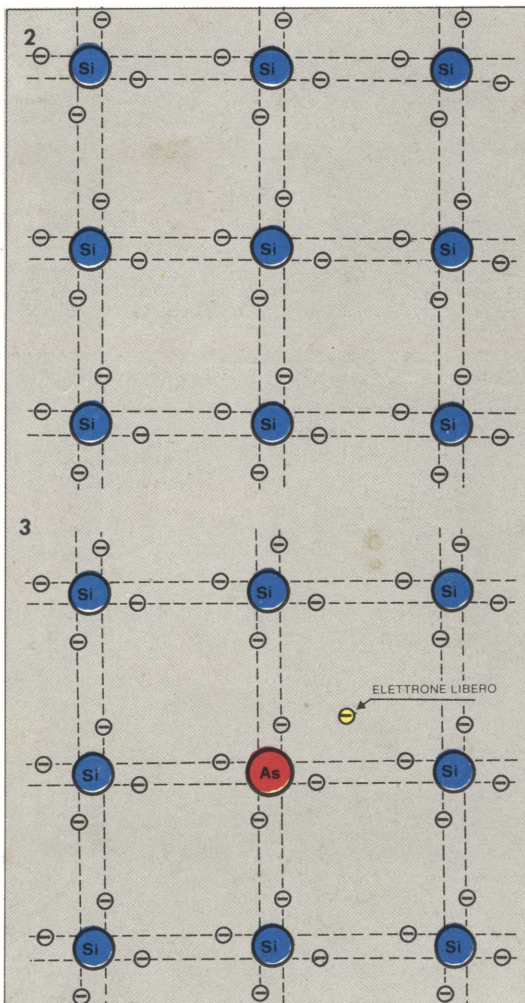


Figura 2. Reticolo cristallino del silicio. Elettroni di valenza.

Figura 3. Elettrone libero in silicio (Si) drogato in arsenico (As).

Corrente Tensione Resistenza

Abbiamo definito la *corrente* come un movimento di elettroni all'interno di un conduttore. Tutti possiamo constatare che collegando tra loro una pila e una lampadina, si ottiene l'accensione di quest'ultima. Causa dell'accensione è proprio la corrente elettrica.

Quanti più elettroni passano dalla pila alla lampadina attraverso i conduttori di collegamento, tanto più alta sarà la corrente elettrica. Già per piccolissime correnti il numero di elettroni che attraversa i conduttori in un secondo è enorme. Si preferisce quindi utilizzare il concetto di *intensità di corrente* (simbolo I) e come unità di misura l'*ampere* (simbolo A) o i suoi multipli o sottomultipli. L'intensità di un ampere significa che in un secondo, attraverso la sezione del conduttore passano $6,24 \times 10^{18}$ elettroni.

$$1 \text{ Kiloampere} = 1 \text{ kA} = 1000 \text{ A} = 1 \times 10^3 \text{ A}$$

$$1 \text{ Milliampere} = 1 \text{ mA} = \frac{1}{1000} \text{ A} = 1 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$1 \text{ Microampere} = 1 \mu\text{A} = \frac{1}{1000000} \text{ A} = 1 \times 10^{-6} \text{ A}$$

Per misurare l'intensità di corrente si hanno a disposizione degli strumenti, detti *amperometri*, o *misuratori di corrente*.

Adesso dovremo imparare qual è la ragione fondamentale del moto elettronico, cioè della corrente elettrica. Affinché gli elettroni liberi, cioè gli elettroni di conduzione, si pongano in movimento, si deve esercitare su di essi una forza propulsiva. Questa forza viene esercitata dalla *tensione elettrica*.

Figura 1. Le cariche elettriche si spostano all'interno di un sistema per uniformare la loro distribuzione.

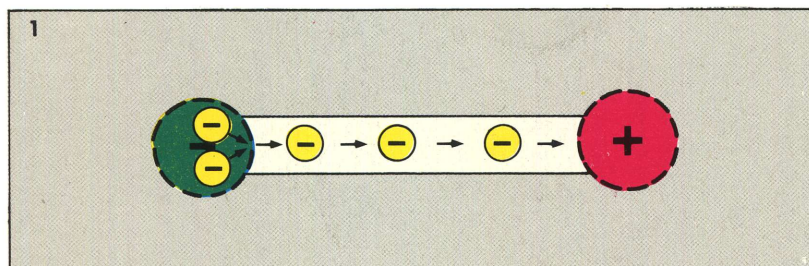


Tabella 1 - Valori di resistività dei principali materiali conduttori.

Materiali	Resistività ρ_0 ($\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$) a 0°C	Coeff. di temperatura $\alpha \cdot 10^{-3}$ (a 20°C)
Argento puro 99,98%	0,016	3,8
Rame elettrolitico	0,0177	3,9
Oro	0,023	$3,4 \div 3,8$
Alluminio crudo-pur. 99,5%	0,028	4
Tungsteno	0,055	4,5
Bronzo-fosforoso (linee telefoniche)	0,07	3,9
Nichel puro	0,072	6
Acciaio (filo)	$0,1 \div 0,25$	$4,5 \div 5$
Ferro pur. 99%	$0,1 \div 0,15$	4,5
Platino	0,1	3,6
Piombo	0,21	4
Argentana 60 Cu-25 Zn-15 Ni	$0,35 \div 0,4$	0,07
Manganina 80 Cu-15 Mn-5 Ni	$0,42 \div 0,46$	0,01
Costantina 60 Cu-40 Ni	$0,5 \div 0,51$	circa 0
Ghisa	$0,6 \div 1,5$	—
Nichelcromo 80 Ni-20 Cr	$0,9 \div 1,1$	$0,11 \div 0,16$
Mercurio	0,95	0,89
Grafite	$4 \div 20$	—
Carbone { coke amorfo per spazzole	$38 \div 40$ $20 \div 100$	—

Ogni sorgente di energia elettrica è contemporaneamente un generatore di tensione elettrica. Questa può essere prodotta in diversi modi. La tensione di una batteria per pile tascabili, o quella di un accumulatore sono prodotte mediante un processo elettrochimico. Nella dinamo di una bicicletta, o in quella di un'auto, o nel generatore di una centrale elettrica, la tensione è generata da un processo magnetico.

In ognuna di queste sorgenti è caratteristica la presenza di due poli: uno positivo e uno negativo, il primo presenta una scarsità di elettroni, il secondo una sovrabbondanza. (In ogni pila tascabile, il polo negativo (-), è la più lunga delle linguette di contatto, mentre quello positivo (+) è la linguetta più corta). La sorgente di tensione o generatore ha la funzione di mantenere costante questa differenza di quantità di elettroni tra i due poli.

(La comune presa che abbiamo all'interno delle case è una sorgente di tensione).

Associando più propriamente la definizione di *potenziale* alla quantità di carica presente possiamo allora dire che, fra i due poli esiste una *differenza di potenziale*. Ogni sistema, in cui vi è una differenza di potenziale fra punti diversi, ha la tendenza ad uniformare tale distribuzione, muovendo le cariche elettriche dal polo negativo al positivo (Figura 1).

Quindi il generatore al fine di mantenere costante la differenza di potenziale o tensione compie un lavoro come lo faremmo noi per sollevare da terra un sasso. Come questo sasso possiede una certa *energia potenziale* rispetto alla terra, analogamente possiamo dire degli elettroni rispetto al polo positivo del generatore. Questo riferimento al polo positivo è fatto per chiarire che qualsiasi potenziale elettrico ha significato solo se stabilito rispetto ad un certo punto prefissato.

Nell'indicazione schematica di una sorgente di tensione, i poli vengono indicati con delle linee: lunga per il polo positivo e corta per il polo negativo.

È da osservare che mentre non può scorrere alcuna corrente in assenza di tensione, può esservi tensione anche quando non scorre corrente poiché tutto dipende dalla differente distribuzione degli elettroni fra i due poli della sorgente. La tensione elettrica viene misurata in *Volt* (simbolo V), o nei seguenti multipli e sottomultipli mediante uno strumento chiamato *voltmetro*:

$$1 \text{ Kilovolt} = 1 \text{ kV} = 1000 \text{ V} = 1 \times 10^3 \text{ V}$$

$$1 \text{ Millivolt} = 1 \text{ mV} = \frac{1}{1000} \text{ V} = 1 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$1 \text{ Microvolt} = 1 \mu\text{V} = \frac{1}{1000000} \text{ V} = 1 \times 10^{-6} \text{ V}$$

Per il funzionamento di un apparecchio elettrico viene sempre indicata la tensione di rete necessaria: che, per ovvie ragioni, è normalizzata in una delle categorie indicate nella tabella seguente:

Sorgente di tensione	Tensione in Volt (V)
Batterie	Monocelle 1,5
	Pile per lampade tascabili $3 \times 1,5 = 4,5$
	Accumulatori al nichel 1,2 a elemento
	Accumulatori al piombo 2 a elemento
Reti	Reti a corrente continua $110 \div 220$
	Reti a corrente alternata $220 \div 380$

Quando la tensione nominale della rete e quella indicata dall'apparecchio elettrico coincidono, quest'ultimo può senz'altro essere collegato alla rete. Se invece la tensione della sorgente è sensibilmente superiore a quella indicata dall'apparecchio quest'ultimo, se inserito, potrebbe essere sovraccaricato e di conseguenza danneggiato. Se la tensione della rete è minore di quella necessaria, non corre pericolo, ma è il suo funzionamento che ne risulta compromesso.

Vi è, infine, una terza grandezza elettrica che gioca una parte importante, accanto alla corrente e alla tensione: la **resistenza elettrica**.

Per introdurre questa grandezza riferiamoci a quello che avviene quando l'acqua scorre nelle tubazioni. È intuitivo pensare che l'acqua incontri una certa "fatica", o più precisamente una resistenza a muoversi dentro un tubo. Se sostituiamo la condotta esistente con un'altra più lunga l'acqua farà più fatica a percorrerla tutta; se invece prendiamo un tubo più grande, l'acqua può passare più facilmente; così come con un tubo perfettamente liscio piuttosto che con uno tutto rugoso, in quest'ultimo caso l'acqua incontrerebbe una resistenza molto maggiore. Si può quindi concludere che la facilità con la quale l'acqua può percorrere una tubazione dipende dal modo nel quale è stato costruito il condotto e che ogni condotto offre una sua resistenza al movimento dell'acqua.

Questo concetto è perfettamente applicabile nel caso dell'elettrotecnica a tutti i conduttori di corrente: si può cioè dire che ogni materiale percorso da corrente offre una certa resistenza al suo passaggio, ossia la corrente "fa fatica" a percorrerlo, ne più ne meno dell'acqua nella tubazione. E come nel caso idraulico, anche in elettrotecnica questa resistenza dipende dalle caratteristiche del conduttore, ossia dalle sue dimensioni e dal materiale del quale è costituito. Infatti gli elettroni nel loro moto urtano gli atomi del metallo subendo dei rallentamenti. Si può quindi definire la resistenza elettrica come l'ostacolo che un materiale oppone al libero passaggio della corrente elettrica.

Come le caratteristiche di un tubo: lunghezza, diametro o rugosità sono esattamente definite nel momento in cui il tubo è costruito, indipendentemente dal fatto che sia o non sia percorso dall'acqua; allo stesso modo, un conduttore presenta una resistenza elettrica anche se non è percorso da corrente. Si dice allora che la resistenza, è una caratteristica fisica del materiale. Così in un circuito elettrico potremo avere tensioni e correnti diverse, ma la sua resistenza, come caratteristica fisica, rimane sempre la stessa.

La resistenza elettrica (simbolo R) si misura in *Ohm* (simbolo Ω) definito come la resistenza di un conduttore nel quale passa la corrente di 1 A se ai suoi capi è applicata la tensione di 1 V. Si hanno poi i seguenti multipli e sottomultipli:

$$1 \text{ Kiloohm} = 1 \text{ K } \Omega = 1000 \quad \Omega = 1 \times 10^3 \Omega$$

$$1 \text{ Milliohm} = 1 \text{ m } \Omega = \frac{1}{1000} \Omega = 1 \times 10^{-3} \Omega$$

$$1 \text{ Megaohm} = 1 \text{ M } \Omega = 1000000 \Omega = 1 \times 10^6 \Omega$$

Per determinare la resistenza di un materiale bisogna valutare i seguenti parametri: resistività o resistenza specifica, lunghezza e sezione.

La resistività (simbolo ρ) definisce il materiale dal punto di vista della conduzione. Più alto è il suo valore, più alta è la resistenza al passaggio della corrente. Ovviamente per i conduttori questo valore è particolarmente piccolo. Quando un conduttore si scalda il valore di ρ aumenta leggermente, secondo un dato coefficiente di temperatura.

La resistività si misura in

$$\left[\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \right]$$

La Tabella 1 ci fornisce alcuni valori di resistività relativi a conduttori.

Per gli altri due parametri si può dire che la resistenza aumenta:

- all'aumentare della lunghezza del conduttore.
- al diminuire della sezione.

Sinteticamente questi elementi si possono esprimere in una formula:

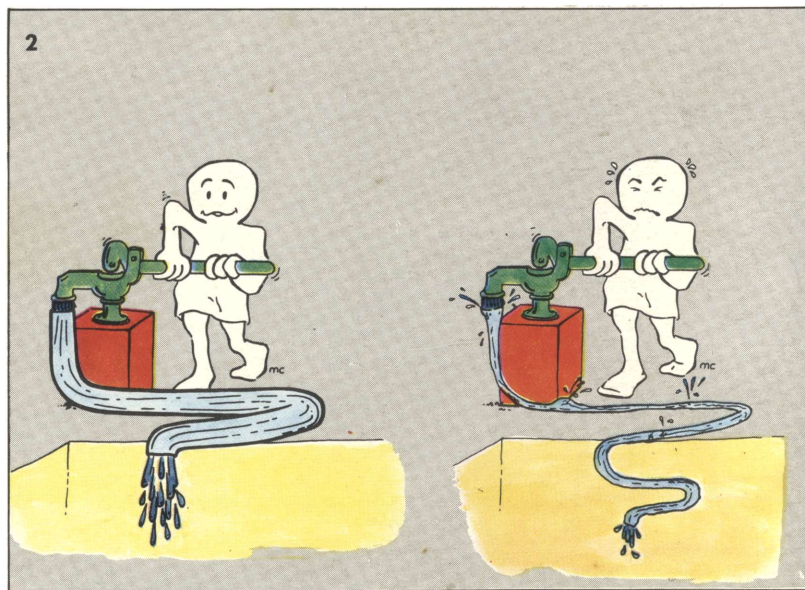
$$R = \rho \frac{l}{S} \text{ dove } l \text{ è espresso in m e } S \text{ in mm}^2.$$

In taluni casi può essere utile usare, invece dei valori di resistenza, quelli della **conduttanza** che rappresenta la facilità con la quale un materiale si lascia attraversare dalla corrente. La conduttanza sarà perciò l'inverso della resistenza:

$$G = \frac{1}{R} \text{ (G = conduttanza)}$$

La sua misura è il *siemens* (simbolo S).

Figura 2. Parametri da considerare per la valutazione della resistenza di un conduttore.



ELEMENTO DI ACCUMULATORE O PILA		GENERATORE	
AMPEROMETRO		VOLTMETRO	
CONDUTTORE		LAMPADA	
RESISTENZA			

Per finire, riportiamo qui sopra i simboli grafici utilizzati per la rappresentazione schematica degli elementi incontrati nel corso della trattazione.

Il circuito elettrico

Elementi del circuito elettrico

Collegate mediante un conduttore i due poli di una pila: scorrerà una corrente di elettroni dal polo negativo al polo positivo.

Nella tecnica, si assume per convenzione che la corrente scorra nel conduttore nel verso opposto, cioè dal polo positivo al negativo come se si muovessero i protoni anziché gli elettroni, questo perché il verso della corrente elettrica venne stabilito prima di conoscere la struttura elettronica della materia.

Figura 1. Per convenzione si assume che la corrente scorra nel conduttore nel verso opposto a quello reale: dal positivo al negativo.

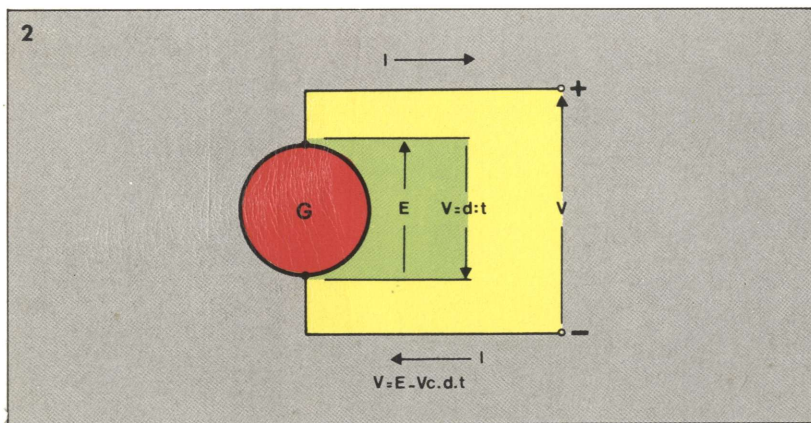
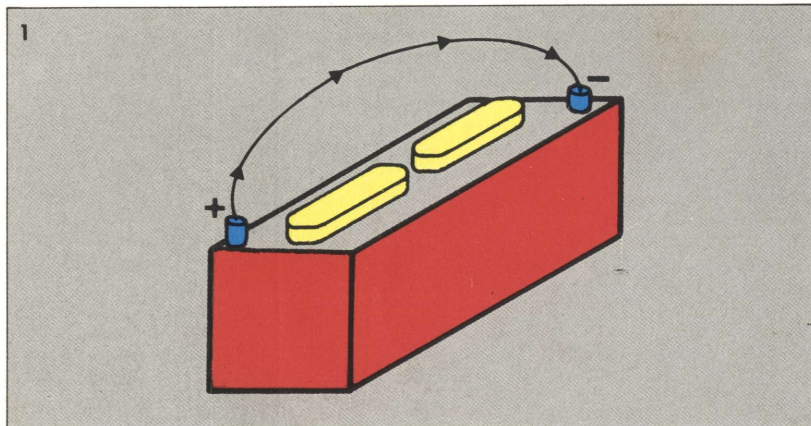


Figura 2. Caduta di tensione interna di un generatore: come in ogni apparecchio, anche nel generatore la circolazione di corrente provoca una c.d.t. interna che ha senso contrario alla f.e.m..

Il collegamento esterno dei due poli della pila, non necessariamente composto dal solo conduttore, che coincide col percorso chiuso fatto dalla corrente, viene detto *circuito elettrico*.

Un circuito elettrico contiene sempre questi elementi:

- la sorgente di tensione, intesa in senso generale (generatori, accumulatori o pile)
- il carico o utilizzatore
- le linee di collegamento costituite da cavi, fili o altri conduttori
- l'interruttore.

La *sorgente di tensione* è l'elemento che produce una forza di natura elettrica (tensione elettrica) la quale spinge gli elettroni a muoversi lungo il circuito esterno, dando origine alla corrente. Poiché per convenzione la corrente esce dal polo positivo ed entra dal negativo, all'interno dell'elemento generatore questa andrà dal (—) al (+). Quindi all'interno della sorgente esiste una forza particolare detta *forza elettromotrice* (simbolo E) che avrà direzione opposta alla tensione.

Considerando sempre il nostro circuito esterno chiuso definiamo un'altra grandezza detta *caduta di tensione* (simbolo V c.d.t.) che rappresenta l'effetto esterno della circolazione di correnti in un utilizzatore od in un elemento qualsiasi di circuito. Se in un circuito non passa corrente, non vi è neppure caduta di tensione; viceversa se si misura una caduta di tensione ciò è indice di circolazione di corrente. In generale la c.d.t. di un utilizzatore coincide con la tensione che è applicata ai morsetti. Così, ad esempio, in una presa di casa esiste una tensione che si può misurare anche se non circola corrente. Inserendo la spina di una lampada, ai suoi capi vi è una caduta di tensione (uguale alla tensione della presa). È da notare che, essendo anche il generatore percorso da corrente al suo interno, vi sarà anche qui una c.d.t.. Se indichiamo con V c.d.t. questa caduta di tensione interna della sorgente, la tensione ai morsetti V si lega alla forza elettromotrice E con la relazione:

$$V = E - V \text{ c.d.t.}$$

Badate che la rappresentazione convenzionale delle tensioni riportate in Figura 2 è del tutto arbitraria, è possibile utilizzare anche altre convenzioni senza mutare la sostanza delle cose sopra dette.

L'*utilizzatore* è comunemente rappresentato da una resistenza. Di fatto esso può essere un qualsiasi apparecchio costruttivamente anche molto complesso. Sarebbe però molto complicato se, per studiare le leggi dell'elettrotecnica, si dovessero conoscere esattamente le caratteristiche di funzionamento di ogni apparecchio e la sua costituzione interna. Studiando le macchine elettriche, ad esempio, dovremmo poter sapere come è fatto un determinato tipo di motore, quanti avvolgimenti possiede, come sono collegati fra loro, ecc.. Tutto ciò non è necessario. Basta solo sapere che si tratta di un apparecchio con due morsetti esterni e che dalle misure eseguite a questi morsetti, rivela un certo comportamento elettrico.

Prendiamo ad esempio il caso più semplice di un utilizzatore formato da un insieme di resistenze comunque disposte: per lo studio del circuito al quale esso è collegato non occorre conoscere quante e quali sono tali resistenze, ma ci basta sapere che si tratta di un apparecchio che ai suoi morsetti rivela un certo valore di resistenza complessiva. Noi possiamo senz'altro assumere questa resistenza complessiva o *equivalente* a rappresentare a tutti gli effetti l'apparecchio. Questa constatazione inoltre ci permette di separare lo studio delle leggi dei circuiti elettrici da quello delle macchine e delle apparecchiature ad essi collegate.

Se associamo una polarità anche all'utilizzatore, si può dare una definizione diversa di generatore e utilizzatore. Definiamo allora *generatore* un elemento del circuito in cui la corrente esce dal polo positivo *utilizzatore* un elemento in cui la corrente entra dal polo positivo. Questo modo di vedere le cose qualifica gli elementi solo in base al loro comportamento circuitale e non in base alla loro effettiva costituzione interna, facilitando così lo studio dei circuiti elettrici.

Quando la corrente scorre in un circuito ad essa è sempre connesso un trasferimento di energia elettrica dalla sorgente di tensione (generatore) all'utilizzatore. Gli elementi del circuito possono essere identificati allora in un altro modo:

- il *generatore* è l'elemento che riceve energia dall'esterno (ad esempio sotto forma chimica o meccanica) e la trasforma in energia elettrica che invia sulla linea;
- la *linea* è l'elemento che riceve energia elettrica dal generatore, la trasporta lungo tutta la sua estensione e infine la trasferisce all'utilizzatore;

— *l'utilizzatore* è l'elemento che riceve energia elettrica dalla linea e la trasforma in un altro tipo di energia (meccanica, termica, chimica, ecc.) secondo quanto richiesto dall'impiego previsto.

Queste considerazioni energetiche chiariscono maggiormente il significato di sorgente e di utilizzatore in seno ad un circuito elettrico, e mettono in evidenza relativamente al flusso di energia l'ambivalenza dei due elementi. Così una batteria eroga energia a spese dell'energia chimica in essa accumulata durante la scarica; quando invece viene posta in carica, assorbe energia elettrica dal circuito e la accumula sotto forma di energia chimica.

Perché il circuito elettrico possa essere effettivamente utilizzato a discrezione dell'operatore è necessario aggiungere un dispositivo che ne permetta l'interruzione o la chiusura a seconda delle esigenze. Il passaggio da uno stato all'altro, ossia da un circuito funzionante a un circuito in stato di riposo e viceversa, si ottiene mediante un apparecchio chiamato *interruttore* che deve essere sempre presente in ogni circuito. Esso va posto in un punto della linea che collega la sorgente all'utilizzatore, poiché è qui che si effettua l'interruzione per aprire il circuito.

In alcune applicazioni circuitali talvolta serve inserire alcune resistenze di valore idoneo per permettere determinate condizioni di funzionamento del circuito, a tal fine in commercio sono disponibili, per le diverse applicazioni, resistori di valore opportuno. Ad esempio, per esigenze radiotecniche, esistono resistori ad impasto di carbone il cui valore è indicato dal "codice a colori".

Il primo anello colorato, quello situato alla distanza di 1 mm circa dal bordo del componente, dalla parte opposta a quella in cui è presente il quarto anello d'argento o d'oro, consente di stabilire la prima cifra del valore ohmmico. Il secondo anello consente di individuare la seconda cifra, mentre il terzo anello è quello del moltiplicatore. Il quarto anello stabilisce la tolleranza del resistore, ossia la percentuale di discordanza, in più o in meno, tra il valore effettivo e quello indicato dal codice.

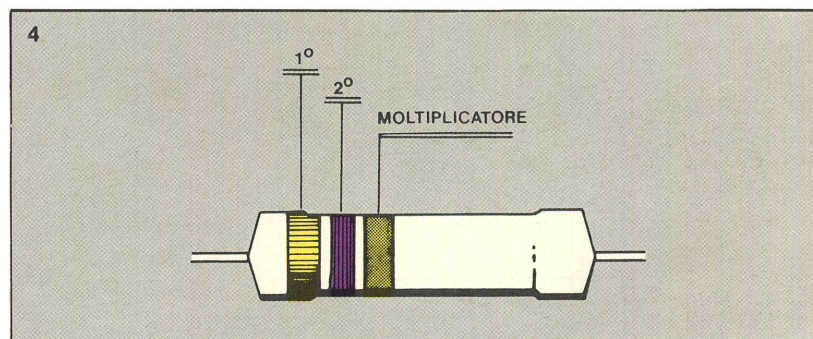
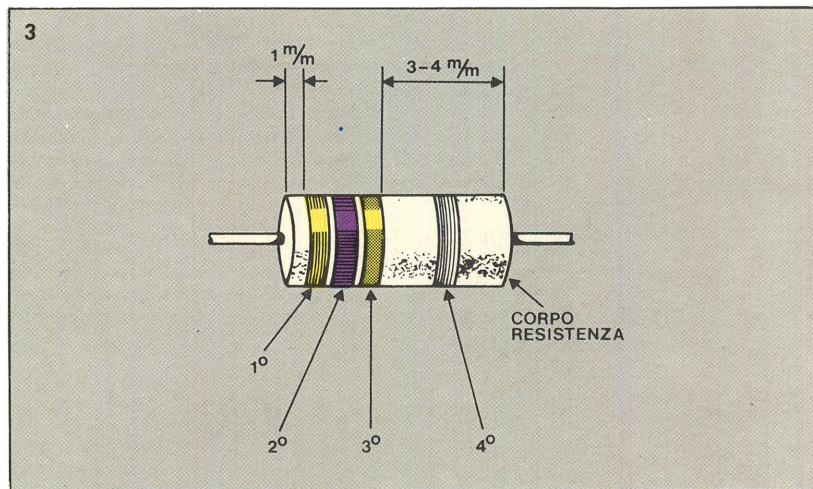
Per chiarire l'uso del codice colori facciamo un esempio pratico (Figura 5). Si supponga di avere in mano una resistenza in cui il 1° anello sia di color giallo (il 1° anello è sempre quello che si trova all'estremità opposta rispetto all'anello di color argento od oro), il 2° anello sia di color viola, il 3° anello sia di color arancione, il 4° anello di color argento. Dal codice si rileva che al 1° anello di color giallo corrisponde il

numero 4; al secondo anello, di color viola, corrisponde il numero 7; al terzo anello, di color arancione, corrispondono tre zeri. Mettendo in fila uno dopo l'altro questi numeri si ottiene il valore di quella resistenza, che è di 47.000 Ω , mentre il 4° anello di color argento, sta a significare che la tolleranza è di $\pm 10\%$. Quando il quarto anello, quello relativo all'indicazione della tolleranza del componente, è assente, come nella figura sotto riportata, allora è sottinteso che il valore ohmmico della resistenza, in più o in meno rispetto a quello nominale, oscilla di un 20%.

Figura 3. Raffigurazione degli anelli colorati su una resistenza.

Figura 4. Valori degli anelli su una resistenza.

Figura 5. Il codice colore.



RESISTENZA A STRATO DI CARBONE				RESISTENZA A FILM METALLICO				
1° anello	2° anello	3° anello	4° anello	1° anello	2° anello	3° anello	4° anello	5° anello
0	0	0		0	0	0	0	
1	1	0		1	1	1	0	$\pm 1\%$
2	2	00	$\pm 2\%$	2	2	2	00	$\pm 2\%$
3	3	000		3	3	3	000	
4	4	0000		4	4	4	0000	
5	5	00000		5	5	5	00000	$\pm 0,5\%$
6	6	000000		6	6	6	000000	
7	7			7	7	7		
8	8	10	$\pm 5\%$	8	8	8	10	
9	9	100	$\pm 10\%$	9	9	9	100	

Legge di Ohm

Abbiamo visto finora quali sono gli elementi del circuito elettrico e le grandezze relative: corrente, tensione e resistenza. Troveremo ora una relazione fondamentale tra queste grandezze che è alla base dello studio dei fenomeni elettrici: *la legge di Ohm*. Per riconoscere questa interdipendenza eseguiamo alcune misure in un circuito elettrico, mediante due strumenti di misura, amperometro e voltmetro, collegati come in Figura 1, poichè l'uno, come misuratore di corrente, dovrà da questa essere attraversato, e l'altro, come misuratore di tensione, andrà inserito tra il polo positivo e quello negativo.

Basiamo la prima serie di misure sui seguenti presupposti:

- la resistenza R ha il valore di $450\ \Omega$ e non varia, poichè è fatta con del filo di costantina (lega di rame, nichel e manganese);
- la tensione viene aumentata progressivamente.

I risultati che indicano rispettivamente le intensità di corrente in base alle corrispondenti tensioni, sono riportati nella Tabella 1.

Figura 1. Collegamento di un amperometro e un voltmetro in un circuito elettrico.

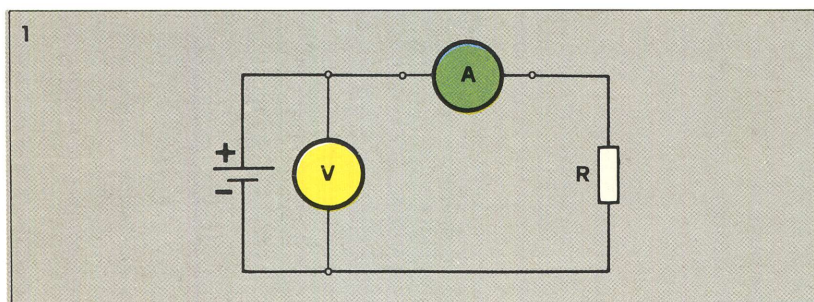


Tabella 1. Prima serie di misure con $R = \text{costante} = 450\ \Omega$.

Tensione in Volt	4,5	9	13,5	18
Intensità di corrente in Ampere	10	20	30	40

Tabella 2. Seconda serie di misure con $V = \text{costante} = 18\ \text{Volt}$.

Resistenza R in Ohm (Ω)	450	$2 \times 450 = 900$	$4 \times 450 = 1800$
Intensità di corrente in mA (I)	40	$20 = \frac{1}{2} \times 40$	$10 = \frac{1}{4} \times 40$

Figura 2. Rappresentazione figurata della legge di Ohm.

Da questa si può dedurre che l'intensità di corrente I , a parità di resistenza R , aumenta nello stesso rapporto della tensione V : doppia tensione dà una doppia intensità di corrente. Si può dire altrimenti che la corrente I è direttamente proporzionale alla tensione V , se la resistenza R non varia.

Vediamo adesso i risultati di una seconda serie di misure. Lo schema è sempre lo stesso, ora, però, resta costante la tensione V , mentre viene progressivamente aumentata la resistenza R da $450\ \Omega$ a $1800\ \Omega$, il che si può ottenere inserendo resistenze di carico di valore man mano crescente.

Osservando questi risultati si vede che l'intensità di corrente I si riduce, se la tensione V non varia, nel rapporto inverso dell'aumento della resistenza R ; ad

esempio doppia resistenza dà metà corrente. In altre parole: l'intensità di corrente I è inversamente proporzionale al valore della resistenza R , se la tensione V non varia.

I concetti espressi attraverso queste due serie di misure si possono esprimere molto chiaramente con una sola formula:

$$\text{Intensità di corrente} = \frac{\text{Tensione}}{\text{Resistenza}}$$

cioè

$$I = \frac{V}{R}$$

e per quanto riguarda le unità di misura:

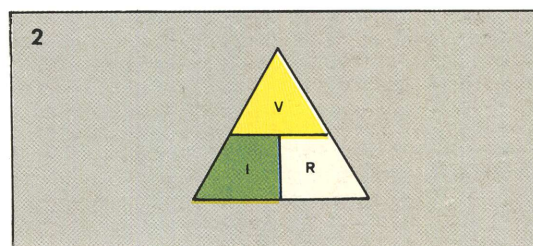
$$1A = \frac{1V}{1\ \Omega} = 1 \frac{V}{\Omega}$$

Questa relazione fondamentale fra le tre grandezze del circuito elettrico, è detta legge di Ohm e può avere una rappresentazione equivalente attraverso le seguenti formule inverse:

$$V = R \times I \quad \text{oppure} \quad R = \frac{V}{I}$$

La legge di Ohm quindi ci permette di stabilire il valore di una delle tre grandezze fondamentali del circuito elettrico quando siano noti i valori delle altre due.

Esiste una rappresentazione figurata della legge di Ohm che permette di ricordare facilmente il legame fra le tre grandezze (Figura 2).



Riportiamo qui, tre esempi che chiariranno quanto detto.

1) Un utente sa che il valore della sua resistenza di carico dovrebbe essere di $880\ \Omega$. Egli ne vuole calcolare l'assorbimento di corrente, avendo una tensione di $220\ \text{V}$. A tal fine sulla Figura 2 basta coprire con un dito la grandezza da ricavare (I) e leggeremo il rapporto V/R . Possiamo scrivere allora:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220\ \text{V}}{880\ \Omega} = 0,25\ \text{A}$$

e, misurando con l'amperometro si dovrebbe trovare un valore molto vicino a questo. Se si dovesse misurare una corrente maggiore, allora l'apparecchio va disinserto e bisogna ricercare le cause del maggiore assorbimento di corrente.

2) Se attraverso una resistenza $R = 400\ \Omega$ deve passare una corrente $I = 0,25\ \text{A}$, quale tensione occorre? In questo caso coprendo V si leggerà il prodotto $R \times I$. Risolvendo si ha:

$$V = R \times I = 400 \times 0,25 = 100\ \text{Volt}$$

Un utilizzatore assorbe una corrente di $0,3\ \text{A}$ con una tensione di $27\ \text{V}$. Se si vuole conoscere la resistenza R ,

basta coprire questa grandezza e leggere il rapporto tra V e I . Scriveremo allora:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{27 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} = 90 \, \Omega$$

Parlando del circuito elettrico si era definita caduta di tensione l'effetto della corrente in un utilizzatore o in un elemento qualsiasi di circuito (ad esempio: cavi di collegamento). Adesso si può dire che la *caduta di tensione* non è altro che il prodotto della resistenza dell'elemento in esame per la corrente che l'attraversa.

In un circuito elettrico esistono due importanti condizioni di funzionamento estreme che chiameremo: il funzionamento a vuoto e il funzionamento in corto circuito.

Nel *funzionamento a vuoto* il circuito si trova in una condizione di resistenza infinitamente grande, generalmente causata dall'apertura dell'interruttore, per cui non può scorrere alcuna corrente. Si può pensare ad un generatore rotante (ad es. una dinamo) che, anche con l'interruttore aperto, può continuare a girare, ma che non può immettere corrente nel circuito elettrico che è aperto. Anche una semplice presa di corrente di casa, si trova in condizione di funzionamento a vuoto quando nessuna spina è inserita. Sebbene non scorra corrente, vi è però una tensione e quindi bisogna stare sempre attenti. Ma poiché non scorre corrente, la caduta di tensione interna del generatore è nulla, per cui la tensione ai morsetti è uguale alla forza elettromotrice della sorgente: $V = E$.

L'altra condizione estrema è quella di funzionamento in *corto circuito*. In questo caso la resistenza del circuito è talmente piccola da poter essere considerata praticamente nulla. Un corto circuito si ha, ad esempio, quando i poli di una batteria di una torcia elettrica vengono in diretto contatto tra loro oppure quando in un cordone per la spina di un elettrodomestico l'isolante presenta un taglio od una smangiatura e i due fili o trecce di rame vengono fra loro in contatto: si stabilisce allora una fortissima corrente che può divenire pericolosa.

In questo caso la corrente di corto circuito è limitata solo dalla bassa resistenza interna della sorgente, si ha allora una corrente molto elevata:

$$I_c = \frac{E}{R_i}$$

Nella pratica, per evitare questo, si ricorre a un interruttore di sicurezza, o a un fusibile, che intervengono automaticamente aprendo il circuito e riportando il funzionamento a vuoto, con corrente $I = 0$.

Queste prime nozioni di elettrotecnica ci permettono di fare alcune importanti considerazioni sugli effetti dell'elettricità sul corpo umano.

Il corpo umano presenta una resistenza di valore incerto e variabile, prevalentemente concentrata sulla pelle, (le parti interne, per la loro stessa costituzione, hanno una bassissima resistenza).

La resistenza della pelle è variabile a seconda delle condizioni d'ispessimento, di umidità e uniformità. I valori misurabili oscillano tra poche centinaia ed alcune migliaia di ohm.

Quando viene in contatto con parti in tensione il corpo può essere attraversato da una corrente di intensità I che obbedisce alla legge di Ohm:

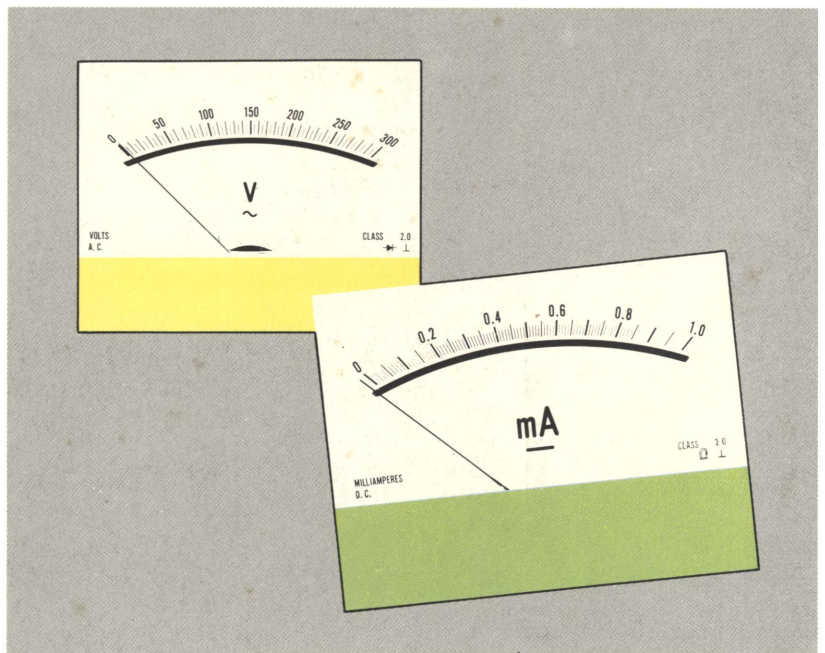
$$I = \frac{V}{R}$$

Il grado di pericolosità è legato direttamente a questa. A seconda dell'intensità si possono avere i se-

guenti effetti:

- Per valori compresi tra 1 e 5 mA (millesimi di ampe-
re) la corrente non è pericolosa e non viene neppure percepita.
- Con valori tra 5 e 30 mA si avverte la scossa elettrica con possibilità di contrazioni dei muscoli e tendenza all'incollamento del soggetto alla parte metallica in tensione.
- Per valori compresi tra 30 e 80 mA le contrazioni si estendono alla cassa toracica ed ai muscoli del cuore con disposizione allo svenimento sopra i 50 mA.
- Oltre 80 mA si ha la fibrillazione cardiaca e paralisi dei centri nervosi respiratori. L'effetto è quasi sempre mortale.

È importante che, in ogni caso, il corpo sia convenientemente isolato verso terra, perché così si può limitare il più possibile la corrente che lo attraversa. È indispensabile quindi, quando si vuole eseguire una riparazione in un impianto casalingo sotto tensione, isolarsi a dovere salendo su di una pedana di legno;



**Due strumenti di misura:
voltmetro e
amperometro.**

non ci si deve mai appoggiare imprudentemente al muro o toccare il soffitto con una mano mentre, con l'altra, si è in contatto con il conduttore di tensione. Meglio ancora è lavorare su conduttori non in tensione; aprendo, preventivamente, l'interruttore che comanda il circuito che si vuole riparare.

Un nemico insidioso è l'acqua, (non quella distillata) che abbassa notevolmente il valore della resistenza del corpo umano. Se disponete di un ohmmetro provate a misurare la resistenza del vostro corpo in condizioni normali e dopo esservi bagnati le mani. I due valori che rileverete saranno molto differenti fra loro, alta resistenza nel primo caso, bassa nel secondo; il che vuol dire per la legge di Ohm che, a parità di tensione, mentre in condizioni normali la corrente è compresa tra i 5 e i 30 mA, se bagnati supererà ampiamente i 30 mA divenendo mortale.

Nel bagno quindi bisogna assolutamente evitare il contatto con conduttori di tensione. È per questo che il pulsante di chiamata per il campanello non si disporrà all'altezza della vasca, ma in alto verso il soffitto; azionato da un filo isolante (di seta o di nylon).

Collegamenti nei circuiti

I tipi di collegamenti nei circuiti sono fondamentalmente due: il collegamento serie e quello parallelo. Analizzeremo separatamente il collegamento fra generatori e quello fra resistenze.

Il *collegamento in serie fra due o più generatori* si esegue collegando il morsetto "+" di uno di essi col morsetto "-" di quello successivo e così via. L'ultimo morsetto "+" rimasto libero sarà il polo positivo del generatore risultante dalla serie, mentre il primo morsetto

possiamo scrivere:

$$R_{\text{totale}} \times I = R_1 \times I + R_2 \times I + R_3 \times I = (R_1 + R_2 + R_3) \times I$$

cioè:

$$R_{\text{totale}} = R_1 + R_2 + R_3$$

Possiamo dire dunque: nel collegamento in serie, la resistenza dell'intero collegamento è uguale alla somma delle resistenze singole. La resistenza equivalente delle resistenze di Figura 1, per esempio, con:

$$R_1 = 10 \, \Omega, R_2 = 20 \, \Omega, R_3 = 50 \, \Omega.$$

La resistenza equivalente vale:

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 50 = 80 \, \Omega.$$

Due o più *resistenze* si dicono collegate *in parallelo* se sono sottoposte alla medesima tensione. La Figura 1b dà un esempio di questo tipo di collegamento. La resistenza R_1 assorbe una corrente data da:

$$I_1 = \frac{V}{R_1}$$

così per la R_2 si ha:

$$I_2 = \frac{V}{R_2}$$

e per la R_3 :

$$I_3 = \frac{V}{R_3}$$

Poichè per la resistenza totale R_t si ha:

$$I = \frac{V}{R_t}$$

possiamo scrivere: $I = I_1 + I_2 + I_3$

$$\text{ovvero: } \frac{V}{R_t} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

$$\text{cioè: } \frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Possiamo dunque dire: nel collegamento in parallelo sommando i reciproci delle resistenze singole, si ottiene il reciproco della resistenza totale. Ricordando l'espressione della conduttanza:

$$(G = \frac{1}{R})$$

si può scrivere:

$$G = G_1 + G_2 + G_3;$$

cioè: la conduttanza totale del circuito parallelo è uguale alla somma delle conduttanze singole.

Se consideriamo un circuito con solo due resistenze in parallelo l'espressione che dà la resistenza totale si semplifica:

$$R_t = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

Un risultato appariscente del collegamento in parallelo è questo: la resistenza equivalente (totale) di più elementi in parallelo è più bassa di quella di ogni singolo componente.

Ad esempio, se $R_1 = 2 \, \Omega$ e $R_2 = 8 \, \Omega$ si avrà:

$$R_t = \frac{2 \times 8}{2 + 8} = \frac{16}{10} = 1,6 \, \Omega$$

Se poi le due resistenze fossero uguali, la resistenza equivalente diventerebbe la metà della singola resistenza.

Confrontiamo con un esempio i due tipi di collega-

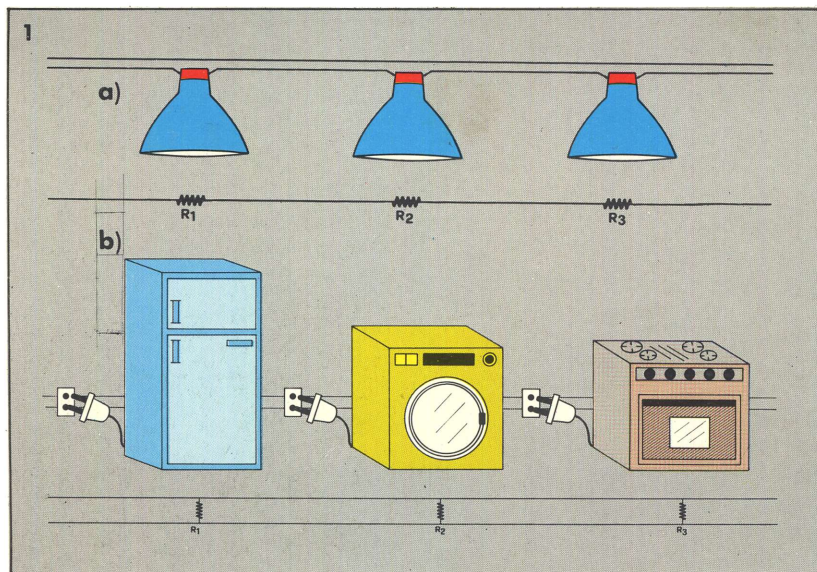


Figura 1.

a) Rappresentazione schematica e pratica di resistenze collegate in serie.

b) Rappresentazione schematica e pratica di resistenze collegate in parallelo.

"—" rimasto libero, sarà il polo negativo. In questo caso le singole forze elettromotrici si sommano; il generatore risultante dalla serie avrà pertanto forza elettromotrice: $E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots$

e ogni generatore sarà percorso dalla stessa corrente.

Per il *collegamento in parallelo dei generatori* si devono unire fra loro tutti i poli positivi e tutti i poli negativi. La forza elettromotrice equivalente è la stessa di ogni singolo generatore, mentre la corrente risultante è la somma delle correnti dei singoli generatori:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

Se due generatori in parallelo non hanno la stessa forza elettromotrice, la differenza fra i due valori genera all'interno del sistema una circolazione di corrente mentre la f.e.m. (forza elettromotrice) equivalente è data dalla media delle due f.e.m. dei generatori:

$$E = \frac{E_1 + E_2}{2}$$

Ci occuperemo adesso del collegamento di elementi circuitali che si possono rappresentare attraverso i loro parametri equivalenti, e cioè le loro resistenze.

Due o più *resistenze* si dicono collegate *in serie* quando sono percorse dalla medesima corrente. Le resistenze rappresentate in Figura 1a sono in serie: la somma delle tensioni applicate ai singoli elementi è pari alla tensione imposta dalla sorgente. Si ha allora:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Essendo:

$$V_1 = R_1 \times I \quad V_2 = R_2 \times I \quad V_3 = R_3 \times I$$

e poichè per tutto il circuito si ha poi:

$$V = R_{\text{totale}} \times I$$

Collegamento	Resistenza equivalente	Corrente	Caduta di tensione
Serie	maggiore di ogni singola resistenza (somma)	uguale per tutte le resistenze	proporzionale alla resistenza di ogni elemento
Parallelo	inferiore alla più piccola delle resistenze componenti	inversamente proporzionale alla resistenza dell'elemento	uguale per tutte le resistenze (e alla tensione di alimentazione del circuito)

menti. Se colleghiamo due lampadine prima in serie e poi in parallelo ad una sorgente di tensione (es. una pila), nel primo caso la tensione si suddividerà fra le due lampadine, mentre nel secondo caso alle due lampade sarà applicata tutta la tensione della pila. Il risultato sarà che circolerà più corrente nel circuito parallelo e quindi le lampade brilleranno di più.

Possiamo riassumere nello specchietto qui sopra la situazione nei due casi.

Si osservi che in un circuito in serie le resistenze non sono indipendenti fra loro poiché l'interruzione di una di esse provoca l'interruzione di tutto il circuito (la corrente non transita più). Nel collegamento in parallelo, invece, l'interruzione di un elemento non influisce sugli altri, provoca solo una riduzione nel valore della corrente totale: negli impianti domestici, infatti, si può spegnere una lampadina o inserire un qualsiasi utilizzatore senza che gli altri ne risentano.

Per quanto riguarda il procedimento di calcolo nei due casi si deve tener presente un fatto pratico: in generale, sia in serie che in parallelo, i dati di partenza sono costituiti dai valori delle resistenze e dalla tensione di alimentazione (costante perché corrisponde alla tensione di rete). Perciò, in entrambi i casi si deve procedere inizialmente al calcolo della resistenza equivalente per conoscere il valore della corrente totale del circuito (vedi esempio più avanti).

I concetti illustrati trovano una pratica applicazione in alcuni dispositivi utilizzati per modificare a piacere le grandezze fondamentali in un circuito elettrico. In particolare si può verificare la necessità di limitare il valore massimo della corrente, indipendentemente dalle caratteristiche dell'utilizzatore a parità di tensione ai morsetti, oppure può essere necessario disporre di una tensione inferiore a quella del generatore.

Nel primo caso si utilizzano dei *reostati*, costituiti da resistori aventi una resistenza che può essere variata a piacere e che sono inseriti in serie al circuito da controllare.

In tal modo la resistenza del reostato si somma a quella dell'utilizzatore e consente così di ridurre il valore della corrente circolante.

Quando si debba ottenere una tensione inferiore a quella fornita dall'alimentazione, si può ricorrere al *circuito potenziometrico o partitore di tensione* il cui funzionamento si basa sulla constatazione che su delle resistenze in serie la caduta di tensione si ripartisce in proporzione alle rispettive resistenze. Come si vede in Figura 2 la tensione di alimentazione può essere suddivisa in uscita a seconda della coppia di morsetti A, B, C, D che si vogliono utilizzare.

Sfruttando le nozioni apprese riguardo alla legge di Ohm ed al collegamento in serie e parallelo di resistenze, risolviamo un semplice problema.

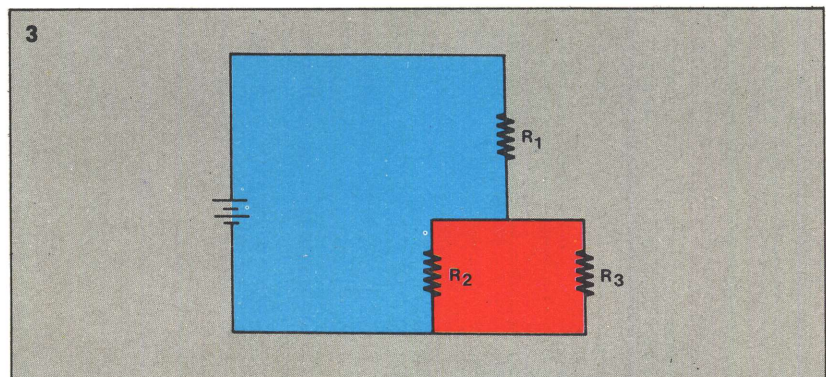
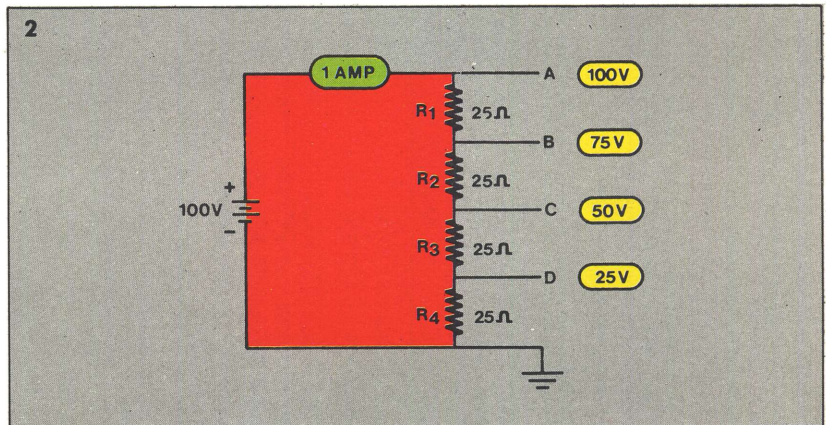
Dato lo schema riportato in Figura 3 sia:

$E = 24 \text{ V}$ la tensione della sorgente;
e $R_1 = 20 \Omega$; $R_2 = 30 \Omega$; $R_3 = 20 \Omega$ il valore delle singole resistenze.

Si vuol sapere qual'è la corrente totale generata, quella nei due rami del parallelo e le cadute di tensione sulle singole resistenze.

Si calcola innanzitutto la resistenza totale del parallelo:

$$R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \times 20}{30 + 20} = \frac{600}{50} = 12 \Omega$$



Questa resistenza è ora in serie con R_1 ; si possono quindi sommare e si ottiene la resistenza equivalente nel circuito:

$$R_E = R_1 + R_{23} = 20 + 12 = 32 \Omega$$

La corrente generata, in base alla legge di Ohm, sarà:

$$I = \frac{E}{R_E} = \frac{24}{32} = 0,75 \text{ A}$$

La caduta di tensione su R_1 è:

$$V_1 = R_1 \times I = 20 \times 0,75 = 15 \text{ V}$$

quella su R_2 e R_3 , essendo in parallelo, sarà uguale e pari a:

$$V_{23} = R_{23} \times I = 12 \times 0,75 = 9 \text{ V}$$

Infine le correnti su R_2 e R_3 saranno rispettivamente:

$$I_2 = \frac{V_{23}}{R_2} = \frac{9}{30} = 0,3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_{23}}{R_3} = \frac{9}{20} = 0,45 \text{ A}$$

Figura 2. Circuito partitore di tensione.

Figura 3. Collegamento serie-parallelo.

Lavoro, Potenza, Rendimento

Il senso comune associa la parola "lavoro" al concetto di fatica. L'identificazione è fatta perchè operando, il corpo umano si affatica. Nella fisica questo concetto ha bisogno di una definizione più esatta, in modo che non abbia riferimenti soggettivi alle capacità fisiche dei singoli uomini.

Vediamo allora di chiarire il senso di questa grandezza.

Viene chiamata *lavoro*, la grandezza corrispondente al prodotto di una forza, applicata ad un corpo, per lo spostamento che essa provoca nel corpo stesso:

$$L = F \times s$$

Un esempio tipico e immediato di lavoro è dato dal sollevamento di un oggetto, effettuato vincendo l'attrazione gravitazionale: io compio un *lavoro* se alzo un corpo con una forza F e lo porto più in alto di s metri. Ma se poi questo stesso oggetto viene lasciato cadere, attratto dalla gravitazione, è allora la forza gravitazionale che compie lo stesso lavoro in senso inverso.

lavoro costituiscono la medesima grandezza fisica, solo che la prima costituisce la "possibilità di fare qualcosa" da parte di un sistema ed il secondo invece "ciò che questo sistema fa". L'unità di misura delle due grandezze è il Joule (simbolo J).

L'energia si manifesta in varie forme e può subire delle trasformazioni. L'energia accumulata dall'oggetto del nostro esempio è detta *potenziale*. Quando questa fa compiere lavoro all'oggetto facendolo cadere verso terra, si trasforma in moto ed è detta *cinetica*.

Se consideriamo un sistema idraulico con serbatoio d'acqua ad un certo livello, collegato con condotte a una turbina sottostante, si può dire che l'acqua possiede inizialmente una energia potenziale; aprendo le valvole, quando l'acqua comincia a scendere ed acquista velocità l'energia diventa cinetica. L'acqua arrivando alle pale della turbina, la mette in rotazione compiendo un lavoro a spese della sua energia cinetica.

In definitiva quindi possiamo dire che il lavoro rappresenta lo stato di passaggio da una forma di energia ad un'altra. Un generatore elettrico che trasforma un'energia qualsiasi (idraulica, termica, chimica) in energia elettrica, compie un lavoro. Un utilizzatore elettrico che riceve energia elettrica e la trasforma in energia meccanica o termica compie anch'esso un lavoro.

Una grandezza derivata dal lavoro o dall'energia è la *potenza*, definita come il lavoro compiuto nell'unità di tempo:

$$P = \frac{L}{t}$$

L'unità di misura della potenza è il *Watt* (*Joule/sec*) (simbolo W) ossia il lavoro di 1 Joule compiuto nel tempo di 1 secondo. In pratica, partendo dalla potenza, si preferisce utilizzare come unità di misura per l'energia elettrica anzichè il Joule, il Wh (wattora) corrispondente a 3600 Joule, oppure il kWh pari a 3.600.000 Joule.

È certamente importante sapere quanta energia viene prodotta da un generatore, ma dobbiamo anche sapere in quanto tempo ciò avviene; e in quanto tempo viene utilizzata. È essenziale allora conoscere questa grandezza.

La potenza elettrica può essere definita partendo da alcune considerazioni. La tensione elettrica non è altro che la forza che spinge le cariche elettriche a muoversi nei conduttori. Il lavoro corrispondente, quindi, è dato dal prodotto della tensione per la quantità di carica spostata. Poichè la quantità di carica che passa nell'unità di tempo attraverso la sezione di un conduttore è la corrente elettrica, il prodotto della tensione per la corrente dà la potenza elettrica:

$$P = V \cdot I$$

Ricordando che $V = R \cdot I$, la potenza si può esprimere anche in questo modo:

$$P = R \cdot I \cdot I = R \cdot I^2$$

Oppure dalla relazione:

$$I = \frac{V}{R}$$

si può scrivere:

$$P = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}$$

Queste relazioni equivalenti danno i tre modi in cui può esprimersi la potenza elettrica, quando siano note le variabili che in essa compaiono.

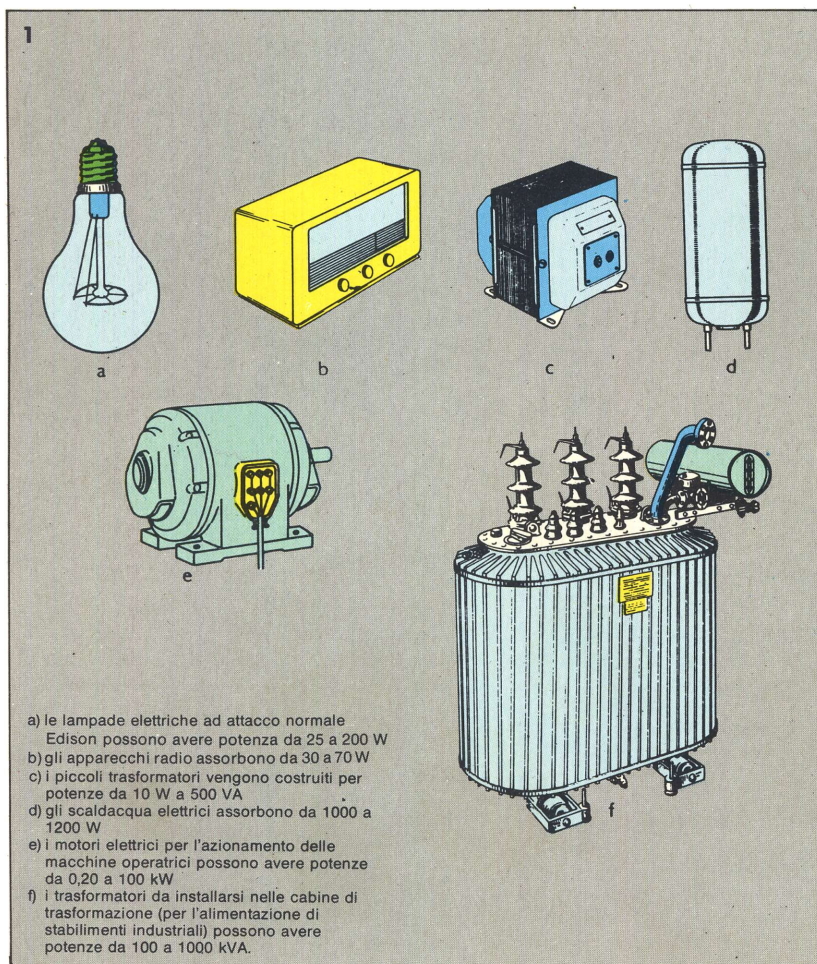
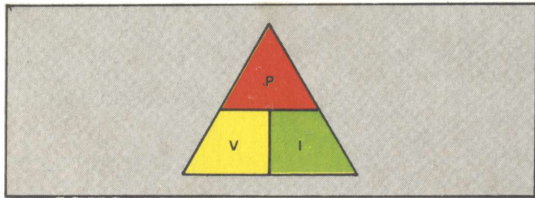


Figura 1. Alcuni esempi di ordini di grandezza delle potenze elettriche.

Attraverso questo esempio è possibile introdurre un'altra grandezza chiamata *energia*, intesa fisicamente come la capacità del sistema di compiere un lavoro. Vediamo di chiarire: io compio un lavoro alzando l'oggetto, ma alzandolo metto l'oggetto in grado di compiere lui stesso un lavoro ricadendo a terra.

Che cosa possiede il sistema (l'oggetto alzato) di diverso da prima per poter compiere un lavoro? Esso è dotato di una certa energia accumulata ovvero, di una certa attitudine a compiere lavoro. Dunque, energia e

Anche per la potenza, come per la legge di Ohm, esiste una rappresentazione figurata che permette di ricordare facilmente il legame tra le tre grandezze.



Coprendo con un dito una alla volta le diverse grandezze da ricavare, la posizione delle altre due determina l'operazione di calcolo conseguente.

Per avere un'idea dei valori di potenza degli apparecchi elettrici riportiamo la Figura 1 (sul retro della scheda).

Altre potenze tipiche sono:

transistori	10 mW - 10 W
suoneria domestica	circa 1 W
valvole radio	1 W - 10 W
ferro da stiro	250 W - 400 W
stufa elettrica	1000 W - 2000 W
lavatrice	3000 W - 5000 W
generatore di centrale elettrica (fra quelli di maggiore potenza)	40.000.000 W (40 MW)

Come già accennato, in un conduttore sottoposto ad una d.d.p., gli elettroni si muovono nella direzione delle forze elettriche. Il loro moto genera, a causa degli urti ed attriti con i nuclei degli atomi fissi, uno sviluppo di calore nel conduttore di resistenza R . Precisamente si converte in energia termica la parte di energia cinetica che gli elettroni perdono nei loro urti ed attriti con i nuclei degli atomi. Quindi, qualsiasi conduttore percorso da corrente si riscalda. Joule ha dimostrato sperimentalmente che la quantità di calore, espressa in joule, prodotta nel tempo t in un conduttore di resistenza R percorso da corrente I , è pari a $R \cdot I^2 \cdot t$. Questo fatto presenta un duplice aspetto, uno positivo e l'altro negativo. L'aspetto positivo consiste nel fatto che la produzione di calore può costituire lo scopo per cui è realizzato un apparecchio elettrico. Fra i vantaggi del riscaldamento elettrico si possono ricordare l'assenza di fumi ed esalazioni che si verificano con i sistemi a combustione, la facilità e rapidità di accensione e la possibilità di regolare facilmente la quantità di calore erogata. D'altro lato, almeno in Italia, vi è il problema economico poiché le tariffe dell'energia elettrica non sono competitive con il costo dei combustibili.

L'aspetto negativo dell'effetto termico, consiste nel fatto che corrisponde ad una energia dissipata lungo i conduttori, il che equivale a energia generata, ma non utilizzata per lo scopo dell'impianto; quindi si tratta di una *perdita* che deve essere tenuta in considerazione nel bilancio economico del funzionamento complessivo.

Approfondiamo questo aspetto introducendo il concetto di *rendimento*. Riferiamo questa definizione al funzionamento di una macchina, tenendo però presente che il concetto è del tutto generale e valido per qualsiasi sistema reale che trasformi energia o potenza.

Sia allora, P_a la potenza assorbita da un generico apparecchio, ossia la potenza che entra in un generatore o in un utilizzatore; P_u la potenza utilizzata, ossia quella che viene impiegata per lo scopo previsto (ad esempio, produzione di energia elettrica nel generatore), e P_p la potenza perduta, cioè dissipata in calore dentro la macchina e non più recuperabile.

Definiamo rendimento della macchina, e si indica con la lettera greca η (si legge eta), il rapporto:

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

fra la potenza utile e la potenza assorbita dalla macchina.

L'espressione si può anche scrivere riferita a P_u :

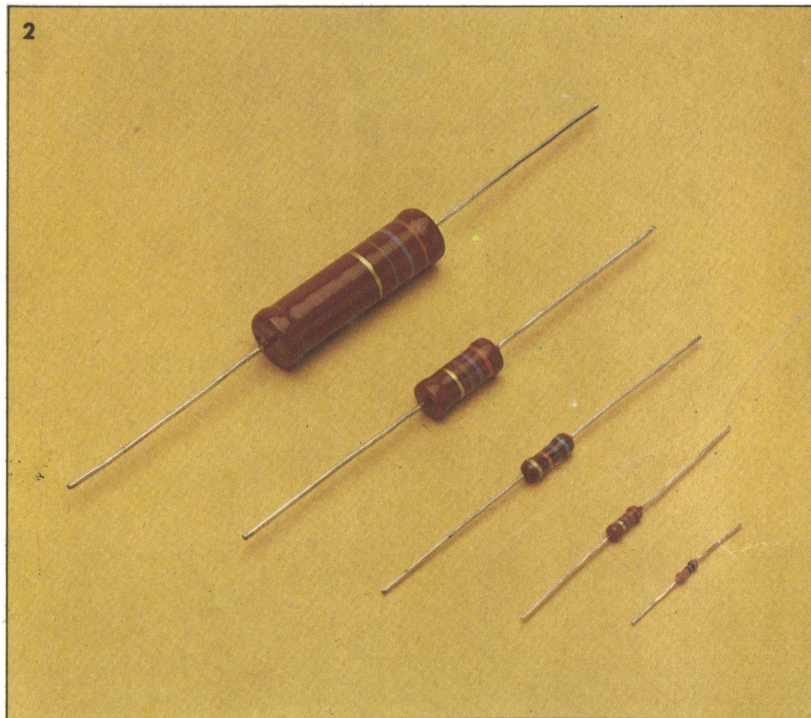
$$P_u = \eta \cdot P_a$$

per cui si può dire che il rendimento è il fattore, sempre minore di uno, che moltiplicato per la potenza assorbita fornisce la potenza utile o resa.

Il rendimento varia da macchina a macchina, sia in relazione al tipo che alle caratteristiche costruttive. Ad esempio una macchina a vapore ha rendimento intorno al 10 - 15%, un motore a scoppio circa il 30%, mentre una macchina elettrica può oltrepassare il 95%.

Il concetto di potenza e le successive valutazioni sulle perdite di potenza in calore permettono di fare altre considerazioni per quanto riguarda la scelta di resistori ad impasto di carbone per esigenze di tipo radiotecnico.

Per selezionare un resistore con sufficiente precisione in modo che non arrechi danno in un dato circuito, sarà innanzitutto necessario determinare la potenza che il resistore dissiperà nel circuito. Si sceglierà quindi un resistore la cui potenza sia di valore più alto (generalmente doppio) di quello calcolato.



La Figura 2 mostra alcuni resistori con valori di potenza compresi tra

$$\frac{1}{10} \text{ W e } 2 \text{ W.}$$

Figura 2. Alcuni resistori con valori di potenza compresi tra 1/10 W e 2 W.

Il resistore da 2 Watt è il più grande resistore ad impasto di carbone normalmente utilizzato in campo elettronico.

Il campo elettrico

Si è visto, parlando di materiali conduttori e isolanti, che esiste un fenomeno di elettrizzazione dei corpi capace di generare delle forze. Per meglio rendercene conto facciamo una semplice esperienza.

Strofiniamo una bacchetta di ebanite con un panno di lana e poi appendiamola con uno spago sottile per il suo punto di mezzo, in modo che rimanga orizzontale, ma nello stesso tempo possa ruotare. Se le avviciniamo ad un estremo un'altra bacchetta di ebanite, anch'essa strofinata con un panno di lana, la bacchetta appesa verrà respinta. Se invece le avviciniamo una bacchetta di vetro, sempre strofinata, invece di una repulsione si otterrà un'attrazione. Questo fenomeno lo possiamo spiegare associando allo strofinio della bacchetta di ebanite una elettrizzazione negativa e a quella della bacchetta di vetro una elettrizzazione di tipo positivo.

L'esperienza ci dice che: cariche elettriche di segno uguale si respingono, cariche di segno opposto si attraggono. In altre parole le cariche opposte presenti su corpi diversi tendono ad annullarsi reciprocamente, poichè esse si attirano e, se i corpi vengono in contatto, si compensano annullandosi.

accumulate in un dato corpo conduttore o isolante. In entrambi i casi, comunque, la carica elettrica viene misurata in Coulomb (simbolo C).

Passiamo adesso a definire la legge che governa i fenomeni di attrazione o repulsione tra cariche elettriche. La possiamo enunciare così: la forza di attrazione (o repulsione) che agisce su due cariche elettriche è proporzionale al loro prodotto, inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza e dipende dalla natura dell'isolante che le separa. (La dipendenza del quadrato della distanza fa sì che, all'aumentare di questa, la forza diminuisca notevolmente).

È importante comunque osservare due fatti: primo che l'interazione avviene a distanza, ossia che i corpi elettricizzati siano in contatto tra loro; secondo che tali forze si esercitano anche nel vuoto, cioè anche se tra le cariche non esiste materia, né conduttori o isolanti.

Se poniamo una carica elettrica in uno spazio vuoto, essa resta dove la si pone; ma se essa si trova immersa in una porzione di spazio influenzata da un'altra carica, comincerà a muoversi per effetto delle forze coulombiane, avvicinandosi o allontanandosi a seconda

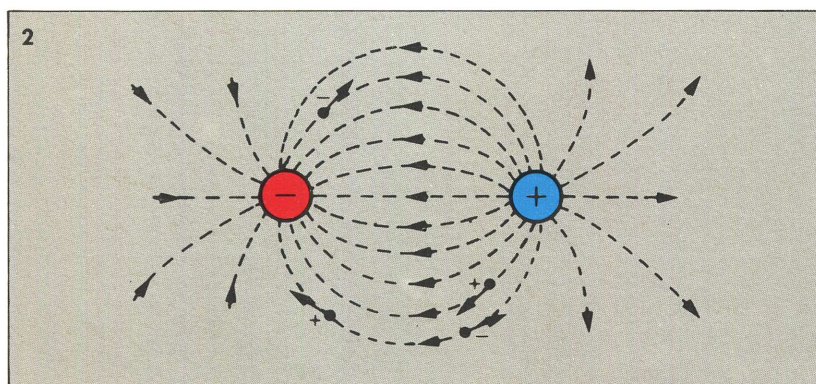
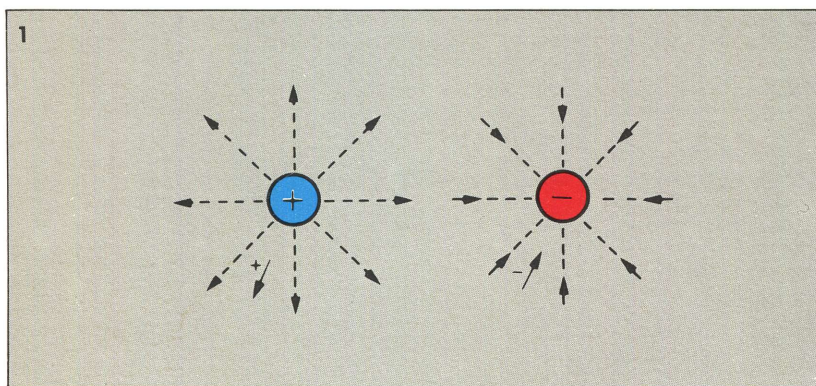
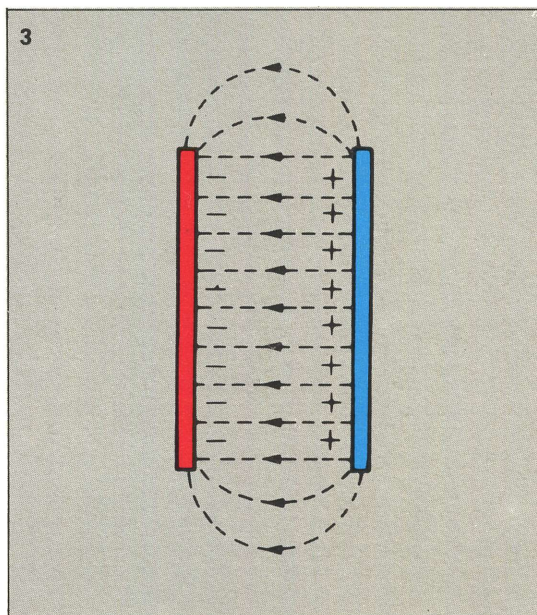


Figura 1. Segno convenzionale delle linee di forza.

Figura 2. Andamento delle linee di forza fra due corpi carichi di segno opposto: esse partono da quello positivo e raggiungono quello negativo.

Figura 3. Linee di forza parallele e uniformemente distribuite: il campo elettrico è uniforme.

Anche se questi discorsi sono stati fatti per materiali isolanti, tuttavia rimangono validi anche per i conduttori: in questo caso occorre però tenere presente che le cariche elettriche si possono muovere, quindi il conduttore deve essere isolato, ciò che non è invece necessario per i corpi isolanti. Se però vogliamo passare da un discorso parzialmente qualitativo ad uno quantitativo, dobbiamo introdurre il concetto di quantità di elettricità. Questa grandezza richiama quella che avevamo definito, parlando di cariche elettriche nei conduttori, come numero di elettroni (e quindi anche di cariche elettriche) transitati attraverso un circuito. In effetti si tratta della stessa grandezza valutata in circostanze differenti. Mentre prima questa era l'insieme di cariche che si muovono in un circuito, adesso, in elettrostatica, la quantità di elettricità rappresenta l'insieme di cariche elettriche che si trovano



del suo segno. Si dice allora che nello spazio vuoto dove esiste una carica si produce un campo elettrico che possiamo definire quindi come la regione dello spazio in cui si manifestano delle forze elettriche sui corpi elettricizzati che vi vengono introdotti.

Un campo elettrico è rappresentato dalle sue linee di forza: le traiettorie che compie un corpo elettrizzato quando vi viene immerso. Per convenzione queste linee si allontanano dai corpi elettrizzati positivamente e vanno verso quelli elettrizzati negativamente, Figura 1.

Se il campo viene prodotto da due cariche di segno opposto, possiamo constatare che le linee di forza escono dalla carica positiva e convergono verso quella negativa.

Osservando il campo elettrico di Figura 2 possiamo fare le seguenti considerazioni. Le linee di forza vanno da un elettrodo all'altro e sono sempre normali al punto della superficie degli elettrodi da cui partono o su cui arrivano.

Quando le linee di forza sono tra loro parallele e uniformemente distribuite (Figura 3), il campo elettrico è detto uniforme.

Parlando di lavoro ed energia avevamo introdotto il concetto di *energia potenziale*, riferendolo al caso di

un oggetto tenuto sospeso, soggetto all'attrazione gravitazionale che appena è lasciato libero, cade. Ciò vuol dire che la terra produce un *campo gravitazionale* che attira gli altri corpi, in analogia con il caso delle cariche elettriche. Esiste quindi, sempre per analogia, una *energia potenziale elettrostatica* dei campi elettrici e la possibilità di ricavarne lavoro. Poichè il lavoro ricavabile dipende, nel caso elettrico, dalla differenza

mità mentre l'altra risulterà positiva per la perdita degli elettroni. Se il conduttore B, caricato per induzione, viene collegato a terra, le sue cariche dello stesso segno di quelle del conduttore inducente A emigrano verso la terra, per cui B rimarrà elettrizzato (finchè perdura l'azione del campo creato dal corpo conduttore A) con cariche di segno contrario a quelle di A. L'induzione elettrostatica su un campo metallico è



Nella foto, un tipico effetto di un intenso campo elettrico è il fulmine.

Figura 4. Corpo conduttore (B) caricato per induzione elettrostatica.

di potenziale oltre che dalla carica elettrica in gioco, allora in un campo elettrico esiste una differenza di potenziale fra due corpi elettrizzati di polarità opposte che sarà corrispondente alla tensione misurabile fra di essi. Ma se noi consideriamo un corpuscolo posto in un punto intermedio fra i due, è evidente che la sua d.d.p. rispetto ai corpi che generano il campo, avrà un valore intermedio decrescente dalla carica positiva alla negativa, come decresce l'energia potenziale di un oggetto man mano che lo avviciniamo al suolo, cioè al punto verso il quale è attratto.

Poichè l'andamento delle linee di forza del campo elettrico non è sempre lineare, la d.d.p. tra vari punti non è sempre la stessa. È opportuno quindi definire come varia l'*intensità di campo elettrico* da un punto all'altro, ovvero come diminuisce il potenziale dentro il campo. Indicando con K l'intensità di campo elettrico o *forza elettrica* vale la relazione:

$$K = \frac{V}{d}$$

dove V è la d.d.p. tra due punti qualsiasi del campo e d è la distanza tra gli stessi. L'unità di misura di questa grandezza è:

$$\frac{V}{m} \quad \text{o} \quad \frac{V}{cm}$$

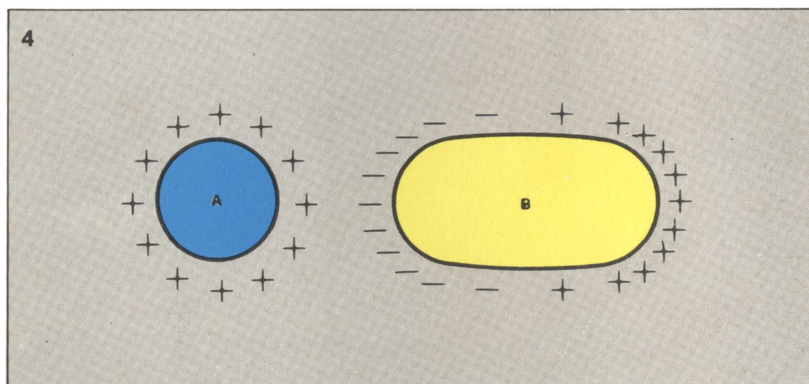
oppure i multipli:

$$\frac{kV}{cm} \quad \text{o} \quad \frac{kV}{mm}$$

Se si considera un campo uniforme del tipo visto precedentemente l'intensità del campo si mantiene costante in ogni punto.

Abbiamo supposto finora che un corpo può essere caricato per strofinio. Vediamo adesso come un conduttore può essere caricato anche per *induzione elettrostatica*. Se nel campo del conduttore elettrizzato A (vedi Figura 4) ci portiamo un corpo metallico B isolato ed allo stato neutro, questo si elettrizza per induzione assumendo cariche di segno contrario a quelle del conduttore A sulla superficie ad esso affacciata e cariche dello stesso segno sulla superficie più lontana.

Ciò è dovuto al fatto che gli elettroni liberi del corpo indotto B subiscono la forza del campo elettrico andando ad accumularsi in superficie ad una sua estre-



constabile anche se è posto all'interno di un campo elettrico uniforme. In seno al conduttore gli elettroni si muovono portandosi verso l'estremo più vicino al polo positivo del campo. Naturalmente, se il conduttore viene estratto dal campo, gli elettroni non sono più soggetti alla forza coulombiana di attrazione e tendono a riportarsi in una distribuzione uniforme.

Quanto si è detto a proposito della distribuzione di cariche elettriche entro i conduttori immersi in un campo elettrico consente di trarre un'altra importante conclusione: *nell'interno dei conduttori non si può avere mai un campo elettrico*. Infatti se ciò non fosse vero, all'interno del conduttore esisterebbero delle d.d.p. e quindi le cariche elettriche, trattandosi di un conduttore, sarebbero sollecitate a spostarsi annullando quindi il campo stesso. Le cariche elettriche quindi si accumulano sempre alla superficie dei conduttori e vi occupano uno strato tanto più sottile quanto maggiore è il potenziale al quale il conduttore si trova.

Il fatto che all'interno dei conduttori non esiste campo elettrico viene sfruttato per costruire degli schemi elettrostatici, come la *gabbia di Faraday*, costituiti da una parte metallica che si pone a protezione di apparecchiature delicate per evitare che siano influenzate da campi elettrici esterni.

Metodi risolutivi

La legge di Ohm vista in precedenza, pur rimanendo la legge fondamentale dei circuiti elettrici, da sola non è comunque sufficiente a risolvere i diversi e complessi circuiti che si possono presentare nella pratica. Una generica rete elettrica può infatti essere costituita da un insieme molto complesso di elementi che si riuniscono fra di loro a formare i vari lati della rete stessa. (Viene chiamato *nodo* ogni punto nel quale convergono tre o più lati, *maglia* un circuito chiuso formato da tre o più lati consecutivi).

La rete elettrica in Figura 1 contiene cinque nodi A, B, C, D ed E e quattro maglie I, II, III e IV. Quando ci troveremo di fronte a reti così complesse per calcolare i valori delle correnti che circolano nei vari lati ricorremo ai *principi di Kirchhoff*.

algebraica delle cadute di tensione nei detti lati.

Se assumiamo positive le correnti che nel circuito hanno il verso destrorso, e negative quelle con verso sinistrorso, avremo per il circuito di Figura 3:

$$E_1 - E_3 = R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4$$

che può essere scritta in modo equivalente, dicendo che in ogni maglia chiusa, la somma algebrica delle tensioni sui vari lati è sempre uguale a zero. Cioè:

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DA} = 0$$

Oltre ai due principi esistono altri metodi di Kirchhoff risolutivi molto interessanti, uno di questi va sotto il nome di Thevenin. Questo metodo, detto anche del generatore equivalente, consente di semplificare in

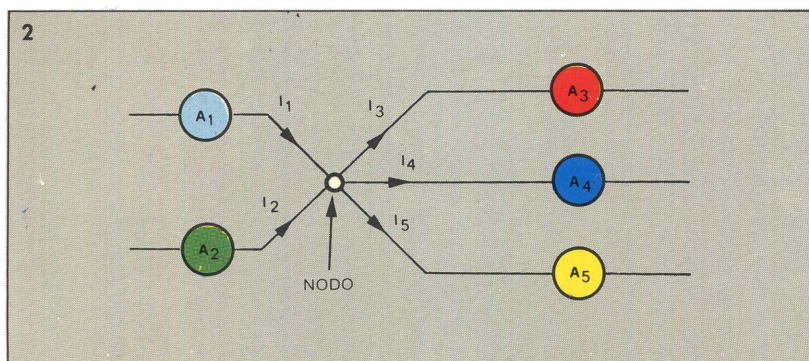
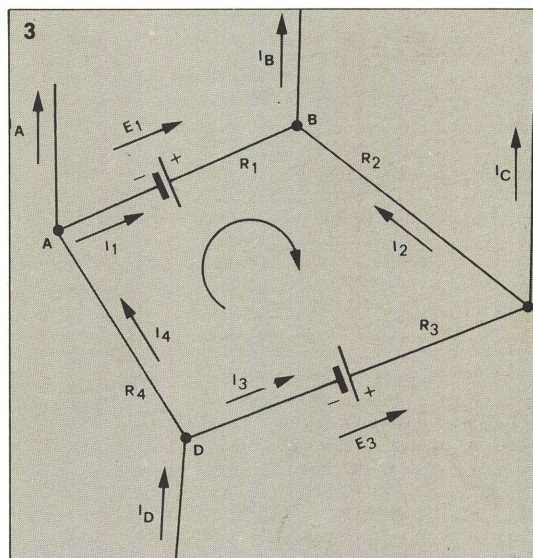
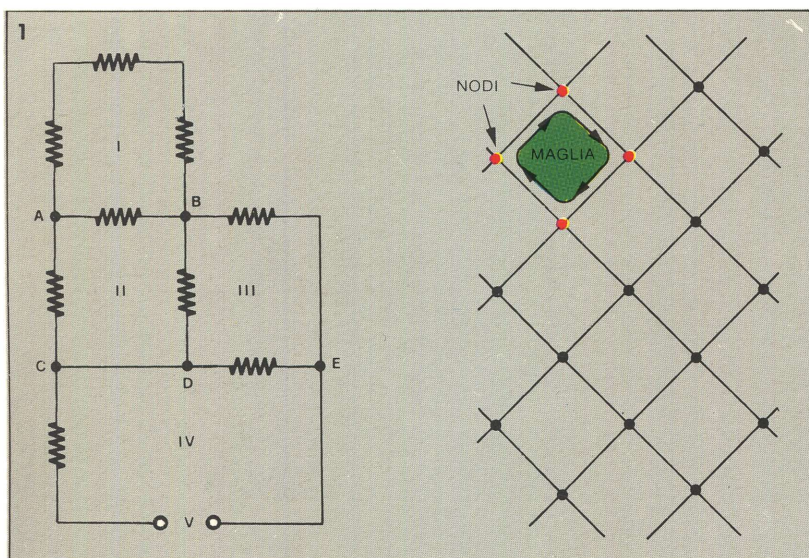


Figura 1. Esempio di rete elettrica in cui sono evidenziati cinque nodi e quattro maglie.

Figura 2. Analisi di un nodo, mediante il 1° principio di Kirchhoff.

Figura 3. Analisi di una maglia mediante il 2° principio di Kirchhoff.

1° principio:

In ogni nodo di un sistema di conduttori, la somma delle correnti entranti nel nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti da questo.

Osservando la Figura 2 si ricava:

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

Se consideriamo positive le correnti entranti nel nodo e negative quelle uscenti, otterremo che la loro somma algebrica è nulla, sicché nel caso in esame si può scrivere,

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

2° principio:

In ogni maglia di un circuito la somma algebrica delle f.e.m. agenti nei suoi lati, uguaglia la somma

molti casi il calcolo relativo a un ramo di una rete complessa operando la sostituzione dell'intera rete con un generatore ideale di forza elettromotrice.

Il metodo risolutivo di Thevenin dice che: "in un qualsiasi ramo di una rete circola una corrente uguale a quella che vi circolerebbe se tutta la rete venisse sostituita da un circuito equivalente costituito da un generatore ideale di f.e.m. e da una resistenza in serie".

La f.e.m. di tale generatore corrisponde alla differenza di potenziale che la rete produce ai capi aperti del ramo in esame, la resistenza in serie, invece, alla resistenza equivalente della rete priva dei generatori.

La Figura 4 riporta un esempio di circuito di cui si vuol conoscere la corrente relativa al ramo A-B. Il circuito equivalente secondo l'enunciato di Thevenin è indicato a fianco. Per la valutazione della f.e.m. del generatore ideale, si calcola la caduta di tensione tra A e B del circuito in Figura 4b. Nell'eseguire questo calcolo fate attenzione al fatto che, se vi sono resistenze in serie al ramo aperto (in questo caso A-B), esse non influiscono sulla valutazione della differenza di potenziale perchè non sono percorse da corrente e quindi non danno luogo a cadute di tensione.

Per trovare la resistenza in serie al generatore, invece si considera il circuito di Figura 4c e se ne calcola, con i metodi già visti, la resistenza equivalente.

I due parametri equivalenti così trovati, possono essere sostituiti a tutta la rete, e gli effetti che si provocano sono sempre uguali a quelli provocati dalla rete reale. In tal modo vengono molto semplificati i calcoli.

Un altro principio utilizzabile nelle risoluzioni dei circuiti elettrici complessi è il principio di sovrapposizione degli effetti, valido in tutti i campi della fisica,

può essere enunciato in svariati modi, uno dei quali, del tutto generale, può essere questo: l'effetto di più cause agenti insieme uguaglia la somma degli effetti di ciascuna causa agente separatamente. Se consideriamo come causa le singole forze elettromotrici agenti nel circuito e come effetti le correnti nei singoli rami, le singole correnti si possono ottenere come somma delle correnti parziali (su ogni ramo) dovute alle forze elettromotrici prese separatamente. Adoperando questo metodo bisogna fare attenzione alle seguenti considerazioni:

- quando si toglie dalla rete un generatore di forza elettromotrice, occorre ripristinare la continuità del circuito ponendo al posto del generatore un corto circuito oppure, essendo il generatore reale, la sua resistenza interna.
- la somma delle singole correnti è intesa come somma algebrica per cui va tenuto conto del segno delle singole grandezze.

Ci sono altri metodi ancora per la risoluzione dei circuiti, tra questi vogliamo metterne in evidenza uno molto utile e semplice basato sulla conoscenza della potenza elettrica il principio di conservazione dell'energia.

Questo principio afferma che se un sistema è isolato, la sua energia totale si conserva, resta cioè costante. In altre parole l'energia di un sistema può trasformarsi in una forma o in un'altra (ad esempio da potenziale in cinetica), ma la sua quantità totale è sempre la stessa. Parlando di circuiti elettrici si preferisce estendere questo concetto alle potenze. Innanzitutto partendo dalla definizione di potenza elettrica, applichiamo ai singoli elementi del circuito elettrico. Si ha:

- Potenza corrispondente ad energia erogata dal generatore: $P_e = E \cdot I$, essendo E la f.e.m. del generatore.
- Potenza corrispondente ad energia ceduta esternamente da un utilizzatore attivo in altra forma (ad esempio meccanica): $P_u = E' \cdot I$, essendo E' la cosiddetta forza controelettromotrice dell'utilizzatore attivo.
- Potenza corrispondente ad energia dissipata nelle linee o in un utilizzatore passivo: $P_p = V \text{ c.d.t.} \cdot I^2$, essendo $V \text{ c.d.t.}$ la relativa caduta di tensione e R la resistenza della linea o dell'utilizzatore.
- Potenza corrispondente ad energia elettrica transitante in una sezione di un circuito: $P = V \cdot I$, essendo V la tensione che si misura fra i due conduttori in quella sezione del circuito.

Per poter fare un bilancio fra queste potenze occorre definire una convenzione di segno: considereremo positiva l'energia erogata dal generatore, e negative quelle che il sistema elettrico cede in qualsiasi modo all'esterno.

Se vogliamo applicare il principio di conservazione dell'energia alle potenze in un circuito elettrico avremo l'eguaglianza tra le potenze generate e quelle utilizzate in qualsiasi modo (comprese le perdite nelle linee).

$$P_e = P_u + P_p$$

o utilizzando le convenzioni di segno sopra dette:

$$P_e - P_u - P_p = 0$$

che sostituendo le singole relazioni dette, ci dà:

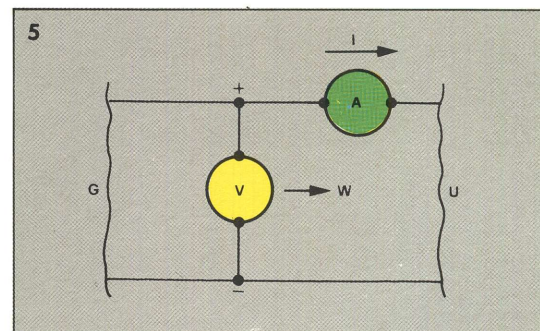
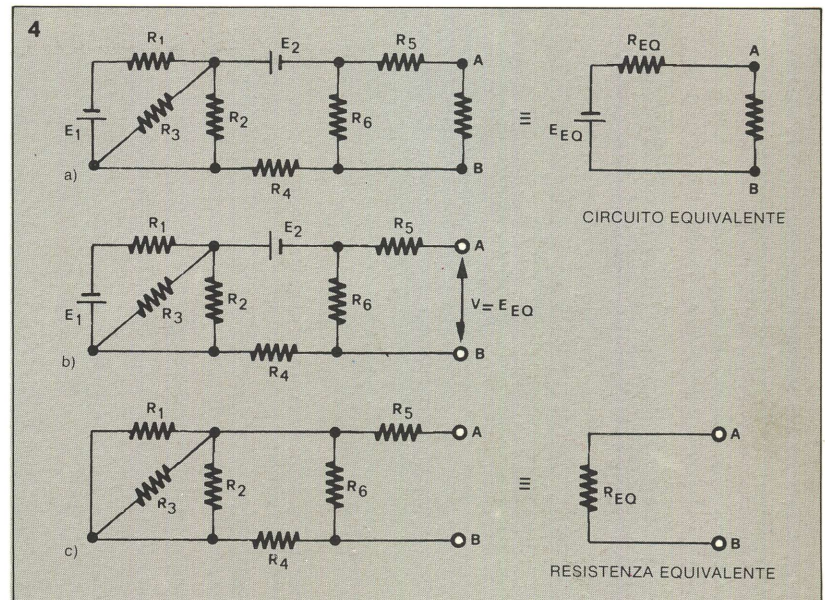
$$E \cdot I = E' \cdot I + V \text{ c.d.t.} \cdot I$$

Considerando quanto detto a proposito della convenzione di segno di generatori e utilizzatori, si può identificare il flusso di potenza vedendo se la corrente esce dal polo positivo (generatore, pila) o entra dal polo positivo (utilizzatore). Questa convenzione inoltre permette anche di valutare il senso dell'energia transitante in un circuito.

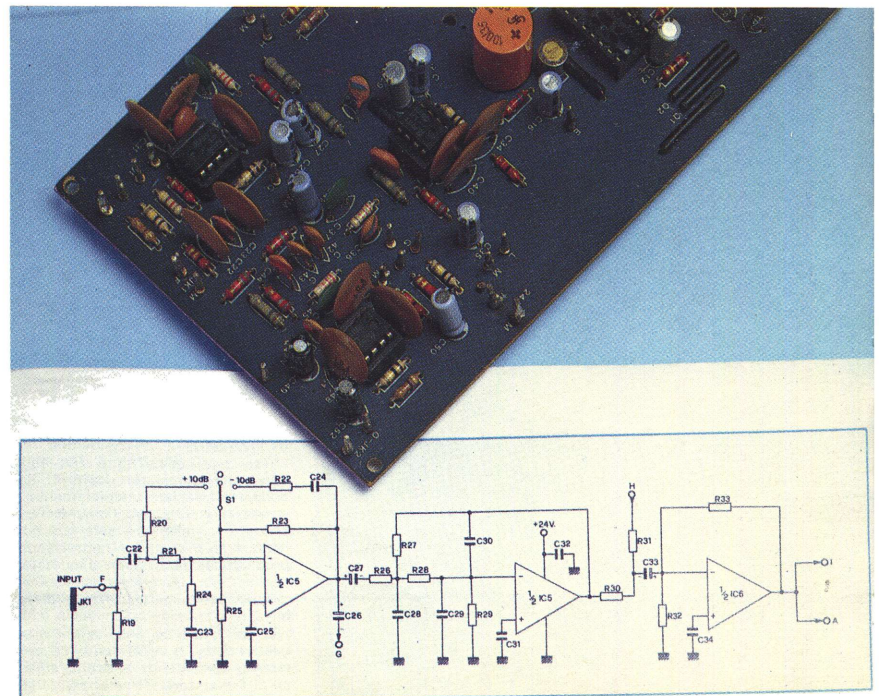
Quello che è importante osservare è che più potenze, siano esse erogate o utilizzate, vanno sempre sommate. Se cioè, si ha a che fare con generatori collegati

in serie o in parallelo, le relative potenze si sommano per avere la totale potenza erogata. Lo stesso vale per quanto riguarda gli utilizzatori e le linee. È quindi sempre valido il principio di conservazione dell'energia, cioè che "tanta energia entra, tanta ne deve uscire" indipendentemente dai collegamenti effettuati.

Figura 4. Risoluzione di un circuito elettrico mediante Thevenin.



Nella foto, la progettazione o l'analisi di qualsiasi apparecchiatura elettronica parte dallo studio del relativo circuito elettrico, mediante i metodi risolutivi presentati.



Il condensatore

Consideriamo un campo elettrico uniforme agente sugli atomi di un isolante. L'effetto che si può osservare è il seguente: il nucleo positivo sarà attratto verso la parte negativa del campo, mentre gli elettroni tenderanno verso quella positiva (Figura 1).

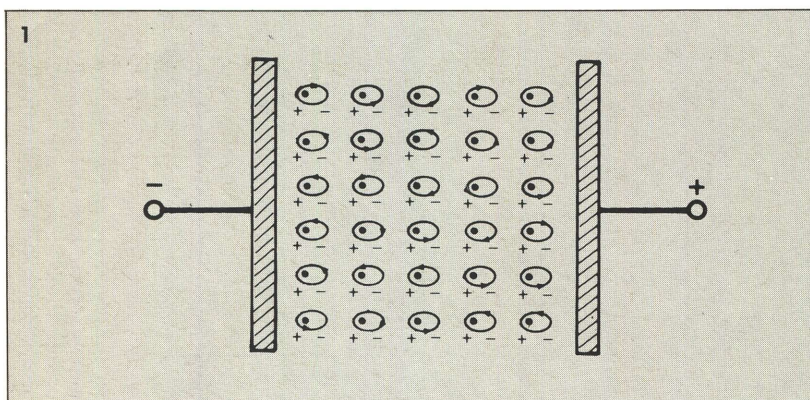


Tabella 1. Costanti dielettriche relative.

Materiale	ϵ_r	Materiale	ϵ_r
Ambra	3	Legno paraffinato	5
Bachelite	6	Mica chiara	6
Carta impregnata per cavi	3	Micanite	5
Carta manila	2	Olio da trasformatori	2,5
Carta paraffinata	4	Presspan	4,5
Celluloide	3	Paraffina	2
Ebanite	3	Porcellana	5
Fibra rossa	2	Tela sterlingata	4,5
Gomma vulcanizzata	3	Vetro in lastra	6

Tabella 2. Multipli e sottomultipli di 10

Abbrev.	Prefisso			Denominazione
G	giga	10^9	1.000.000.000	Miliardi
M	mega	10^6	1.000.000	Milioni
k	chilo	10^3	1.000	Migliaia
h	etto	10^2	100	Centinaia
D	deca	10	10	Decine
		1	1	Unità
d	deci	10^{-1}	0,1	Decimi
c	centi	10^{-2}	0,01	Centesimi
m	milli	10^{-3}	0,001	Millesimi
μ	micro	10^{-6}	0,000.001	Milionesimi
n	nano	10^{-9}	0,000.000.001	Miliardesimi
p	pico	10^{-12}	0,000.000.000.001	Trilionesimi

$M\Omega$ = megaohm = 1.000.000 Ω
 kV = kilovolt = 1.000 V
 mA = milliampere = 0,001 A
 μF = microfarad = 0,000.001 F
 pF = picofarad = 0,000.001 μF = 0,000.000.000.001 F

Figura 1.
Rappresentazione schematica degli atomi di un dielettrico entro un campo elettrostatico, con le orbite elettroniche spostate verso la parte positiva del campo.

Ogni atomo, pertanto, si presenterà come un piccolissimo corpo che ha da una parte un eccesso di carica positiva e dall'altra un eccesso di carica negativa. Tutto il dielettrico quindi risulterà in uno stato di tensione elettrica chiamata *polarizzazione dielettrica*.

In altre parole, possiamo dire che, sotto l'effetto di una forza elettrica, l'induzione conseguente *polarizza* il dielettrico.

Il coefficiente di proporzionalità tra induzione e forza elettrica è chiamato *costante dielettrica* e caratterizza la natura del dielettrico. Più esattamente definia-

mo questa come l'attitudine di un corpo isolante a immagazzinare cariche elettriche.

La costante dielettrica viene simbolicamente rappresentata con la lettera greca ϵ (epsilon) ed è misurata in:

$$\frac{\text{farad}}{\text{metro}} \left(\frac{F}{m} \right)$$

Per il vuoto e praticamente anche per l'aria, il suo valore è:

$$\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$$

Per gli altri isolanti, solidi o liquidi, si preferisce utilizzare, anziché il valore assoluto ϵ , troppo complicato, il valore relativo ϵ_r , detto *costante dielettrica relativa*.

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Nella Tabella 1 vengono riportate le costanti dielettriche relative, di alcuni materiali isolanti.

Il campo elettrico considerato finora, si ottiene in pratica fra due lamine metalliche, dette *armature*, separate tra loro da un isolante-solido, liquido o gassoso. Un sistema del genere è in grado di immagazzinare energia elettrostatica, quando viene alimentato da una tensione continua, e prende il nome di *condensatore*, rappresentato simbolicamente con due tratti di linea paralleli.

Si definisce capacità di un condensatore, e si indica con C, il rapporto tra la carica elettrica Q sulle armature e la tensione V applicata:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Questo parametro esprime attitudine di un condensatore ad accumulare cariche elettriche e quindi energia nel dielettrico. La sua unità di misura è il farad (simbolo F): un condensatore ha la capacità di 1 farad quando, applicando la tensione di 1 V alle sue armature, esse assumono la carica di 1 coulomb.

In pratica un simile condensatore è irrealizzabile. Si tratta infatti di un valore molto elevato, per cui di solito vengono usati i suoi sottomultipli: microfarad, nanofarad e picofarad. A tale proposito riassumiamo nella Tabella 2 i multipli e sottomultipli di 10, impiegati in generale in elettronica, e il loro rapporto riferito all'unità di grandezza.

L'esperienza insegna che la capacità di un condensatore ad armature piane è:

- direttamente proporzionale alla superficie affacciata della armature (S);
- inversamente proporzionale alla distanza (d) tra le armature;
- dipendente dalla natura del dielettrico interposto fra le armature (costante dielettrica ϵ).

Si può quindi scrivere:

$$C = \epsilon \cdot \frac{S}{d}$$

Agendo sui parametri detti si possono ottenere, perciò, condensatori di capacità diverse e si può altresì comprendere il criterio che ha guidato nella realizzazione dei vari tipi: normalmente si cerca di ottenere i massimi valori di capacità con il minimo volume.

Quando è nota la capacità di un condensatore e si vuole calcolare la carica elettrica sulle armature si può utilizzare la relazione inversa:

$$Q = C \cdot V$$

Se invece si vuole ricavare la tensione occorrente per ottenere la carica Q si scriverà:

$$V = \frac{Q}{C}$$

Riportiamo ora un semplice esempio di calcolo che mette in evidenza e chiarisce ulteriormente quanto

appena detto. Un condensatore a lastre piane tra loro distanti 5mm ed aventi una superficie di 400 cm² per armatura, viene collegato ad una tensione di 500 V. Calcoliamo la capacità e la quantità di elettricità assorbita dal condensatore.

Portando la sezione S in m² e la distanza d in m, si ha per il valore della capacità:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} = 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0,04}{0,005} = 7,088 \cdot 10^{-11} \text{ F.}$$

La quantità di elettricità assorbita pertanto sarà:

$$Q = C \cdot V = 500 \cdot 7,088 \cdot 10^{-11} = 3,544 \cdot 10^{-8} \text{ coulomb.}$$

Se ora, tolti i collegamenti con la linea di tensione, le due piastre (isolate) vengono allontanate tra loro di 2 cm, quale valore raggiungerà la d.d.p. tra le piastre stesse?

Per il fatto che viene modificata la capacità del condensatore:

$$C' = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d'} = 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0,04}{0,02} = 1,772 \cdot 10^{-11} \text{ F.}$$

il valore V' della d.d.p. tra le piastre (Q non può variare essendo il condensatore isolato) diventerà:

$$V' = \frac{Q}{C} = \frac{3,544 \cdot 10^{-8}}{1,772 \cdot 10^{-11}} = 2000 \text{ V}$$

Inoltre, se tra due piastre, isolate e cariche, si interpone una lastra di vetro ($\epsilon_r = 6$), spessore 20 mm, quale nuovo valore assumerà la tensione tra le piastre?

La capacità assumerà adesso il valore:

$$C'' = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d'} = \epsilon_r \cdot C' = 6 \cdot 1,772 \cdot 10^{-11} = 1,0632 \cdot 10^{-10} \text{ F.}$$

conseguentemente, il valore della tensione varrà

$$V'' = \frac{Q}{C''} = \frac{3,544 \cdot 10^{-8}}{1,0632 \cdot 10^{-10}} = 333 \text{ V}$$

Poichè un condensatore ha capacità di immagazzinare energia, può essere utilizzato in pratica come sorgente di energia per un certo periodo di tempo, dopodichè dovrà nuovamente essere ricaricato. Si hanno quindi due fasi, una di carica e una di scarica.

Un condensatore non permette il passaggio di corrente elettrica, perchè il circuito in cui è inserito non ha continuità metallica per la presenza dell'isolante (dielettrico). La continuità, comunque, è presente nelle fasi di carica e di scarica. Se infatti applichiamo una f.e.m. alle armature, si avrà una tensione fra di esse e quindi si produrrà un campo elettrico, al quale corrisponde la formazione di cariche uguali e contrarie sulle armature stesse. Dunque l'inserimento in circuito di un generatore, ha provocato uno spostamento di elettroni da una armatura all'altra: una corrente elettrica.

Se ora colleghiamo tra loro le due armature, o inseriamo un carico, gli elettroni tenderanno a distribuirsi di nuovo in modo omogeneo. Si avrà cioè un passaggio di corrente, in senso opposto al precedente, che perdurerà fino a quando gli elettroni si sono di nuovo distribuiti uniformemente sulle armature metalliche. Scompare così la carica accumulata, e quindi anche la tensione fra le armature ed il campo nel dielettrico: il condensatore è di nuovo scarico.

Se vogliamo analizzare l'andamento della corrente e della tensione di questo transitorio, il problema diventa più complesso. Si può dire che la corrente di carica è alta nell'attimo iniziale del collegamento alla f.e.m.;



Nella foto, vari tipi di condensatori: elettrolitici, ceramici, poliestere.

essa viene soltanto limitata dalla minima resistenza ohmmica R dei conduttori esterni e del condensatore. Con l'aumentare della tensione sulle armature del condensatore, la corrente diminuisce progressivamente fino alla carica completa quando il condensatore blocca la corrente.

Nella scarica del condensatore la sua tensione diminuisce nello stesso rapporto della corrente di scarica. Entrambe raggiungono contemporaneamente il valore 0.

Il tempo di carica e di scarica di un condensatore dipende dalla sua capacità C e dalla resistenza R del circuito; variando quindi la resistenza R, può essere aumentato o diminuito.

Una misura per il tempo di carica o di scarica è la costante di tempo (simbolo τ) che indica quanto tempo occorre perchè il condensatore si carichi o si scarichi sino ad un valore corrispondente al 63% della tensione applicata. Dopo un tempo approssimativamente di $5 \cdot \tau$, ogni condensatore è completamente caricato o scaricato. La costante si ricava con la relazione: $\tau = R \cdot C$.

Collegamenti di condensatori

Abbiamo visto che le resistenze o i generatori si possono collegare fra loro in serie e/o in parallelo. Lo stesso si può fare con i condensatori.

Due o più *condensatori* si dicono *collegati in serie* quando un'armatura del primo è collegata ad una del secondo, la restante armatura del secondo è collegata ad una del terzo, e così di seguito (Figura 1). Ogni

(Questa formula corrisponde esattamente a quella dell'inserimento di più resistenze in parallelo). Se i condensatori costituenti la batteria hanno uguale capacità C' , risulterà:

$$C = \frac{C'}{n} \quad (n = \text{numero di condensatori in serie})$$

Se la serie è costituita da due soli elementi si avrà:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Due o più condensatori si dicono *collegati in parallelo* se sono alimentati dalla stessa tensione (Figura 1). Ogni condensatore avrà la carica direttamente proporzionale alla rispettiva capacità ($Q_1 = C_1 \cdot V$; $Q_2 = C_2 \cdot V$; $Q_3 = C_3 \cdot V$;) e la carica totale è data dalla somma delle cariche dei condensatori in parallelo: $Q_1 = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$

Passando attraverso sostituzioni successive otteniamo:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots}{V} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

cioè la capacità equivalente a più condensatori collegati fra loro in parallelo è uguale alla somma delle capacità dei singoli condensatori. (In questo caso la formula corrisponde a quella dell'inserimento di più resistenze in serie). Se i condensatori in parallelo hanno la stessa capacità C' , avremo $C = n \cdot C'$. Quindi, il collegamento in parallelo equivale ad un aumento della capacità del sistema.

Come visto in precedenza per la serie e il parallelo di resistenze, riportiamo una tabella riassuntiva che mette a confronto i due tipi di collegamento per i condensatori.

Da questo possiamo dedurre che il collegamento in parallelo si usa quando, mantenendo invariata la tensione, occorre ottenere una maggiore capacità; quello in serie, invece, a parità di carica accumulata, per il collegamento ad un circuito avente una tensione più elevata di quella sopportabile da ogni singolo condensatore.

In commercio esistono diversi tipi di condensatori di cui, a seconda del campo di impiego, materiale e costruzione si possono classificare in diversi modi.

Innanzitutto essi possono essere *fissi* o *variabili* a seconda se la loro capacità è costante o modificabile a piacere. Si differenziano anche per il tipo di dielettrico usato, che può essere solido, oppure gassoso (aria) o costituito da una pellicola di ossido.

I condensatori *variabili* sono formati da due sistemi di armature alternate, le une fisse e le altre che possono ruotare in modo che la superficie reciprocamente affacciata possa essere variata a piacere: in questi casi il dielettrico è quasi sempre aria.

Molti sono i tipi di condensatori con *capacità fissa* fra questi ricordiamo i condensatori a mica, ceramici,

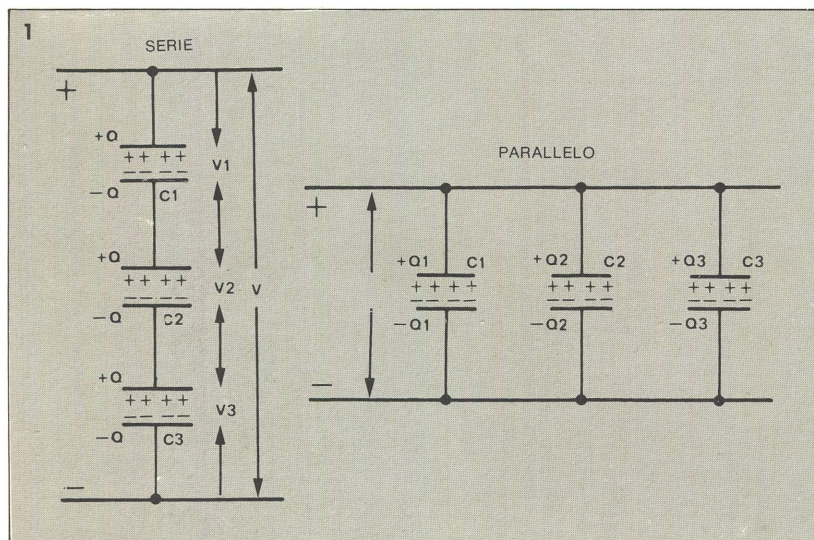


Figura 1. Collegamento di condensatori serie e parallelo.

condensatore assume la stessa carica Q e la tensione totale V , applicata alla serie, si ripartisce tra i singoli condensatori in modo inversamente proporzionale alle rispettive capacità.

$$V = \frac{Q}{C}$$

In base a questo, possiamo scrivere che:

$$Q = C_1 \cdot V_1 = C_2 \cdot V_2 = C_3 \cdot V_3 = \dots$$

(Si può notare che il condensatore di minor capacità avrà fra le sue armature la caduta di tensione più elevata).

Estrapolando le relazioni viste arriviamo a:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

La capacità equivalente cioè, è data dal reciproco della somma dei reciproci delle capacità dei singoli condensatori in serie, il che equivale ad una diminuzione di capacità del sistema.

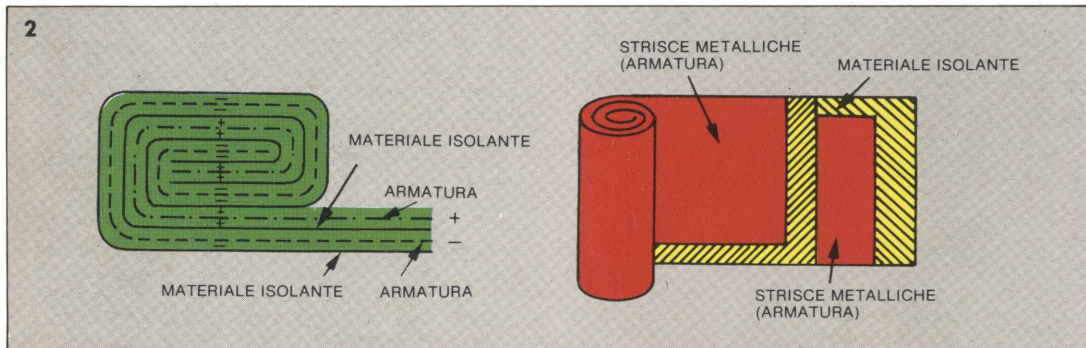
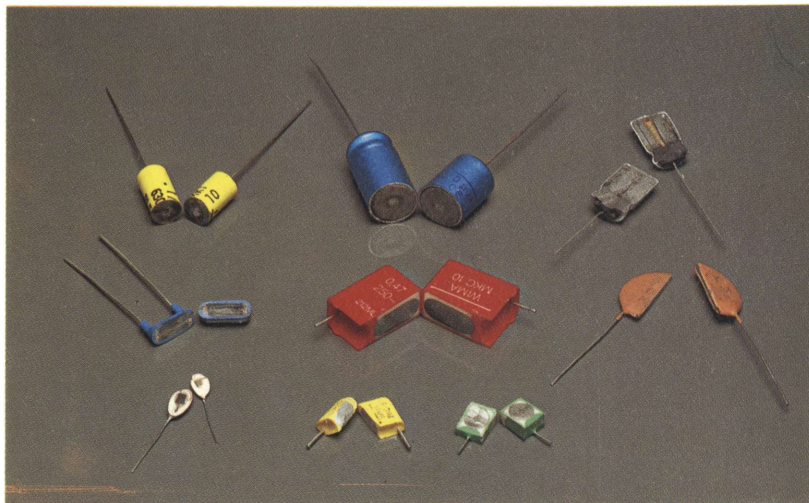
Tabella 1. Confronto dei tipi di collegamenti per i condensatori

Tipo di collegamento	Capacità equivalente	Carica	Tensione
Parallelo	maggiore di ogni singola capacità (somma)	proporzionale alla capacità di ogni singolo elemento	uguale per tutti i condensatori alla tensione di alimentazione del circuito
Serie	inferiore alla più piccola delle capacità componenti	uguale per tutti i condensatori	inversamente proporzionale in ogni condensatore, alla capacità dell'elemento

avvolti. Per i condensatori a *mica* vengono usate delle fogliette di mica di determinato spessore ed adatta grandezza, inserite fra placche metalliche, per lo più d'argento. Condensatori di questo tipo vengono impiegati per alte frequenze in radiotecnica e nelle radio-diffusioni, e nei casi di elevate temperature o di alte tensioni. I condensatori *ceramici* hanno, come dice il nome, la ceramica come dielettrico, caratterizzata da una costante dielettrica elevatissima, per cui si possono costruire condensatori di piccolo volume e grandi capacità. I differenti materiali ceramici e la loro buona plasmabilità permettono, inoltre, diverse forme costruttive. Vengono prevalentemente usati in radiotecnica ed in elettronica specialmente dove si dispone di pochissimo spazio. I condensatori *avvolti* (elettrolitici, carta-metallizzata, plastica-carta metallizzata; carta o plastica e foglio metallico) vengono costruiti con delle lunghe striscie metalliche, ad esempio fogli di alluminio. Questi fogli, con i corrispondenti materiali di isolamento, sono avvolti in un rotolo cilindrico o rettangolare. In tal modo si ha una superficie utile molto maggiore, e di conseguenza una capacità molto più grande, che in un condensatore piano. Nell'avvolgimento, poi, le armature agiscono elettricamente da entrambe le facce, quindi la superficie utile e la capacità vengono raddoppiate (Figura 2).

I condensatori *elettrolitici* sono condensatori avvolti con inserito un elettrolita liquido o pastoso. Si pos-

stessa particolarità vista con quelli in carta metallizzata. Questi, contraddistinti normalmente dalla sigla MKV, hanno dielettrico formato da uno speciale foglio di polipropilene. Sono realizzati arrotolando un foglio



Nella foto, sezione di diversi tipi di condensatori

Figura 2. Spaccato di condensatori avvolti, rettangolari e cilindrici.

sono avere condensatori *polarizzati* e *non polarizzati* a seconda se il catodo (—) è costituito da un foglio di alluminio non chimicamente ossidato oppure è preparato chimicamente come l'anodo (+). Il tipo polarizzato può essere usato solo per tensioni continue, mentre quello non polarizzato necessita di un volume doppio di uno avente le stesse prestazioni, ma polarizzato. I condensatori elettrolitici vengono usati per livellare le correnti pulsanti continue, per accoppiamento in collegamenti con transistori, per avviamento di motori ecc....

I condensatori in *carta metallizzata* vengono prevalentemente usati con tensioni continue e con tensioni alternate. Il dielettrico di questi condensatori è fatto di striscioline di carta, alle quali è stato applicato solo da un lato, nel vuoto, uno strato di metallo vaporizzato, molto sottile. Queste striscie di carta metallizzata vengono poi avvolte in rotoli formati da due strisce, una leggermente spostata rispetto all'altra. Ai due estremi del rotolo viene poi applicato un ponte metallico, anch'esso con metallo vaporizzato, che collega così da un lato il rivestimento metallico di una striscia, e dall'altro quello dell'altra. I condensatori in carta metallica hanno la particolarità di "guarirsi" da soli in caso di perforazione del dielettrico per sovratensioni.

Questo perché il piccolo arco elettrico che avviene all'atto della perforazione, vaporizza lo strato metallico nelle adiacenze della stessa. Vengono usati come condensatori di accoppiamento di potenza di livellamento, per avviamento ed azionamento di motori.

I condensatori con dielettrico in *plastica* hanno la

Tipo di Condensatore	Valori di Capacità	Tensioni di Scarica (Volt)	Temperature massime (°C)
Mica	1pF - 1 μ F	50 - 100.000	— 55 + 150
Ceramico	1pF - 2,5 μ F	20 - 200	— 55 + 125
Elettrolitico	0,5 - 1.000.000 μ F	2,5 - 700	— 80 + 125
Carta	0,001 - 200 μ F	50 - 200.000	— 55 + 125
Posizionato (Trimmer)	max 150 pF	-	-
Variabile	50 - 1000 pF	-	-

di questo con una striscia di carta su cui è stato applicato, in entrambe le parti, del metallo vaporizzato. Poi il rotolo si inserisce nel contenitore metallico, si fa il vuoto e viene impregnato con olio. Il campo di impiego è simile a quello dei condensatori con carta metallizzata.

Riportiamo come esempio nella Tabella alcuni dati di impiego di condensatori.

Per i condensatori impiegati in campo radiotecnico ed elettronico esiste lo stesso codice a colori visto per le resistenze. Per la lettura di tali componenti si rimanda quindi a quella parte.

Magnetismo elettromagnetismo

Certe sostanze, alcune naturali (in particolare la magnetite da cui deriva il nome del fenomeno) altre: ferro e sue leghe, ghisa, acciaio, speciali leghe di alluminio, cobalto e nichel, dopo particolari trattamenti, hanno la proprietà di attirare il ferro: *magnetismo*. I corpi solidi ottenuti con questi materiali, generalmente a forma di barrette o di ferro di cavallo, vengono chiamati *calamite* o *magneti* distinte in *naturali* e *artificiali*; a seconda che possiedano il magnetismo allo stato naturale, o solo dopo un trattamento di *magnetizzazione*. Proprietà fon-

poli magnetici non possono essere isolati.

Se ora avviciniamo il polo nord di un magnete rettilineo ad un ago di una bussola, questo devia il suo asse magnetico disponendosi sulla direttrice dell'asse del magnete affacciandogli il polo sud.

Possiamo dunque dire che: i poli magnetici di nome diverso si attirano, mentre quelli dello stesso nome si respingono.

È un comportamento simile a quello visto per le cariche elettriche, vi sono anche altre analogie. Le forze attrattive e repulsive delle masse magnetiche infatti sono regolate da una formula analoga a quella della legge di Coulomb; in particolare diminuiscono con il quadrato della distanza fra i poli.

Possiamo a questo punto definire l'esistenza di un *campo magnetico* in modo analogo a quello elettrico: il campo magnetico è la regione dello spazio entro la quale si manifestano degli effetti magnetici (attrazione o repulsione di poli magnetici).

La sua rappresentazione avverrà mediante le linee di forza intese come le traiettorie segnate da una ipotetica particella carica del solo magnetismo nord, che si sposta nello spazio sotto l'azione del campo magnetico.

Per convenzione stabiliamo che le linee di forza escano dal polo nord di un magnete, rientrino dal polo sud e attraversino il magnete andando verso il polo nord.

Riportiamo in Figura 1 qualche esempio di rappresentazione delle linee di forza del campo magnetico.

L'accostamento con quanto visto per il campo elettrico è così ancora più evidente. Anzi per il campo magnetico la nozione di linea di forza è più facilmente comprensibile grazie alla possibilità di realizzare gli *spettri magnetici*. Basta a questo scopo porre sopra un foglio di carta della limatura di ferro e appoggiarvi sotto un magnete. Scuotendo leggermente il foglio, i vari pezzettini di ferro, magnetizzati per *induzione* diventano ciascuno un piccolo magnete, e si dispongono sul foglio parallelamente alle linee di forza che risultano in questo modo visibili.

Come constatò Oersted nel 1820, il magnetismo è legato anche al passaggio di corrente in circuiti elettrici: *elettromagnetismo*.

Le proprietà dei magneti si possono realizzare anche in modo diverso, utilizzando dei circuiti elettrici percorsi da corrente.

Un ago magnetico posto in vicinanza di un conduttore percorso da corrente, infatti, devia e tende a disporsi normalmente al conduttore, e se si inverte il senso della corrente, si inverte pure la deviazione dell'ago magnetico. Dunque, la corrente elettrica crea nello spazio ad esso circostante un campo magnetico: circolare (come si può verificare con lo spettro magnetico) il cui senso delle linee di forza è legato al verso della corrente.

Torna utile riferirsi alla *regola del cavatappi* o di *Maxwell* che afferma: le linee di forza circolari hanno un verso corrispondente alla rotazione di un cavatappi che avanzi nello stesso senso della corrente.

Osserviamo che il conduttore percorso da corrente e le linee di forza magnetiche sono ortogonali fra loro, per cui risulta talvolta difficile darne una rappresentazione sulla carta. Un modo semplice per aggirare l'ostacolo è quello di vedere il conduttore, e quindi la corrente che l'attraversa, come un cerchietto entro il quale si trova un punto, se la corrente sale dal foglio verso l'osservatore, ed una croce nel caso opposto, Figura 2.

(Il punto rappresenta il terminale appuntito della freccia che indica il senso della corrente, mentre la croce la coda della freccia).

Un conduttore può anche essere reso circolare in modo da formare una *spira*. In questo caso le linee di forza assumono una diversa conformazione addensandosi entro la spira ed uscendo concordi da una delle due facce per rientrare dall'altra. Possiamo dare la seguente regola: il senso convenzionale delle linee di forza magnetica entro una spira percorsa da corrente, è quello

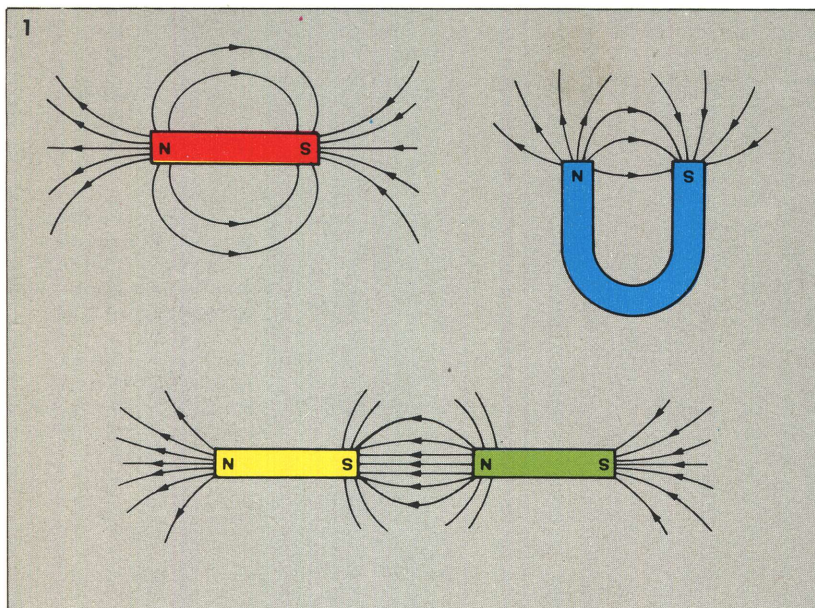
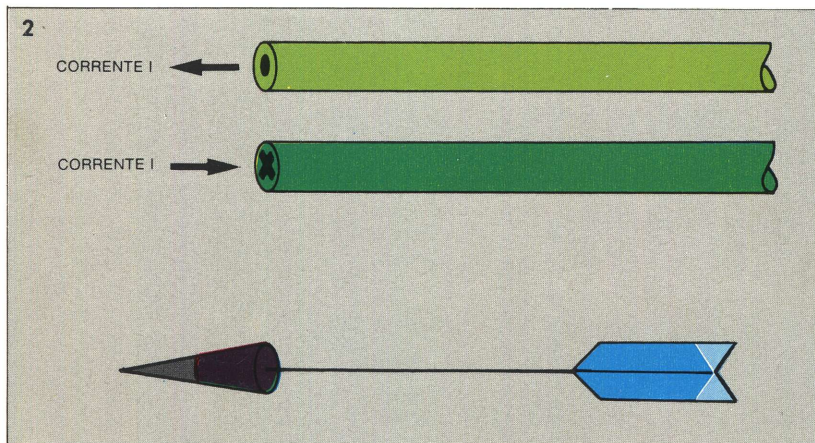


Figura 1. Campo magnetico di un magnete permanente.

Figura 2. Rappresentazione schematica dell'andamento della corrente in un conduttore.



damentale di ogni calamita è quella di presentare, alle estremità, due poli magnetici (polo nord e polo sud) nei quali l'azione attrattiva si manifesta in modo notevole mentre risulta nulla nella zona intermedia.

È chiamata polo nord (N) l'estremità della calamita che tende a volgersi costantemente verso il nord geografico, e polo sud (S) quella che tende a volgersi verso il sud geografico.

Se spezziamo un magnete in due, in quattro parti, otto parti, ecc.... ogni pezzo costituirà ancora un magnete completo, con un polo nord e un polo sud. Possiamo spiegare supponendo che ogni magnete sia formato da tanti magnetini elementari che internamente si compensano a due a due, mentre agli estremi manifestano le polarità magnetiche libere.

Al contrario di quanto visto per le cariche elettriche, i

secondo cui avanza un cavatappi coassiale alla spira rotante nel verso della corrente. Si determinano, in tal modo, due polarità magnetiche.

Precisamente si ha un polo nord sulla faccia della spira dalla quale le linee di forza escono, ed un polo sud su quella in cui rientrano.

Se si avvolge un conduttore in modo da formare più spire in serie, si ottiene un *solenoido* o *bobina* in cui le linee di forza rispettano la solita regola del cavatappi e determinano un polo nord sulla faccia del solenoide dove escono, ed un polo sud su quella ove rientrano.

Anche i campi magnetici generati da una spira o una bobina, percorse da corrente, possono essere visualizzati mediante spettri magnetici, secondo l'esperienza vista per i magneti. Come si può notare il campo magnetico è simile a quello di un magnete permanente, che abbia le stesse polarità.

L'unica differenza, consiste nel fatto che le polarità di

un solenoide sono stabilite dal senso della corrente che lo percorre, per cui invertendo la corrente mutano anche le polarità.

Il solenoide presenta una caratteristica particolare di notevole interesse: se poniamo al suo interno un *nucleo* di ferro, questo si magnetizza con polarità corrispondenti a quelle del solenoide, ottenendo così un magnete temporaneo molto intenso chiamato *elettromagnete*, Figura 3.

Le stesse polarità si trovano, a causa della magnetizzazione per induzione, anche se il nucleo non è all'interno ma vicino al solenoide, e sono, secondo la regola generale, contrarie per le parti vicine. Si esercita perciò una azione attrattiva che spinge il nucleo ad essere *succhiato* entro il solenoide e ad arrestarsi solo quando viene a trovarsi tutto all'interno del solenoide, avendo portato i suoi poli in corrispondenza a quelli di ugual nome del solenoide.

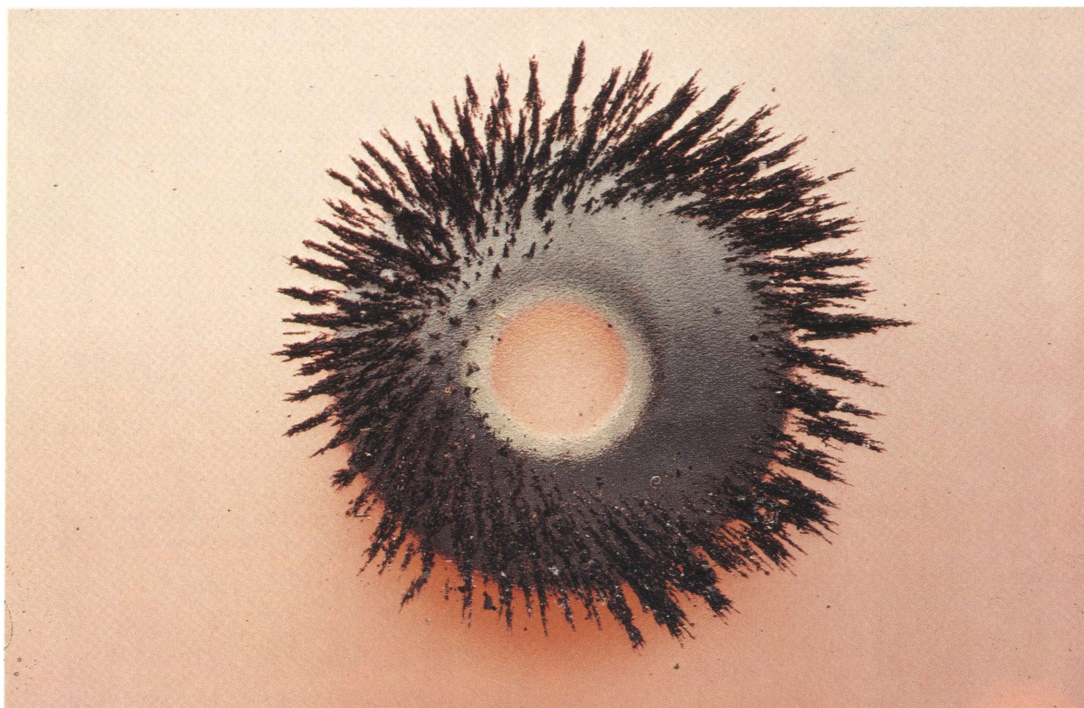
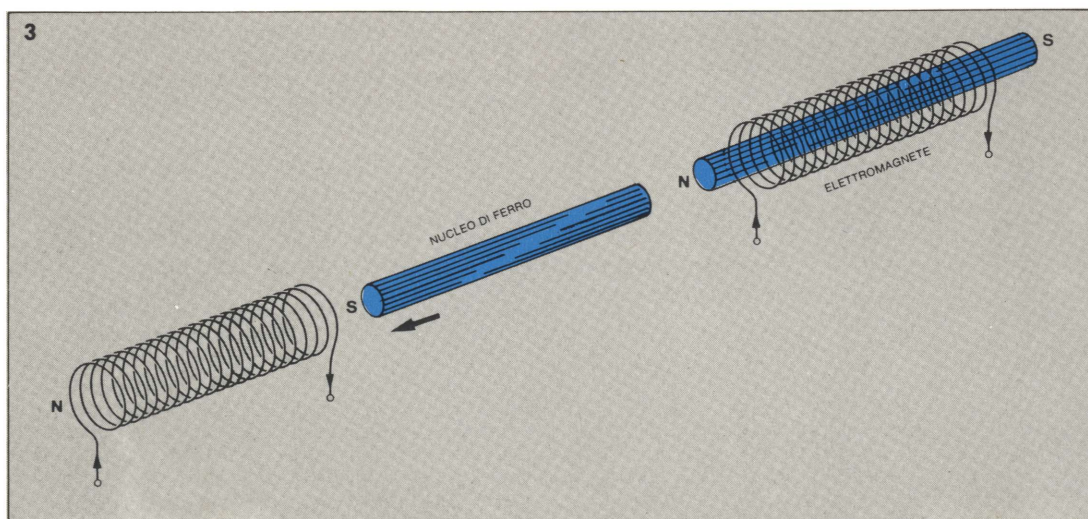


Figura 3. Una bobina percorsa da corrente attiva al suo interno, per induzione un nucleo ferromagnetico.

Nella foto, mediante limatura di ferro è possibile rendere visibile il campo magnetico prodotto da un magnete.

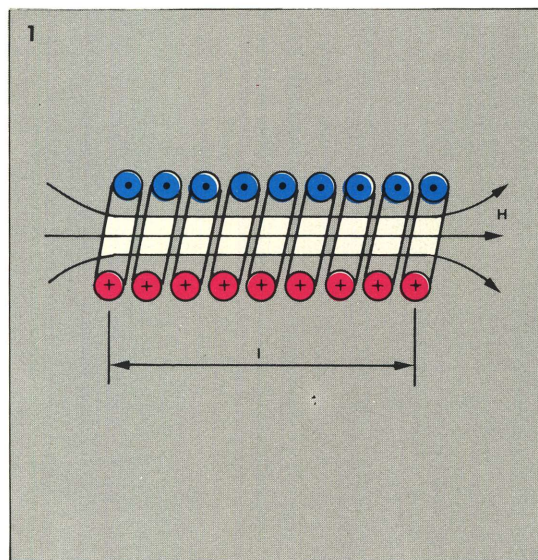


Le grandezze del campo magnetico

Dopo aver visto la natura dei fenomeni magnetici, definiamo adesso le relative grandezze caratteristiche e le loro relazioni fondamentali. In generale queste sono valide sia per i magneti permanenti che per gli elettromagneti, in pratica facendo riferimento solo a questi ultimi, proprio perchè le varie grandezze sono definite con unità legate alle correnti elettriche. Le considerazioni che faremo, tuttavia, sono perfettamente valide anche per i magneti naturali.

Abbiamo visto che ad un conduttore, o più in generale, ad un solenoide percorso da corrente, sono associate delle linee di forza; è allora la forza magnetica o intensità di campo magnetico (simbolo H), la prima grandezza che introduciamo.

Figura 1. Campo magnetico interno di una bobina.



Consideriamo solo la parte centrale di un solenoide *lungo*, ove le linee di forza risultano praticamente parallele: verso gli estremi divergono, Figura 1.

La *forza magnetica* è proporzionale al valore della corrente I , al numero delle spire N che formano il solenoide ed inversamente proporzionale alla lunghezza l del solenoide.

$$H = \frac{N \cdot I}{l}$$

La sua unità di misura è l'amperspire/metro

$$\left(\frac{\text{Asp}}{\text{m}} \right)$$

e corrisponde alla forza magnetica ottenuta in una spira, percorsa dalla corrente di 1A, che sia parte di un solenoide lungo un metro. A volte, viene utilizzata anche l'unità

$$\frac{\text{Asp}}{\text{cm}}$$

Osserviamo che la forza magnetica è indipendente sia dal diametro della spira, cioè dall'area di questa, che dal materiale entro il quale agisce: H rimane lo stesso, se il campo si crea nell'aria o nel ferro.

Consideriamo adesso il campo magnetico di un conduttore rettilineo (percorso da corrente). Ricordando che le relative linee di forza sono circolari, la forza magnetica è data dal rapporto tra la corrente che percorre il conduttore e la lunghezza della linea di forza considerata. Se r è la distanza di questa dal conduttore, la sua lunghezza sarà $2 \pi r$, e quindi la relazione precedente diventa:

$$H = \frac{I}{2 \pi r}$$

La forza magnetica è una grandezza unitaria del campo, è riferita infatti ad una lunghezza unitaria (un metro) di solenoide. Se consideriamo invece tutta la lunghezza dell'avvolgimento, otterremo la *tensione magnetica*, che corrisponde alla somma delle forze magnetiche che si hanno nel circuito, moltiplicate per la lunghezza entro la quale ciascuna di esse agisce.

Considerando costante la forza magnetica e indicando con M la tensione magnetica, possiamo scrivere:

$$M = H \cdot l$$

e ricordando che

$$H = \frac{N \cdot I}{l}$$

abbiamo

$$M = \frac{N \cdot I}{l} \cdot l = N \cdot I$$

misurata in amperspira (Asp).

La parola *tensione* richiama quella dei circuiti elettrici.

Come in questi è presente una f.e.m. ai capi di un generatore, qui si ha una *forza magnetomotrice* (f.m.m.) agli estremi di un solenoide percorso da corrente che agisce nel circuito come *causa* del campo magnetico. Allo stesso modo, come esiste una c.d.t. in un utilizzatore, qui abbiamo una c.d.t. *magnetica* fra due punti di un circuito magnetico che non comprendono elettromagneti o magneti naturali.

Questa c.d.t. si verifica in tutte le parti del circuito magnetico e i suoi valori dipendono anche dal materiale di cui questo è costituito.

Le formule date per la tensione magnetica, ($H \cdot l$ e $N \cdot I$), si possono applicare indifferentemente per calcolare la f.m.m.; per la c.d.t. magnetica, invece, ha senso solo l'espressione $H \cdot l$ poichè abbiamo detto che essa si ha dove non esistono né spire né corrente.

Dobbiamo, a questo punto, introdurre una grandezza che abbia lo stesso significato nei riguardi della c.d.t. della corrente elettrica (effetto): il *flusso magnetico* (simbolo Φ , leggi fi).

L'analogia tra corrente elettrica e flusso magnetico è solo formale. Infatti nella corrente si ha, in seno al circuito, spostamento di elettroni; nel caso del flusso, invece, nessuna particella materiale si muove; al più si può pensare ad un orientamento delle orbite degli elettroni nel senso delle linee di forza, effetto simile a quello determinato da un campo elettrostatico su un dielettrico.

Possiamo dire a questo punto che la tensione magnetica è la causa del fenomeno magnetico, il flusso ne è invece l'effetto. Inoltre, mentre la tensione non risente del mezzo entro il quale si sviluppa il campo, il flusso dipende da quest'ultimo e particolarmente dalle sue proprietà magnetiche.

Il flusso magnetico, misurato in weber (Wb), è valutato su tutta la sezione del campo considerato. Torna comodo, in pratica, riferirsi spesso al flusso che attraversa una sezione unitaria del campo, Figura 2.

Otteniamo in tal caso una grandezza chiamata *induzione magnetica* che indichiamo con B:

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

la cui unità di misura è il

$$\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

Abbiamo accennato all'importanza che ha la natura del materiale nei riguardi del flusso prodotto. Vediamo adesso di definire una caratteristica dei materiali magnetici che, per analogia, possa essere messa in relazione con la resistività, o meglio con la conducibilità, dei conduttori elettrici. Anche questa grandezza entra in gioco richiamando il legame che esiste tra causa ed effetto nei fenomeni magnetici.

L'esperienza insegna che esiste un legame di proporzionalità tra la causa (M, H) e l'effetto (Φ , B) e che, considerando i parametri specifici, possiamo scrivere:

$$B = \mu \cdot H$$

dove μ (leggi mu) chiamata *permeabilità magnetica* è il coefficiente di proporzionalità legato alla natura del materiale entro cui si sviluppa il campo. Questa grandezza viene misurata in

$$\frac{\text{henry}}{\text{metro}} \quad \left(\frac{\text{H}}{\text{m}} \right)$$

una unità derivata dal rapporto

$$\mu = \frac{B}{H},$$

cioè dimensionalmente:

$$\left[\frac{\text{Wb/m}^2}{\text{Asp/m}} \right] = \left[\frac{\text{Wb}}{\text{Asp}} \right] \cdot \left[\frac{\text{I}}{\text{m}} \right] = \left[\frac{\text{H}}{\text{m}} \right]$$

in cui l'henry corrisponde al rapporto tra weber e amperspire.

La permeabilità esprime l'attitudine che possiede un certo materiale a lasciarsi attraversare dal flusso magnetico; ciò vuol dire che i corpi che hanno permeabilità elevata si magnetizzano intensamente anche con forze magnetiche ridotte.

La permeabilità assume, in molti casi, dei valori variabili, ossia non sempre è una costante. Nella pratica per ogni materiale magnetico non vengono dati i valori assoluti di permeabilità ma, come abbiamo visto per le costanti dielettriche, prendiamo un valore di riferimento, e, in funzione di questo, definiamo i valori relativi degli altri materiali.

Anche in questo caso il valore di riferimento della permeabilità magnetica scelto è quello del vuoto, o dell'aria, che è noto e costante:

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

Per gli altri materiali otteniamo

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

essendo μ_r il rapporto tra la permeabilità assoluta del materiale considerato e quello del vuoto, detto anche *permeabilità relativa*, (μ_r) la quale oltre che a contraddistinguere comodamente le varie sostanze dal punto di vista del loro comportamento magnetico, ne permette una classificazione.

A tale riguardo le sostanze il cui comportamento magnetico differisce assai poco da quello del vuoto, le più numerose vengono raggruppate, a seconda che la permeabilità relativa sia leggermente inferiore o superiore a uno, rispettivamente, in diamagnetiche o paramagnetiche.

Riportiamo come esempio la Tabella 1 che mette in evidenza i valori di permeabilità relativa per alcune sostanze magnetiche e paramagnetiche.

Le sostanze invece che mostrano una spiccata tendenza alla magnetizzazione, cioè quelle che presentano una permeabilità relativa di gran lunga maggiore di uno, sono le cosiddette sostanze *ferromagnetiche*, indicate molte volte semplicemente come *magnetiche* in contrapposizione a quelle dia e paramagnetiche dette correntemente, invece, *non magnetiche*.

Figura 2.
Rappresentazione
dell'induzione magnetica.

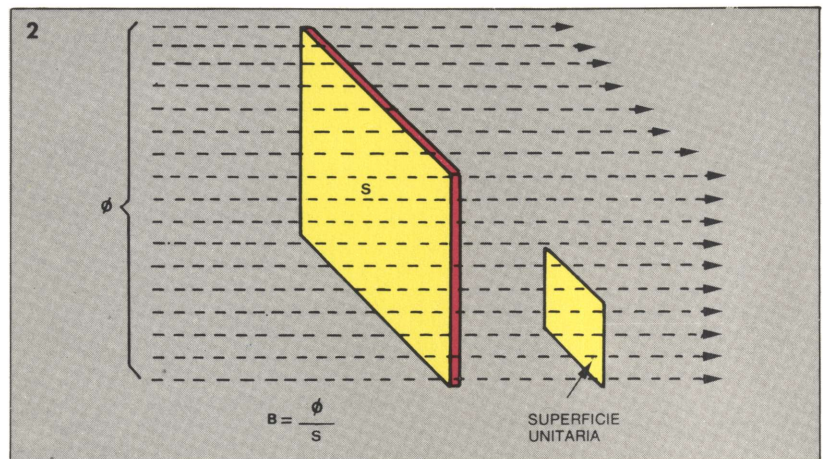


Tabella 1. Valori di permeabilità relativa, per alcune sostanze magnetiche e paramagnetiche

Sostanze diamagnetiche	Permeabilità magnetica relativa
Idrogeno	0,999 994
Acqua	0,999 991
Rame	0,999 990
Argento	0,999 981
Oro	0,999 962
Bismuto	0,999 830
Sostanze paramagnetiche	
Aria	1,000 000 4
Ossigeno	1,000 001 4
Alluminio	1,000 022
Platino	1,000 360
Manganese	1,003 800

Caratteristiche di magnetizzazione

I materiali ferromagnetici hanno una notevole importanza nella tecnica, è fondamentale, perciò analizzare con particolare attenzione il loro comportamento, anomalo rispetto a quello dei materiali dia e paramagnetici. È stato detto che la permeabilità magnetica di un ma-

la permeabilità è costante indipendentemente dal valore del campo magnetico, per quelli ferromagnetici, invece, essa non lo è, neanche in prima approssimazione.

La causa di ciò è il fenomeno di *saturazione*. In un materiale paramagnetico gli atomi risentono poco del campo esterno e solo alcuni di essi si orientano nel senso necessario per dare luogo a magnetizzazione. Nei materiali ferromagnetici, invece, l'orientamento degli atomi avviene in massa fin da valori bassi della forza magnetica.

Così facendo, però, si arriva ad un certo punto in cui quasi tutti gli atomi sono orientati nel senso del campo e più di così non si può ottenere. Il materiale comincia allora a comportarsi come paramagnetico: non ha più atomi da poter orientare e per quanto si aumenti la forza magnetica, l'induzione cresce di poco.

Per poter effettuare i calcoli non basta quindi fornire il valore della permeabilità assoluta o relativa, come per i materiali diamagnetici e paramagnetici, ma è necessaria una tabella che indichi per ogni valore dell'induzione la relativa permeabilità (Tabella 1) oppure un diagramma che dia in relazione al materiale impiegato per ogni valore dell'induzione, la forza magnetica necessaria per ottenerla.

Questo diagramma, detto *caratteristica di magnetizzazione* del materiale, è valido per qualsiasi dimensione del corpo, perchè si riferisce a grandezze unitarie.

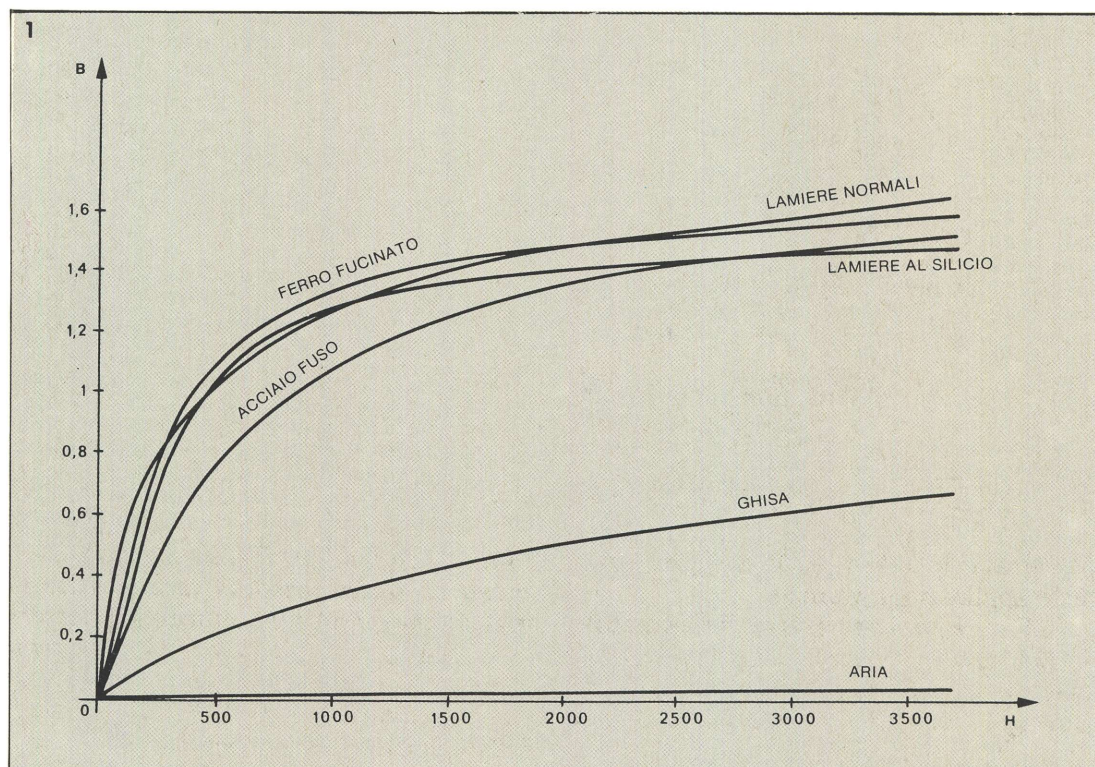
Riportiamo in Figura 1 le curve di magnetizzazione dei materiali riportati nella tabella precedente. Si noti il legame di proporzionalità B-H per l'aria e, in genere, per tutti i materiali diamagnetici e paramagnetici.

Le curve relative ai materiali ferromagnetici seguono l'andamento della Figura 1 solamente quando essi sono inizialmente allo stato di completa smagnetizzazione e il

Tabella 1 - Valori della intensità di campo H (Asp/m) e della permeabilità relativa μ_r .

B (Wb/m ²)	Ferro fucinato Acciaio fuso		Ghisa		Lamierini normali		Lamierini di silicio		Aria H x 10 ²
	H	μ_r	H	μ_r	H	μ_r	H	μ_r	
0,1	70	1.140	200	400	45	1.775	80	1.000	80
0,2	90	1.770	450	355	50	3.190	100	1.600	160
0,3	100	2.390	800	300	60	4.000	125	1.920	240
0,4	120	2.650	1.300	246	70	4.550	145	2.200	320
0,5	140	2.850	2.000	200	90	4.420	160	2.500	400
0,6	170	2.810	2.800	171	130	3.670	180	2.650	480
0,7	220	2.540	4.000	140	170	3.290	200	2.800	560
0,8	270	2.360	5.500	117	230	2.770	250	2.550	640
0,9	320	2.240	8.000	90	330	2.190	310	2.320	720
1,0	400	2.000	11.000	73	470	1.700	400	2.000	800
1,1	500	1.750	15.000	58	630	1.390	500	1.750	880
1,2	620	1.545	20.000	48	800	1.195	700	1.370	960
1,3	850	1.230	—	—	1.050	990	1.200	867	1.040
1,4	1.200	930	—	—	1.350	825	2.300	487	1.120
1,5	2.000	600	—	—	1.800	665	4.000	300	1.200
1,6	3.500	370	—	—	3.200	413	7.500	171	1.280
1,7	6.000	336	—	—	5.300	263	14.000	97	1.360
1,8	10.000	144	—	—	9.000	160	24.000	60	1.440
1,9	16.000	95	—	—	14.800	103	—	—	1.520
2,0	25.000	64	—	—	30.000	53	—	—	1.600

Figura 1. Curve di magnetizzazione dei materiali indicati nella Tabella 1.



teriale riassume in sé le caratteristiche magnetiche di questo.

Infatti da essa dipende, a parità di campo magnetizzante, il valore assunto dall'induzione.

Mentre per i materiali diamagnetici e paramagnetici il legame tra B e H è lineare o di pura proporzionalità, cioè

campo magnetizzante viene fatto aumentare, partendo dal valore zero, sempre nello stesso verso (il campo cioè non deve mai diminuire).

Quando invece un materiale ferromagnetico è soggetto a variazioni qualsiasi di campo magnetico, ad esempio ad un aumento segue una diminuzione, il corrispon-

dente valore d'induzione non può più essere calcolato tramite la curva di magnetizzazione di Figura 1.

Supponiamo, ad esempio, che il campo magnetico vari ciclicamente (cioè periodicamente) fra due valori uguali ma di segno opposto, cioè il campo inverte continuamente direzione, raggiungendo però sempre la stessa intensità.

La curva (chiusa) che esprime la relazione tra B e H in questo caso, si presenta come in Figura 2 e prende il nome di *ciclo di isteresi* percorsa in un solo e ben determinato verso. Infatti, se dopo aver portato lo stato magnetico del materiale (inizialmente smagnetizzato) da 0 a P mediante un campo magnetico che dal valore zero è passato a $+H_m$, lo si fa ritornare a zero, si rileva che lo stato magnetico del materiale non è più rappresentabile da punti sul tratto PO , ma da punti che stanno su di un arco di curva più alto, PM . Se poi il campo viene invertito fino a raggiungere $-H_m$, il materiale percorrerà un altro tratto di curva, MAP , sempre più differente da quella di magnetizzazione. Annullando, infine, il campo, e facendolo ritornare al valore $+H_m$, il materiale descriverà il tratto $P'M'A'P$, differente sempre dalla curva di magnetizzazione.

In conclusione, il materiale sotto l'azione del campo magnetico variabile, prima fra $+H_m$ e $-H_m$, poi fra $-H_m$ e $+H_m$ (ciclo completo), ha descritto una curva chiusa, il ciclo di isteresi per l'appunto, i cui punti salienti sono:

- il punto P (o P') corrispondente ad un vertice, poichè rappresenta il valore massimo raggiunto dal campo e corrispondentemente dall'induzione;
- il punto M corrispondente al valore nullo del campo magnetico poichè tale punto esprime lo stato magnetico del materiale quando questo viene lasciato a sé, dopo essere stato magnetizzato, induzione cosiddetta *residua* (indicata con B_r). La ragione fisica di B_r è dovuta all'isteresi, cioè al fatto che gli atomi rimangono parzialmente orientati anche dopo la soppressione del campo magnetizzante che ne ha determinato l'orientamento;
- il punto A (o A') corrispondente al valore del campo che annulla l'induzione nel materiale. Tale valore detto *coercitivo* è indicato con H_c .

La forma assunta dalla curva di magnetizzazione e da quella del ciclo di isteresi, dipende dalle caratteristiche chimiche e fisiche del materiale. È noto infatti che l'aggiunta di certi elementi chimici, così come appropriate lavorazioni tecnologiche, conferiscono ai materiali ferromagnetici particolari proprietà, come permeabilità elevata nel primo tratto della curva di magnetizzazione, saturazione marcata, ciclo di isteresi ad area molto piccola o di forma particolare ecc.:

Quando si sottopone un materiale ferromagnetico ad un ciclo di isteresi e quindi ad un campo magnetico variabile, anche gli atomi devono orientarsi prima in un senso e poi nell'altro: il che è ostacolato dai legami esistenti tra gli atomi. È lecito pensare, a questo punto, che ciò dia luogo ad attriti e quindi a perdite di energia sotto forma di calore. Precisamente la perdita conseguente è constatabile se il campo varia *continuamente* nel tempo facendo compiere al materiale continui cicli di magnetizzazione.

Questa perdita, detta *perdita di isteresi*, è quantificabile come energia elettrica che entra nel solenoide, passa al campo magnetico e da questo è dispersa come calore ed è proporzionale all'area del ciclo di magnetizzazione.

Il campo magnetico non assorbe energia per essere mantenuto, ma la richiede sino al momento in cui viene prodotto e la restituisce quando lo si annulla: esso è quindi sede di accumulo di *energia magnetica*, analogamente a quanto visto per il campo elettrico.

La sua espressione generale è la seguente:

$$W = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \Phi = \frac{1}{2} \cdot N \cdot I \cdot \Phi$$

Questa può essere immaginata come il vincolo posto

agli atomi a restare, finchè dura la f.m.m. applicata, orientati nel senso del campo. Appena cessa la f.m.m., gli atomi riprendono il loro orientamento originale e restituiscono l'energia accumulata.

Dopo aver visto le relazioni fra le diverse grandezze magnetiche vediamo di applicarle con qualche esempio di calcolo.

Determiniamo il valore dell'induzione nel centro della spira circolare di diametro $D = 9$ cm e percorsa dalla corrente di 45 A sia nel caso che la spira sia immersa nell'aria sia che sia avvolta su un tondino di ferro fucinato.

Calcoliamo prima di tutto il valore dell'intensità del campo nella spira ($N = 1$):

$$H = \frac{I}{D} = \frac{45}{0,09} = 500 \frac{\text{Asp}}{\text{m}}$$

Se la spira è immersa in aria il valore dell'induzione magnetica nel centro della spira, risulta essere:

$$B = \mu_0 \cdot H = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 500 = 6,28 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

Se è avvolta su ferro, invece, il valore dell'induzione magnetica si ricava dalla tabella di magnetizzazione per $H = 500 \text{ Asp/m}$:

$$B = 1,1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

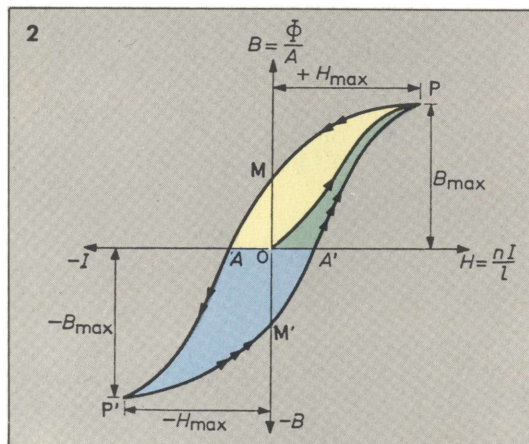


Figura 2. Ciclo di isteresi. Esprime l'andamento dell'induzione magnetica B in funzione dell'intensità di campo H .

Calcoliamo, ora, per una bobina costituita da 200 spire, lunga 50 cm e percorsa dalla corrente di 5 A, e avvolta su un tondino di ferro fucinato, il valore dell'induzione magnetica raggiunta dal materiale ed il corrispondente valore della permeabilità relativa.

Il valore dell'intensità del campo magnetico nell'interno della bobina è:

$$H = \frac{N \cdot I}{l} = \frac{200 \cdot 5}{0,5} = 2000 \frac{\text{Asp}}{\text{m}}$$

Dalla tabella di magnetizzazione, per

$$H = 2000 \frac{\text{Asp}}{\text{m}},$$

si ricavano i corrispondenti valori:

$$B = 1,5 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}; \mu_r = 600$$

da cui:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 600 = 753,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{henry}}{\text{m}}$$

Il circuito magnetico

Si definisce *circuito magnetico* un certo sviluppo di linee di induzione tale da svolgersi prevalentemente entro materiali ferromagnetici, cioè ad elevata permeabilità.

Il corpo ferromagnetico che realizza praticamente un circuito magnetico è detto *nucleo magnetico*. Questo può anche non essere interamente formato da materiali ferromagnetici, ma può presentare tratti in aria detti *traferri* o, più in generale, costituiti con materiali aventi permeabilità relativa di valore intorno a uno.

Sono esempi di circuiti magnetici quelli riportati in Figura. Notiamo che le linee principali di flusso tracciate seguiranno un percorso obbligato determinato dalla forma del nucleo magnetico, così come una corrente elettrica (flusso di elettroni) deve seguire l'andamento del circuito elettrico; da questa analogia appunto il nome di circuito magnetico.

Esiste però una sostanziale differenza fra i due. Mentre nel caso elettrico non si ha alcuna dispersione di corrente verso l'esterno, nel circuito magnetico alcune linee di flusso, per la verità pochissime, dette *flusso disperso*, fuoriescono dal nucleo per chiudersi nel nes-

$$M = \frac{1}{\mu l} \cdot \frac{l}{S} \cdot \Phi = \mathcal{R} \cdot \Phi$$

avendo posto $\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S}$

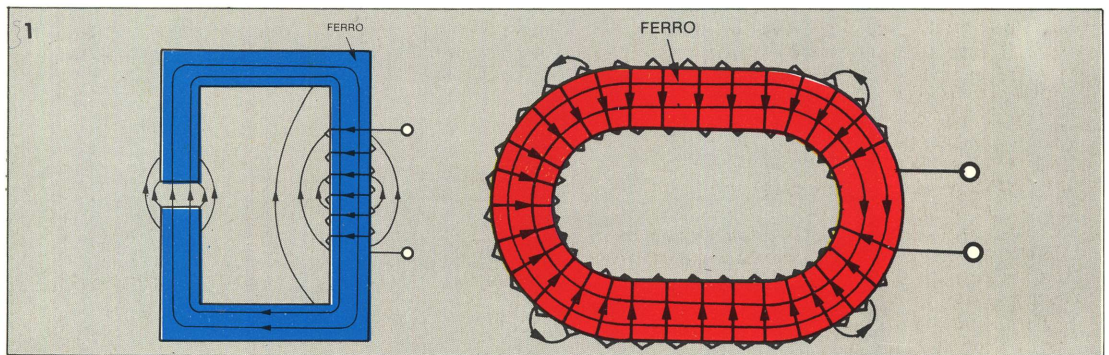
Nell'espressione ricavata, M rappresenta la forza magnetomotrice che causa la circolazione del flusso Φ nel circuito.

Questa formula, la *legge di Hopkinson*, è uguale alla legge di Ohm per le correnti, per cui \mathcal{R} chiamata *riluttanza* e misurata in

$$\frac{1}{\text{henry}} \quad \frac{1}{H}$$

ha la stessa funzione della resistenza nei circuiti elettrici. Questa grandezza proporzionale alla lunghezza del circuito e inversamente proporzionale alla sua sezione; la permeabilità appare al denominatore poichè costituisce

Figura 1. Due esempi di circuiti magnetici. Le frecce indicano le linee principali di flusso.



so circostante.

Vediamo i motivi di questo comportamento.

La resistività di qualsiasi circuito elettrico, per quanto grande sia, non è mai commisurabile con quella dell'aria circostante, che corrisponde ad un'isolamento pressochè perfetto.

La differenza fra il valore di permeabilità di un circuito magnetico e quello del nesso circostante, invece non è molto elevata, il che rende possibile la fuga di una parte del flusso di induzione.

Naturalmente le *dispersioni* magnetiche sono tanto meno sensibili quanto migliore è il circuito magnetico dal punto di vista della forma e dei materiali impiegati e quanto più uniforme è la distribuzione degli avvolgimenti che determinano il campo magnetico.

Abbiamo parlato delle caratteristiche magnetiche dei materiali basandoci su grandezze unitarie (induzione B , forza magnetica H); adesso cercheremo di ricavare una legge che leghi anche le grandezze globali. Inoltre, poichè campo magnetico e circuito elettrico sono intimamente connessi, cercheremo come si legano fra loro i parametri geometrici e quelli del materiale al relativo flusso e ai parametri del circuito elettrico. Poniamo, in questo discorso, l'ipotesi che il circuito magnetico dato, pur potendo essere costituito da materiali aventi permeabilità differenti, non abbia flussi dispersi.

Noi sappiamo che $H = \frac{B}{\mu}$;

ricordando poi che $H = \frac{M}{l}$ e $B = \frac{\Phi}{S}$

possiamo scrivere $\frac{M}{l} = \frac{\Phi}{\mu \cdot S}$ e quindi:

la *facilità* a lasciarsi attraversare dal flusso, mentre la resistività rappresenta l'*ostacolo* che il materiale presenta a lasciarsi attraversare dalla corrente.

Ciò detto, la legge di Hopkinson afferma che il flusso in un circuito magnetico è proporzionale alla f.m.m. applicata al circuito ed inversamente proporzionale alla riluttanza del circuito.

La legge di Hopkinson può anche essere scritta, ricordando che $M = N \cdot I$,

$$N \cdot I = \mathcal{R} \cdot \Phi,$$

in cui è messo in evidenza il legame tra grandezze del campo magnetico e del circuito elettrico induttore.

L'espressione $\mathcal{R} \cdot \Phi$ che corrisponde, in base all'analogia con i circuiti elettrici, ad una caduta di tensione magnetica può essere sostituita con l'espressione $H \cdot l$.

Come per i circuiti elettrici, si può ricavare l'equivalente legge alle maglie: per ciascun circuito chiuso soggetto a più forze magnetomotrici, la somma algebrica di queste ($N \cdot I$) equilibra tutte le cadute di tensione magnetiche ($\mathcal{R} \cdot \Phi$ o $H \cdot l$) dei vari tronchi costituenti il circuito chiuso (compresi eventuali traferri).

Per circuiti magnetici con più rami in parallelo vale l'equivalente legge di Kirchhoff: per ciascun nodo ove convergono e divergono più flussi magnetici, la somma dei flussi entranti uguaglia la somma dei flussi uscenti dal nodo. Oppure anche: la somma algebrica dei flussi entranti e uscenti da ogni nodo è uguale a zero.

Poichè, come visto, lo studio di un circuito magnetico è stato ricondotto a quello di un circuito elettrico, riassumiamo brevemente le analogie e le differenze tra i due tipi di circuito:

- la f.m.m. è analoga alla f.e.m.;
- la caduta di tensione magnetica corrisponde alla c.d.t. di un utilizzatore elettrico;
- la riluttanza corrisponde alla resistenza;

- il circuito magnetico è sempre percorso da flusso, perciò non esiste un corrispondente della f.e.m. a morsetti aperti;
- il circuito magnetico dà luogo a dispersioni di flusso, che in un circuito elettrico non si verificano;
- la permeabilità e quindi la riluttanza dei materiali ferromagnetici variano con il valore dell'induzione, mentre la resistività e la resistenza non variano;
- il circuito magnetico non assorbe energia, salvo quella richiesta per creare il campo magnetico, che viene resa quando viene annullato, mentre una circolazione di corrente avviene sempre con perdite per effetto Joule;
- l'avvolgimento induttore deve essere il più possibile vicino al punto di utilizzazione del flusso per ridurre la dispersione, mentre il generatore elettrico può essere collocato in qualsiasi punto del circuito.

Applichiamo con un esempio la legge di Hopkinson:

Un anello di ferro fucinato a sezione rettangolare di 5 x 10 cm con diametri di 20 e 40 cm è avvolto in 500 spire. Si chiede quale corrente sarà necessaria per ottenere il flusso di 0,006 Wb.

Calcoliamo innanzitutto la sezione in m²:

$$S = a \cdot b = 5 \times 10 = 50 \text{ cm}^2 = 0,005 \text{ m}^2$$

Possiamo adesso trovare l'induzione B:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,006}{0,005} = 1,2 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

Dalla tabella di magnetizzazione otteniamo per

$$B = 1,2 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}; \mu_r = 1545$$

e quindi

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 1545 = 1,94 \cdot 10^{-3} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

Calcoliamo adesso la lunghezza del circuito magnetico, presa come lunghezza media del percorso delle linee di flusso. Si ha allora:

$$l = \pi \cdot \frac{D + d}{2} = 3,14 \cdot \frac{0,4 + 0,2}{2} = 0,942 \text{ m}$$

La riluttanza è:

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu \cdot S} = \frac{0,942}{1,94 \cdot 10^{-3} \cdot 0,005} = 97113 \frac{1}{\text{H}}$$

La f.m.m. è:

$$M = \mathcal{R} \cdot \Phi = 97113 \cdot 0,006 = 582,67 \text{ Asp.}$$

Infine la corrente è ricavata dalla relazione

$$I = \frac{M}{N} = \frac{582,67}{500} = 1,16 \text{ A}$$

Lo stesso risultato si può ottenere seguendo un'altra via.

Dalla tabella di magnetizzazione per

$$B = 1,2 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

si ha

$$H = 620 \frac{\text{Asp}}{\text{m}}$$

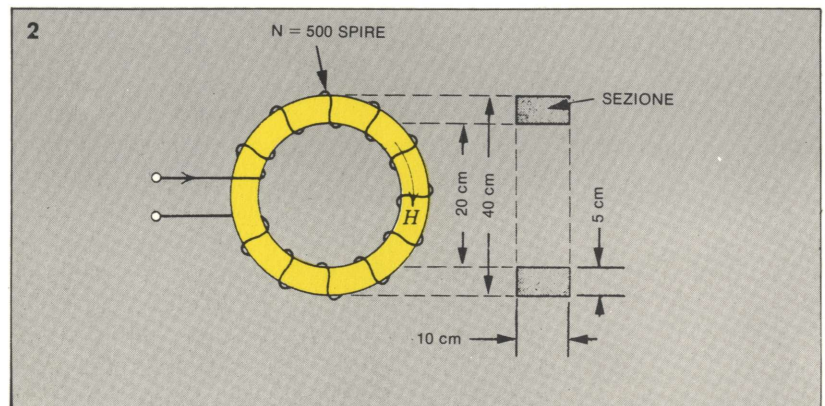
Possiamo quindi trovare la f.m.m. con la relazione

$$M = H \cdot l = 620 \cdot 0,942 = 584 \text{ Asp}$$

e quindi la corrente:

$$I = \frac{M}{N} = \frac{584}{500} = 1,168 \text{ A}$$

Notiamo come questo secondo modo di procedere sia più spedito e più semplice nei calcoli.



È, quindi, particolarmente indicato quanto il circuito magnetico presenta più cadute di tensione magnetica per definire la f.m.m. complessiva.

Concludiamo questa parte relativa ai fenomeni magnetici parlando brevemente di alcune applicazioni.

La maggior parte delle macchine e delle apparecchiature basano il loro funzionamento su elementi magnetici, generalmente gli elettromagneti, formati, come visto, da un solenoide percorso dalla corrente di eccitazione, avvolto attorno ad un nucleo di ferro dolce per ottenere valori più elevati di flusso.

Uno dei modi di utilizzare gli elettromagneti è quello di generare una forza attrattiva utilizzando un'ancora costituita da un elemento di ferro mobile posto in corrispondenza del traferro e sulla quale si esercita la forza portante dell'elettromagnete. Questa viene utilizzata in molti casi, come ad esempio nel sollevamento di rottami metallici, nei freni elettromagnetici ecc...

Un impiego analogo si ha nelle suonerie ove un elettromagnete attira l'ancorina collegata al battacchio e dotata di una molla e di un contatto che interrompe la corrente dell'elettromagnete: in tal modo si ha una vibrazione dell'ancorina, richiamata dalla molla.

Anche il telegrafo Morse è basato sull'attrazione che un elettromagnete, eccitato dalla corrente inviata dal tasto, esercita su una ancorina che porta la punta scrivente che va a contatto con un nastro di carta in movimento continuo.

Un altro esempio importantissimo è costituito dai relè, i quali, pur assumendo forme costruttive diversissime, sono tutti basati su un unico principio: un elettromagnete attira una ancorina che per mezzo di un sistema meccanico sposta un gruppo di molle di contatto, le quali aprono o chiudono dei circuiti.

In tal modo si ottiene che la corrente inviata in un circuito di comando possa, attraverso l'azione magnetica, aprire o chiudere più circuiti controllati.

Altre applicazioni si hanno in circuiti più o meno complessi, come ad esempio nel funzionamento del telefono, in circuiti citofonici, ecc....

Figura 2. Esempio della legge di Hopkinson applicato ad un anello di ferro fucinato a sezione rettangolare.

Azioni meccaniche tra campi magnetici e correnti

Noi sappiamo che esiste un legame fra correnti elettriche e campi magnetici, nel senso che ogni corrente produce attorno a sé un campo magnetico e quindi esistono tra loro forze attrattive o repulsive.

Più precisamente, una corrente in presenza di un campo magnetico dà luogo a forze meccaniche, che sono il principio di funzionamento dei motori.

Per vedere la natura di queste forze, immaginiamo di porre un conduttore percorso da corrente all'interno di

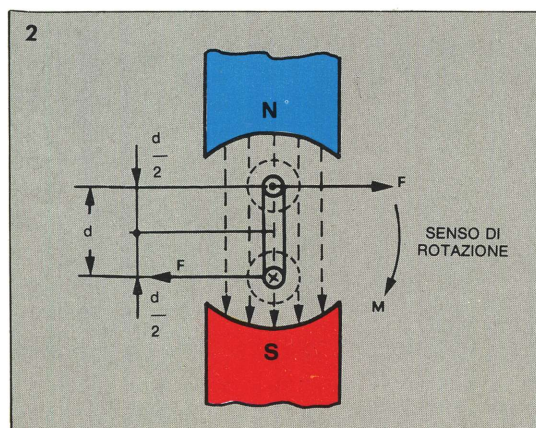
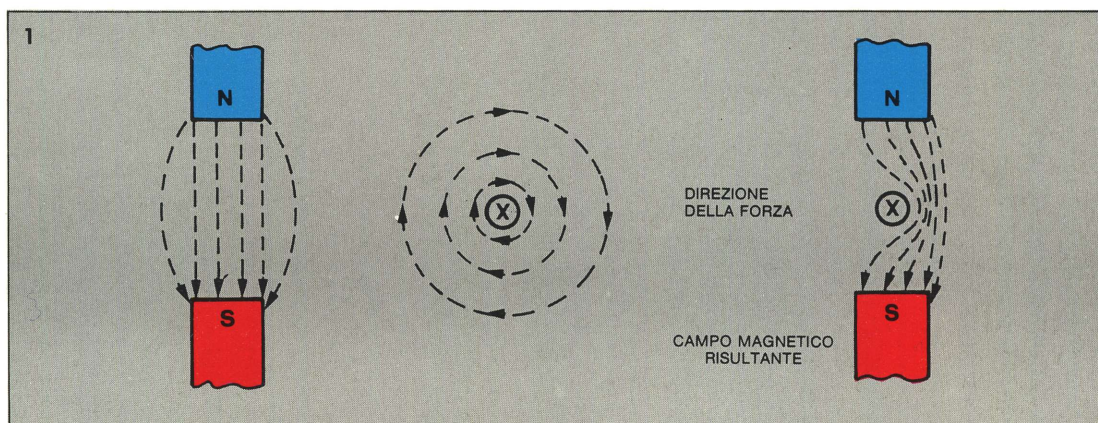
immersa dentro il campo. Pertanto, l'espressione della forza sarà

$$F = B \cdot I \cdot l$$

dove F si misura in newton (N), B in weber per metro quadrato

$$\left(\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right)$$

l in metri (m) ed I in ampere (A).



Sostituiamo adesso il conduttore immerso nel campo magnetico con una spira percorsa da corrente; ciò equivale ad avere due conduttori paralleli percorsi da correnti uguali e di senso contrario. Per la regola della mano sinistra essi saranno ovviamente portati a muoversi in direzioni opposte con forze di spostamento contemporanee e della stessa intensità. Se la spira è impernata su un asse girevole, è quindi sollecitata a ruotare, Figura 2.

Per definire più esattamente l'azione in questo caso, occorre introdurre una nuova grandezza che chiamiamo *coppia di rotazione* che meccanicamente dà un movimento. Se F è la forza su un lato della spira immerso nel campo magnetico e

$$\frac{d}{2}$$

è la distanza del punto di applicazione della forza dal punto in cui è impernata la spira, si ha per questo lato un momento di rotazione pari a

$$F \cdot \frac{d}{2}$$

La coppia di rotazione, che mette insieme il contributo dei due momenti, secondo la Figura 2, ha lo stesso senso di rotazione, e sarà data da:

$$M = 2 \cdot \left(F \cdot \frac{d}{2} \right) = F \cdot d$$

Poiché, poi, $F = B \cdot I \cdot l$ si ha pure:

$$M = B \cdot I \cdot l \cdot d$$

misurata in newton per metro (N · m).

Il valore del momento non è costante, ma varia in dipendenza della posizione assunta dalla spira nel campo magnetico: ha valore massimo quando la spira è parallela alle linee di flusso, mentre diventa nullo quando essa, ruotando, è perpendicolare alle linee del campo.

Tutte le altre posizioni avranno valori intermedi.

In generale, allora, il valore del momento dipende, oltre che dalle condizioni poste alla partenza, dall'angolo-

un campo magnetico generato da un magnete permanente.

In Figura 1 sono messi in evidenza separatamente dapprima i campi magnetici singoli (del magnete e della corrente) e poi il campo magnetico risultante. In quest'ultimo le linee di campo del magnete e del conduttore, quando sono dirette in senso contrario, tendono ad annullarsi o ad indebolirsi (a sinistra del conduttore).

A destra, invece, le linee dei due campi sono dirette nello stesso senso e quindi il campo totale è rinforzato.

Poiché, il flusso ha tendenza ad essere uniforme nello spazio, il conduttore è sollecitato a spostarsi nella direzione dove si ha minor flusso: ha quindi origine una forza meccanica detta *forza elettromagnetica*, che spinge il conduttore a spostarsi.

Per determinare la direzione in cui agisce la forza, possiamo utilizzare, la regola della mano sinistra o di Fleming: disponendo tre dita della mano sinistra ad angolo retto tra loro, l'indice nel senso del campo ed il medio nel senso della corrente, il pollice dà il verso della forza, cioè del movimento.

L'intensità di questa forza F è proporzionale all'induzione B del campo magnetico (supposto costante in tutto lo spazio dove si muove il conduttore), all'intensità I della corrente e alla lunghezza l della parte di conduttore

lo formato dalla spira con le linee di flusso. Nella posizione iniziale con angolo pari a zero e con momento massimo, il flusso che attraversa la spira è nullo, mentre è massimo quando la spira è perpendicolare al campo.

Possiamo allora dire che una spira entro un campo magnetico e percorsa da corrente, tende a ruotare per disporsi in modo da essere attraversata dal massimo flusso.

Da quello che abbiamo visto, si può concludere dicendo che la forza o il momento nascono quando c'è la presenza di un flusso magnetico e una corrente interagenti fra loro.

Poiché il flusso magnetico può essere prodotto, come sappiamo, non solo da magneti permanenti, ma anche da conduttori percorsi da corrente, si avranno delle forze meccaniche anche fra questi ultimi. In questo caso diciamo che le forze sono originate da *fenomeni elettrodinamici* fra conduttori.

La natura delle forze può essere verificata con un

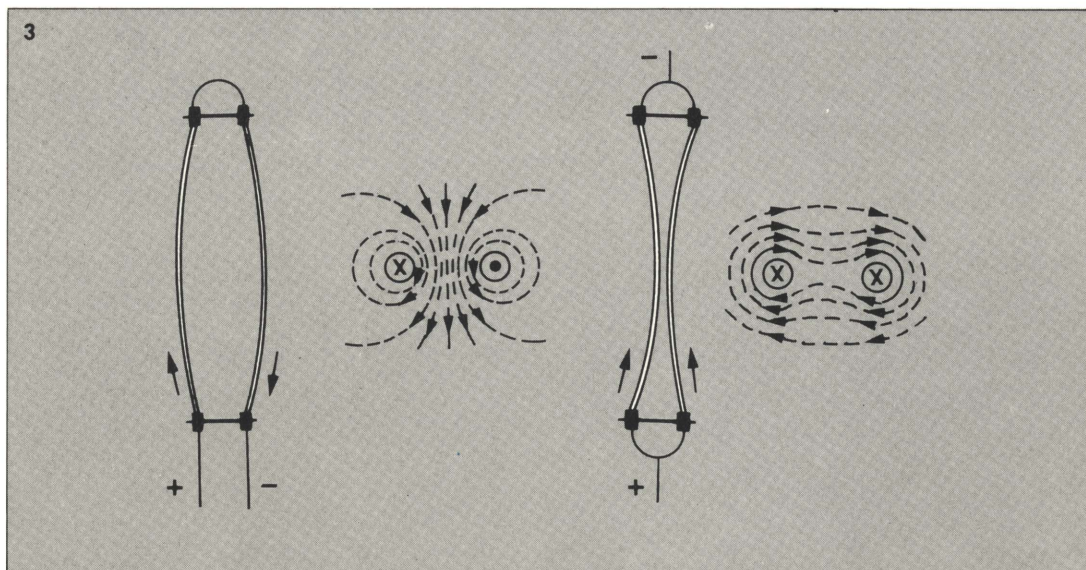
zo (di solito aria), entro il quale si svolge il campo, l è la lunghezza utile dei conduttori, cioè il tratto di essi che rimane reciprocamente influenzato, d la loro distanza ed I_1 e I_2 le loro correnti.

Un caso particolare interessante si ha se le due correnti sono uguali. Si ha in tal caso:

$$F = \frac{\mu_0 \cdot l}{2 \pi \cdot d} \cdot I^2$$

ovvero la forza è proporzionale al quadrato della corrente I che percorre i due conduttori: è questo il caso di due spire contigue di un solenoide o di un avvolgimento con spire sovrapposte.

Questa relazione ci dice pure che, mentre per piccole correnti la forza è di entità trascurabile, nel caso di corto circuiti, cioè in situazioni in cui la corrente può raggiungere valori di decine di volte la corrente nominale, la forza assume valori considerevoli; situazione che, per



ragionamento simile a quello visto per i fenomeni elettromagnetici.

La Figura 3 rappresenta un *campo risultante* formato da due conduttori paralleli e percorsi da correnti.

Con direzione di corrente una opposta dall'altra, si forma fra i due conduttori un campo rinforzato a causa delle linee interne che hanno uguale direzione, mentre all'esterno viene indebolito.

Quindi, i due conduttori cercano di distanziarsi (Figura 3 a).

Se le direzioni delle correnti sono uguali (Figura 3 b) avviene tutto il contrario: le linee di forza fra i conduttori hanno senso inverso e indeboliscono il campo, mentre all'esterno hanno direzione uguale e lo rinforzano.

I conduttori quindi tendono ad avvicinarsi.

In definitiva abbiamo constatato che: fra due conduttori si genera una forza attrattiva se le correnti sono equiverse e repulsiva se hanno invece sensi contrari.

Possiamo anche dire che i due conduttori tendono a disporsi in modo che risulti massimo il flusso totale concatenato con i due circuiti.

Anche in questo caso il verso della forza si può trovare applicando la regola della mano sinistra. La sua intensità è data dalla formula:

$$F = \frac{\mu_0 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot d} \cdot I_1 \cdot I_2$$

dove μ_0 rappresenta la permeabilità magnetica del mez-

l'appunto, va prevista in fase di costruzione, per esempio, di avvolgimenti di macchine.

Si ovvia all'inconveniente predisponendo robusti ancoraggi agli avvolgimenti.

Quando i conduttori non sono paralleli, le forze sono ancora attrattive per correnti equiverse e repulsive per correnti di sensi opposti: i conduttori, essendo incrociati, tenderanno a ruotare disponendosi paralleli fra loro se si attirano, e ad angolo retto se si respingono, facendo perno sul punto di incrocio. In questo caso si origina una coppia che provoca la rotazione che, come la forza del caso precedente, è ancora proporzionale al prodotto delle due correnti.

Riportiamo un esempio di applicazione dell'espressione della forza elettromagnetica:

— un conduttore rettilineo lungo 20 cm, percorso da una corrente di 8 ampere, è immerso in un campo magnetico uniforme avente una induzione di:

$$1.2 \frac{\text{weber}}{\text{m}^2}$$

Si chiede qual è la forza esercitata sul conduttore.

Noi sappiamo che la formula risolutiva è: $F = B \cdot l \cdot I$ in cui l è espressa in metri. Si ha allora:

$$F = 1.2 \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cdot 8 = 1.92 \text{ N}$$

La direzione di questa forza, come è noto, si ricava applicando la regola della mano sinistra.

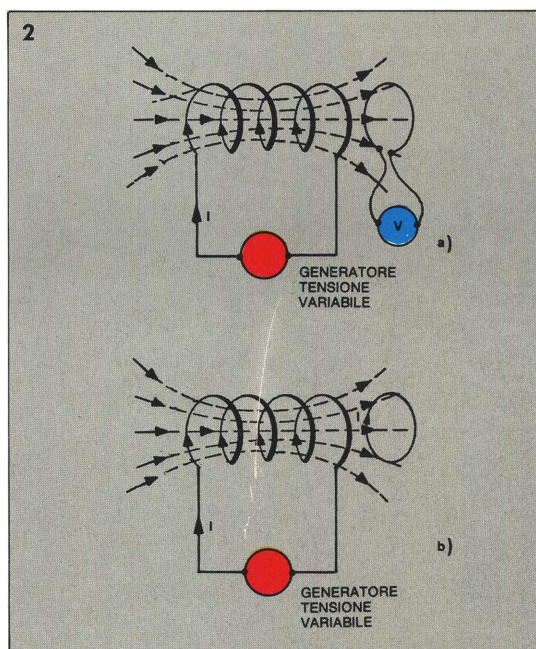
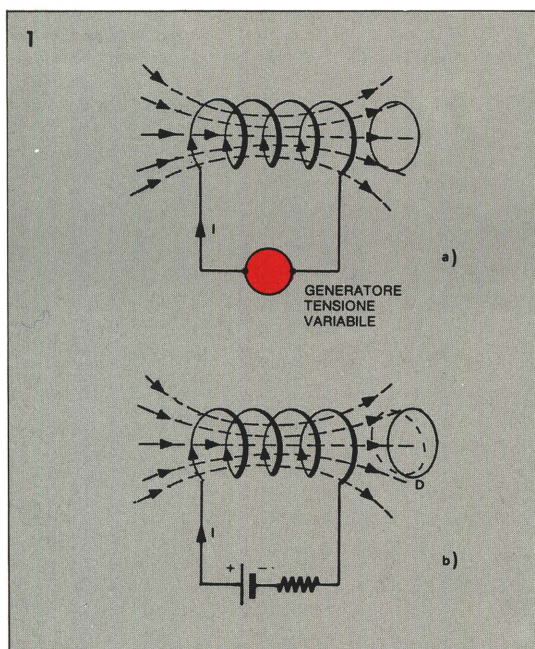
L'induzione elettromagnetica

Interessanti fenomeni elettrici ed energetici si hanno nei circuiti, quando i flussi concatenati con questi variano nel tempo: quando cioè varia o l'intensità del campo magnetico che dà luogo al flusso concatenato, o il numero di linee costituenti il flusso concatenato stesso, o entrambi contemporaneamente.

Per fare riferimento ad un caso concreto, consideriamo, immerso nel campo magnetico prodotto da un solenoide in aria, un circuito elettrico costituito da una sola spira.

Sperimentalmente si è notato che quanto più veloce avviene la variazione del flusso concatenato, tanto più intenso è il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, cioè più grande è il valore raggiunto dalla f.e.m. indotta, anch'essa generalmente variabile nel tempo.

Consideriamo ad esempio, il caso già visto in Figura 1b, ove una spira, immersa in un campo magnetico costante, ad un certo momento varia la sua posizione: la f.e.m. indotta, nulla fino all'inizio del movimento, raggiungerà ad un certo istante il suo massimo valore per poi



Se dunque il solenoide è alimentato con corrente di intensità variabile (Figura 1a), il campo magnetico da esso prodotto sarà anch'esso variabile, come il flusso che si concatena con la spira. Più precisamente, il flusso concatenato varierà nel tempo con la stessa legge con la quale varia nel tempo la corrente: ciò perché in un punto qualsiasi, posto in un mezzo dia o paramagnetico che circonda un circuito, fra il valore dell'induzione prodotta in quel punto e la corrente che l'ha determinata, esiste sempre una legge di proporzionalità.

Se invece il campo magnetico prodotto dal solenoide è costante nel tempo (corrente continua), il flusso concatenato con la spira può variare ancora nel tempo, solo se la spira si muove o si deforma in modo tale da modificare l'entità del flusso concatenato, Figura 1b.

Dalla fisica sappiamo, che ogni volta che in un circuito elettrico il flusso magnetico concatenato varia, e ciò per un motivo qualsiasi, in esso nasce sempre una f.e.m. detta *indotta*; è appunto il fenomeno dell'*induzione elettromagnetica*. Precisamente, se il circuito indotto risulta aperto (Figura 2a), tale f.e.m. apparirà come d.d.p. ai suoi estremi, se invece il circuito è chiuso (Figura 2b), tale f.e.m. si comporterà nel circuito come un generatore; nel circuito circolerà una corrente *indotta*. (Ricordiamo che si dice *indotto* quel circuito che subisce il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, cioè che è sede di f.e.m. indotte, e *induttore* o *induttore* il circuito che determina il fenomeno).

Il fatto, poi, che esista una corrente indotta, vuol dire che il circuito indotto dispone di un certo ammontare di energia elettrica, cosa molto importante ai fini della produzione dell'energia elettrica o del suo trasferimento da un circuito all'altro. La maggioranza delle macchine elettriche, infatti, basa il suo modo di funzionare, appunto sul fenomeno dell'induzione elettromagnetica.

ritornare di nuovo nulla non appena la spira si sarà fermata. In questo caso la f.e.m. indotta ha dunque variato con continuità di valore durante l'intervallo di tempo in cui la spira si è mossa.

Possiamo esprimere con una formula il valore della f.e.m. indotta, precisando che la variazione del flusso concatenato non è considerata in un tempo infinitesimo, ma in un intervallo finito di tempo qualsiasi. (In realtà il fenomeno andrebbe analizzato per variazioni istantanee, ma sarebbe più complicato dal punto di vista matematico).

Preso dunque un intervallo di tempo qualsiasi $t_2 - t_1$ (t_1 e t_2 sono i valori assunti di tempo all'inizio e alla fine dell'intervallo considerato), e detti Φ_{C2} e Φ_{C1} i valori assunti dal flusso concatenato in corrispondenza di questi, avremo che il rapporto cambiato di segno fra la variazione del flusso concatenato e il tempo in cui essa è avvenuta, esprimerà il valore medio V_{im} della f.e.m. indotta.

Possiamo quindi scrivere:

$$V_{im} = - \frac{\Phi_{C2} - \Phi_{C1}}{t_2 - t_1}$$

Vedremo più avanti il significato del segno meno di questa espressione, occupiamoci adesso della ricerca grafica dei valori, e quindi dell'andamento, della forza elettromotrice indotta.

Supponiamo di avere un circuito il cui flusso concatenato passi da un valore massimo Φ_{C1} , inizialmente costante, ad uno Φ_{C2} più piccolo, pure costante, secondo l'andamento riportato in Figura 3. Per trovare l'andamento nel tempo della f.e.m. indotta nel circuito incominciamo a dividere l'intervallo di tempo $t_1 - t_2$, in cui avviene la variazione del flusso, in tanti intervalli di tempo

sufficientemente piccoli (in figura si sono presi 10 intervalli uguali). Partendo dal primo intervallo di tempo, cioè $t' - t_1$, calcoliamo la relativa variazione di flusso concatenato $\Phi_C - \Phi_{C1}$, e quindi il rapporto:

$$\frac{\Phi_C - \Phi_{C1}}{t' - t_1}$$

cioè il valore medio V_{im} della f.e.m. indotta nell'intervallo di tempo considerato. Tale valore verrà riportato (punto A) in una certa scala come è stato fatto in Figura 3 b).

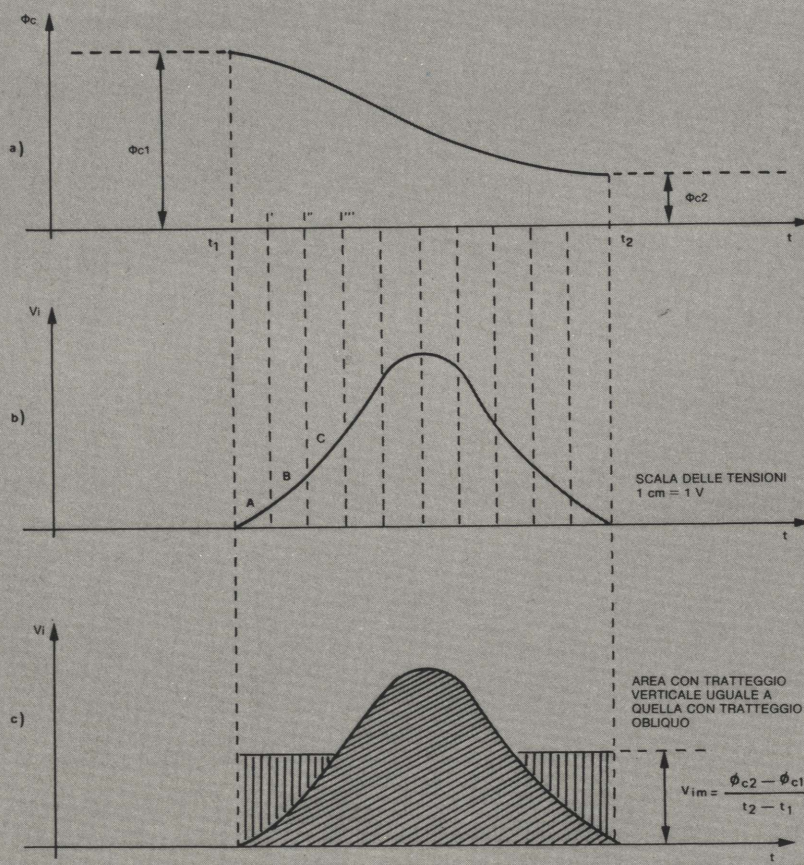
Procedendo nello stesso modo, per i successivi intervalli di tempo, si verrà a disporre di un sufficiente numero

di valori, e quindi di punti per tracciare l'andamento della f.e.m. indotta, come si vede appunto sempre in Figura 3 b). Naturalmente più piccoli saranno gli intervalli di tempo scelti, più numerosi saranno i punti ottenuti e quindi più precisa risulterà la curva della f.e.m. indotta, tracciata con questo metodo.

Si noti che la curva ottenuta, presenta nell'intero intervallo di tempo $t_1 \div t_2$ un valore medio V_{im} , calcolabile con la formula scritta in precedenza, mentre graficamente esso è individuato da quel segmento che, col segmento rappresentante l'intervallo di tempo considerato, determina un rettangolo di area uguale a quella sottesa dalla curva data (Figura 2 c).

La formula scritta, come del resto le considerazioni grafiche fatte su valore medio, indicano chiaramente che, a parità di variazione di flusso disponibile, per elevare il valore medio della f.e.m. indotta, è necessario restringere l'intervallo di tempo in cui avviene la variazione.

3



di valori, e quindi di punti per tracciare l'andamento della f.e.m. indotta, come si vede appunto sempre in Figura 3 b).

Naturalmente più piccoli saranno gli intervalli di tempo scelti, più numerosi saranno i punti ottenuti e quindi più precisa risulterà la curva della f.e.m. indotta, tracciata con questo metodo.

Si noti che la curva ottenuta, presenta nell'intero intervallo di tempo $t_1 \div t_2$ un valore medio V_{im} , calcolabile con la formula scritta in precedenza, mentre graficamente esso è individuato da quel segmento che, col segmento rappresentante l'intervallo di tempo considerato, determina un rettangolo di area uguale a quella sottesa dalla curva data (Figura 2 c).

La formula scritta, come del resto le considerazioni grafiche fatte su valore medio, indicano chiaramente che, a parità di variazione di flusso disponibile, per elevare il valore medio della f.e.m. indotta, è necessario restringere l'intervallo di tempo in cui avviene la variazione.

Osserviamo che, nell'espressione della legge dell'in-

duzione elettromagnetica, dimensionalmente la tensione indotta risulta dal rapporto fra un flusso magnetico e un tempo, per cui si può dire che il flusso magnetico è dimensionalmente uguale al prodotto di una tensione per un tempo. Possiamo quindi scrivere:

weber = volt · secondo. Il prodotto del valore medio V_{im} della tensione indotta per l'intervallo di tempo relativo; viene talvolta chiamato *impulso della tensione indotta*. Esso verrà misurato in volt · secondo e sarà uguale alla variazione del flusso concatenato, misurato in weber, che ha determinato la f.e.m. indotta.

Vediamo adesso la ragione del segno meno, nell'espressione dell'induzione elettromagnetica. Esso deriva dalla *legge di Lenz*, secondo la quale la f.e.m. indotta ha sempre senso tale da opporsi alla variazione del flusso concatenato.

Il significato di questa legge si può comprendere chiaramente supponendo che il circuito indotto sia chiuso, per cui la f.e.m. dà luogo, come visto, alla circolazione di una corrente indotta. Questa, a sua volta, produce un campo magnetico di polarità contraria al campo induttore (quindi si attraggono), se la spira viene allontanata e viceversa. In altre parole, se il flusso magnetico induttore sta crescendo, il campo magnetico indotto sarà tale da opporsi a questo aumento e la sua azione tenderà a farlo diminuire. Se invece il flusso magnetico induttore sta calando, il campo magnetico indotto sarà tale da opporsi a questa diminuzione e la sua azione tenderà a farlo crescere.

Per quanto è stato esposto, sarà quindi facile assegnare il giusto verso alle f.e.m. indotte, agenti in un circuito, poichè esse tendono a farvi circolare delle correnti i cui effetti magnetici devono soddisfare quanto prima detto.

f.e.m. indotte nei conduttori in movimento

Tutte le volte che un conduttore si muove in un campo magnetico, in modo tale da tagliarne le linee di induzione, esso diventa sede di una f.e.m. indotta.

Per dimostrare questo fenomeno ci varremo del principio dell'induzione elettromagnetica, scrivendone dapprima le conclusioni e facendo poi delle osservazioni.

Consideriamo dunque un conduttore rettilineo di lunghezza l che attraversa un capo magnetico uniforme di induzione B con una velocità v (Figura 1).

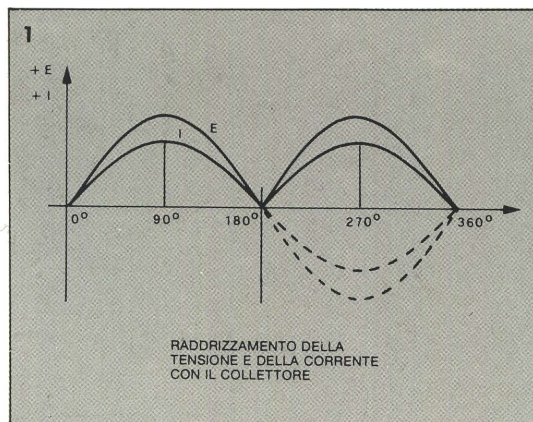
In queste condizioni otteniamo nel conduttore una f.e.m. indotta uguale a:

$$E = B \cdot l \cdot v$$

in cui la velocità v è misurata in

Figura 1. Un conduttore mosso attraverso un campo magnetico uniforme.

Figura 2 a. Un semplice circuito magnetico costituito da nucleo di ferro e un avvolgimento in cui scorre una corrente variabile nel tempo e che quindi genera un flusso più variabile col tempo.
b. Sezione di nastro circuito magnetico con evidenziata l'induzione magnetica che l'attraversa.



forza del campo magnetico ed il pollice lungo la direzione dello spostamento, il medio (parallelo al conduttore) ci indicherà la direzione della f.e.m. indotta.

Se il conduttore invece di attraversare il campo in linea retta, si muove ruotando attorno ad un asse ad esso parallelo, la f.e.m. prodotta non sarà più costante ma varierà continuamente in relazione all'inclinazione del conduttore rispetto alle linee di forza. In base quindi alla posizione assunta dal conduttore, la f.e.m. indotta varierà da valori positivi a negativi (cioè con verso opposto), passando per lo zero.

Parleremo più estesamente di questa parte, sviluppando il principio della trasformazione di energia meccanica in elettrica.

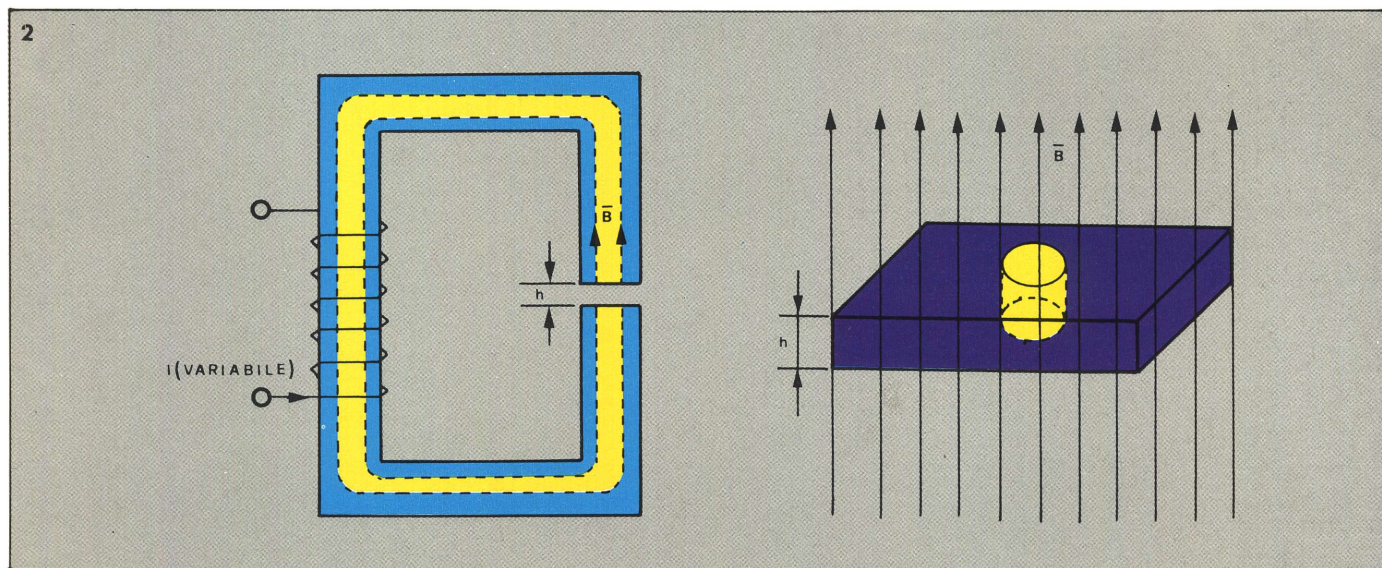
Poiché le f.e.m., indotte nelle singole spire che concatenano flussi non costanti o in conduttori che tagliano linee di induzione, assumono sempre valori troppo piccoli da essere utilizzati in qualche modo, si ricorre allora a bobine mosse nel campo magnetico.

Nella bobina il punto finale di una spira è quello iniziale della successiva, quindi le f.e.m. indotte nelle singole spire si sommano in una f.e.m. indotta totale della bobina.

Utilizzando la legge generale dell'induzione o quella per conduttori in movimento in un campo costante è sufficiente però moltiplicare il valore ottenuto per N (numero di spire della bobina o di conduttori immersi nel campo).

Ci occuperemo adesso di un fenomeno generalmente dannoso dovuto a particolari correnti indotte che, appunto per il loro effetto, sono dette *parassite*.

Le correnti parassite sorgono nei corpi conduttori tutte le volte che questi ultimi vengono investiti da flussi magnetici variabili oppure si trovano in campi magnetici



$$\frac{\text{metri}}{\text{secondo}} \quad (\text{m/sec})$$

ed E , B , l , nelle usuali unità di misura.

Nella formula scritta dovrebbe comparire il segno meno, che nella teoria dell'induzione elettromagnetica ha, come sappiamo in base alla legge di Lenz, un significato ben preciso.

In questo caso per stabilire la direzione e il verso della f.e.m. indotta ci avvaliamo di una semplice regola mnemonica, simile a quella vista per determinare la direzione e il verso delle azioni meccaniche che, ancora sotto il nome di Fleming, chiamiamo *regola della mano destra*. Se poniamo l'indice secondo la direzione delle linee di

costanti o anche, ovviamente, quando si verificano entrambi le condizioni.

Consideriamo, come esempio, un nucleo di ferro massiccio, il quale sia sede di un flusso magnetico variabile nel tempo (Figura 2).

Isoliamo ora un piccolo tronco di altezza h ed avente la stessa sezione S del nucleo dato; in questo possiamo considerare i percorsi chiusi come altrettante spire chiuse. Poiché nel nucleo il flusso di induzione varia nel tempo, anche il flusso concatenato con ciascun di queste spire varierà nel tempo, per cui esse diverranno sede di f.e.m. indotte e quindi di correnti indotte, parassite, che producano una dannosa dissipazione di energia elettrica in calore nella massa del materiale.

Il fenomeno delle correnti parassite rimane presente anche nel caso in cui un conduttore massiccio si sposti in un campo di induzione costante.

Per diminuire questi effetti si può cercare di aumentare, entro la massa del conduttore investito dal campo magnetico, la resistenza dei possibili percorsi delle correnti.

Per fare questo si possono seguire due vie. La prima è quella di aumentare la resistività dei materiali impiegati. Infatti più alto è il valore della resistività del materiale, a parità di variazione nel tempo del flusso magnetico, minore è l'intensità delle correnti parassite e quindi minore sarà la dissipazione di energia elettrica in calore. Nella pratica per i circuiti magnetici si usa ferro combinato con silicio anziché ferro dolce. La resistività del primo, infatti è circa quattro volte maggiore di quella del ferro dolce.

La seconda via è quella di suddividere il conduttore massiccio in tante superfici parallele alle linee di flusso. Ad esempio nei nuclei di ferro dei trasformatori il materiale viene "affettato" in lamierini disposti in modo da ridurre i probabili percorsi delle correnti parassite, isolati mediante strati di carta e verniciate con lacca isolante, oppure trattati con silicati.

Ma sebbene le correnti parassite abbiano gli effetti negativi detti, possono comunque venire sfruttate vantaggiosamente. Ad esempio, le correnti parassite fanno funzionare i freni elettromagnetici. Infatti, secondo la legge di Lenz, esse si oppongono al movimento che le genera rallentando quindi la marcia.

Oppure, il calore generato, viene impiegato per la fusione dei metalli e per la saldatura dolce e forte.

A conclusione riportiamo qualche esempio di applicazione della legge dell'induzione elettromagnetica.

Calcoliamo la potenza generata in un conduttore lungo 400 mm disposto normalmente ad un campo di induzione

$$B = 0,7 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2},$$

che viene spostato normalmente a se stesso ed al campo con la velocità di

$$25 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

e che fa parte di un circuito di resistenza complessiva di $R = 3,5 \Omega$.

Esprimendo la lunghezza del conduttore in metri, ricaviamo la f.e.m. generata, di valore costante finché dura il moto, con la seguente espressione:

$$E = B \cdot l \cdot v = 0,7 \cdot 0,4 \cdot 25 = 7 \text{ V}$$

Calcoliamo adesso l'intensità di corrente che percorre il circuito:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{7}{3,5} = 2 \text{ A}$$

Pertanto la potenza elettrica generata è:

$$P = V \cdot I = 7 \cdot 2 = 14 \text{ W}$$

Pensiamo di estrarre nel trasferimento di un magnete di induzione

$$B = 0,25 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

nel tempo di

$$\frac{1}{100}$$

di secondo, la spira di Figura 3 avente una superficie di 6

dm^2 . Determiniamo il valore della f.e.m. media indotta nella spira nel tempo dello spostamento.

Innanzitutto esprimiamo la superficie in m^2 :

$$6 \text{ dm}^2 = 0,06 \text{ m}^2$$

il valore del flusso concatenato con la spira (il cui asse è parallelo alle linee di forza del campo) è:

$$\Phi = B \cdot S = 0,25 \cdot 0,06 = 0,015 \text{ Wb}$$

la f.e.m. indotta nella spira il cui flusso concatenato varia da $\Phi_1 = 0,015 \text{ Wb}$ a $\Phi_2 = 0$, sarà:

$$E_m = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} = \frac{0,015}{1/100} = 1,5 \text{ V}$$

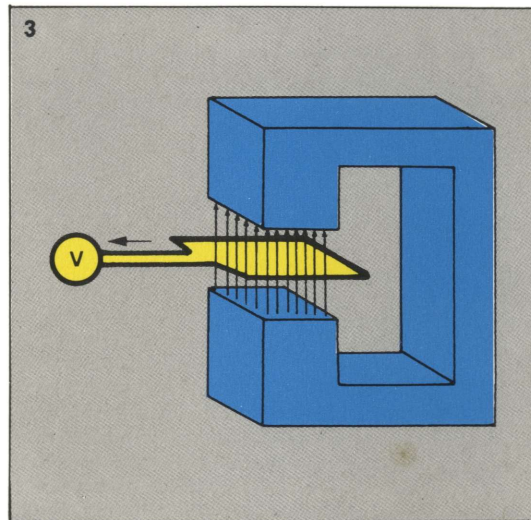


Figura 3. Una spina inserita tra le espansioni polari di un magnete permanente.

Nel traferro del magnete permanente visto prima, sempre con induzione

$$B = 0,25 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2},$$

si estrae ora nel tempo di $1/5$ di secondo, una bobina circolare di diametro = 10 cm composta da 12 spire tra loro in serie, avremo $E_m = 0,115$.

Infatti, la superficie della bobina è:

$$S = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 25 = 78,5 \text{ cm}^2 = 0,00785 \text{ m}^2$$

Il flusso che si può concatenare con la bobina (il cui asse rimane sempre parallelo alle linee di forza del campo) è:

$$\Phi = B \cdot S = 0,25 \cdot 0,00785 = 0,00196 \text{ Wb}$$

La f.e.m. media indotta, E'_m , in ogni spira il cui flusso concatenato varia da $\Phi_1 = 0,00196 \text{ Wb}$ (inizio del movimento) a $\Phi_2 = 0$ (fine del movimento) è:

$$E'_m = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} = -\frac{0 - 0,00196}{1/5} = 0,0098 \text{ V}$$

Il valore medio della f.e.m. indotta, E_m , nella bobina (composta da 12 spire tra loro in serie) che perdura solamente nel breve tempo dello spostamento, è dunque:

$$E_m = 12 \cdot E'_m = 12 \cdot 0,0098 = 0,115 \text{ V}.$$

Trasformazione di energia meccanica in energia elettrica

Figura 1. Una spira in rotazione (nelle sue posizioni più significative), inserita tra le espansioni polari di un magnete permanente e i valori di f.e.m. indotta, in relazione al flusso abbracciato.

Abbiamo accennato, parlando di f.e.m. indotta, che quando un conduttore attraversa un campo magnetico ruotando attorno ad un asse ad esso parallelo, la f.e.m. prodotta non è costante ma varia continuamente in relazione all'inclinazione del conduttore rispetto alle linee di forza. Cerchiamo di approfondire questa situazione.

Consideriamo quindi una spira in rotazione immersa in un campo magnetico costante.

La f.e.m. indotta in un giro completo, cioè in un periodo pari a 360 gradi, non è costante, ma varia continuamente (Figura 1).

Nell'istante iniziale, con flusso massimo concatenato

Poiché le variazioni di flusso sono di segno opposto, essendo la posizione della spira simmetrica e opposta rispetto al primo semiperiodo, le f.e.m. indotte saranno negative.

Per ottenere le f.e.m. indotte per qualsiasi posizione angolare della spira rispetto al campo, basta ricordare i punti ottenuti con il ragionamento precedente. Notiamo che quello che si ottiene sia per il flusso che per le f.e.m. indotte è una curva ciclica, che cambia segno ogni 180 gradi e si ripete ogni 360 gradi (periodo). Si dice in questo caso che la f.e.m. indotta è *alternata* (sinusoidale). Inoltre poiché la f.e.m. indotta può variare ogni istante è preferibile utilizzare il simbolo e anziché E . Quest'ultimo, come abbiamo visto, vale per grandezze costanti o per valori medi.

In modo semplice siamo riusciti a vedere come si possa generare una f.e.m.. Se il circuito fosse chiuso, avremmo, quindi corrente elettrica e in definitiva energia elettrica, generata a spese dell'energia meccanica che serve per far ruotare la spira nel campo magnetico.

È più corretto allora parlare di *trasformazione* di energia meccanica in energia elettrica, anziché di generazione.

Lo schema visto, però, non è adatto nella pratica a produrre consistenti quantità di energia. Completiamolo con alcune osservazioni.

Il circuito ferromagnetico induttore (magnete permanente) non dà valori elevati di induzione magnetica. Per aumentare tali valori si alloggiano nella struttura ferromagnetica degli avvolgimenti, che in base alla corrente da cui sono percorsi possono dare valori a piacimento dell'intensità di campo; per mantenere elevata l'intensità di campo anche nell'indotto, questo dovrà essere composto di una parte cilindrica (rotante) di materiale ferromagnetico che con la parte fissa (induttore) determina uno sviluppo di traferro costante. Ciò fa sì che l'induzione generata dagli avvolgimenti induttori sia abbastanza uniforme e ad andamento radiale; l'indotto porta, come minimo, due scanalature diametralmente opposte in ciascuna delle quali trova posto un certo numero di conduttori.

Se colleghiamo gli estremi posteriori dei vari conduttori e isoliamo fra di loro quelli anteriori, che fanno capo a due anelli metallici (Figura 2), noteremo fra le due spazzole conduttrici appoggiate su questi ultimi una

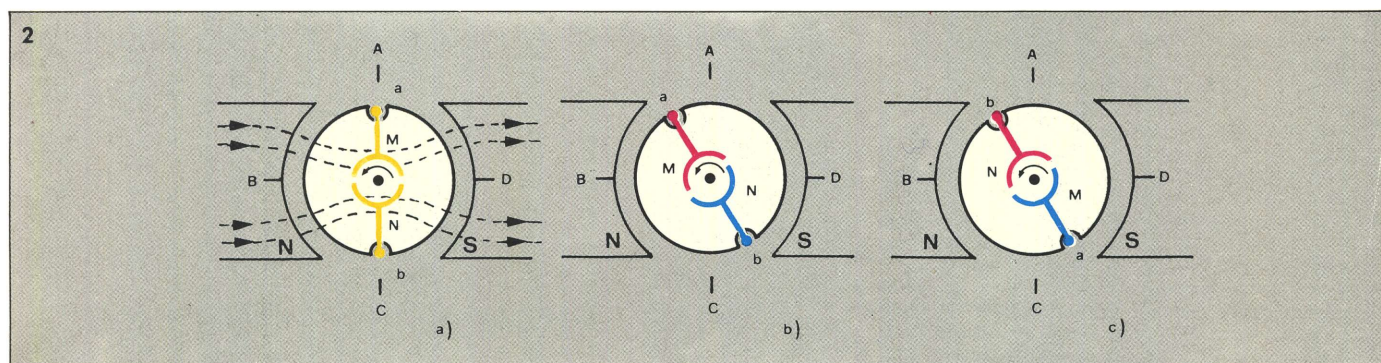
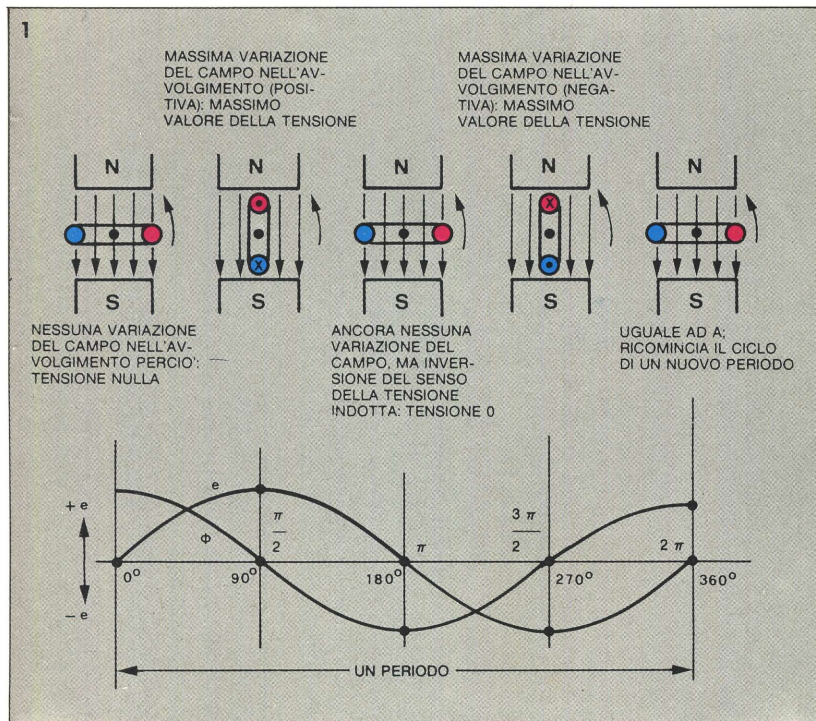


Figura 2. Il circuito di Figura 1 migliorato mediante l'introduzione dell'indotto su cui sono posti gli avvolgimenti.

con la spira ma senza alcuna variazione, la f.e.m. indotta, secondo la legge dell'induzione elettromagnetica, è nulla.

Quando la spira è ruotata di 90 gradi, flusso concatenato nullo e quindi massima variazione, la f.e.m. indotta è massima.

Con una successiva rotazione di 90 gradi, la spira torna ad essere concatenata col massimo flusso: siamo ancora senza alcuna variazione, quindi con f.e.m. indotta nulla.

Seguendo il medesimo ragionamento per le successive posizioni riportate in Figura 1, arriviamo alle conclusioni viste.

f.e.m. indotta ad andamento alternato, del tipo visto in precedenza ma con valori più elevati.

Una macchina così concepita per la produzione di tensione alternata non è molto diffusa; in pratica, come vedremo, si usano più frequentemente, alternatori del tipo trifase.

Con qualche modifica, la macchina suddetta può essere utilizzata per produrre tensioni continue.

Supponiamo che i conduttori d'indotto facciano capo anteriormente a due lamelle di rame, isolate fra loro, e dall'asse dell'indotto, che nel loro insieme costituiscono un corpo cilindrico (collettore), sul quale poggiano due spazzole conduttrici.

L'andamento delle grandezze può essere ricavato seguendo un ragionamento simile a quello già visto.

Supponiamo per semplicità che i conduttori dell'indotto siano ridotti a due soltanto, come in Figura 2. Quando, durante la rotazione dell'indotto, i due conduttori si trovano nei punti in cui l'induzione è nulla, (Figura 2 a) cioè quando il conduttore *a* si trova in posizione A, e quindi il conduttore *b* in posizione C, nessuna f.e.m. verrà ad indursi. Un istante dopo, poichè i conduttori ruotano e quindi cominciano a tagliare qualche linea di induzione (Figura 2 b), in essi si indurranno delle f.e.m. concordi e tali da rendere l'estremo M positivo rispetto ad N.

Queste f.e.m. andranno rapidamente aumentando di valore man mano che i conduttori si porteranno verso la parte centrale dei poli, ove l'induzione magnetica è massima e abbastanza uniforme. Passando in tale zona, però, le f.e.m. indotte si manterranno abbastanza costanti. Quando i conduttori usciranno da tale zona, le f.e.m. indotte diminuiranno rapidamente di valore, fino ad annullarsi nel momento in cui il conduttore *a* passerà per il punto C e il conduttore *b* per il punto A, ove l'induzione è nulla.

Continuando a ruotare l'indotto, il fenomeno riprenderà come precedentemente accennato, salvo che le f.e.m. nei conduttori invertiranno verso (Figura 2 c), per cui ora risulterà positivo l'estremo N rispetto a M. Tuttavia il collettore, essendo costituito da due lamelle che seguono la rotazione dei conduttori, farà sì che le spazzole, a cui fa capo il circuito esterno (utilizzatore), rimangano sempre della stessa polarità.

La prima conclusione che si può trarre è che fra le spazzole si rende disponibile una tensione il cui andamento nel tempo è simile a quello riportato in Figura 3.

Il valore medio della f.e.m. sarà tanto più alto quanto più forte risulterà la *velocità di rotazione* dei conduttori.

Ponendo più conduttori sull'indotto, distribuendoli e collegandoli opportunamente, e ricorrendo anche ad un collettore a più lamelle, si riesce in pratica ad ottenere che le spazzole abbiano delle tensioni pressochè costanti nel tempo, e correnti dello stesso andamento nel circuito utilizzatore (Figura 4).

È questo il principio di funzionamento dei *generatori in corrente continua* o *dinamo*.

Il simbolo grafico relativo a questo tipo di macchina è il seguente.

In relazione ai modi di eccitazione che produce il campo magnetico, i generatori in corrente continua possono essere:

- *a eccitazione separata o indipendente* quando la sorgente della corrente continua di eccitazione è indipendente dalla macchina: ad esempio una batteria di accumulatori, una linea a corrente continua, oppure un'altra macchina a corrente continua;
- *autoeccitata*, quando la corrente di eccitazione è costituita tutta o in parte, dalla corrente della macchina. Queste macchine, eccitate indipendentemente la prima volta che si mettono in funzione, in seguito sfruttano il magnetismo residuo, che viene a poco a poco rinforzato dalla corrente prodotta dalla macchina.

I sistemi di autoeccitazione si dividono in:

- *eccitazione in derivazione*: il circuito di eccitazione è derivato ai morsetti della macchina, cosicchè una parte della corrente prodotta passa in tale circuito;
- *eccitazione in serie*: il circuito di eccitazione è in serie con il circuito esterno: tutta la corrente prodotta dalla macchina percorre anche il circuito di eccitazione;
- *eccitazione composta*: quando vi sono due circuiti di eccitazione, uno in derivazione e uno in serie.

A seconda dei vari sistemi di eccitazione si hanno

caratteristiche di funzionamento diverse e diversi campi d'impiego.

Notiamo infine che si definisce *statore* di una macchina elettrica la parte fissa e *rotore* la parte mobile. Generalmente lo statore ha funzione di induttore, quindi l'indotto è costituito dal rotore. Fa eccezione il generatore trifase in cui le funzioni sono invertite.

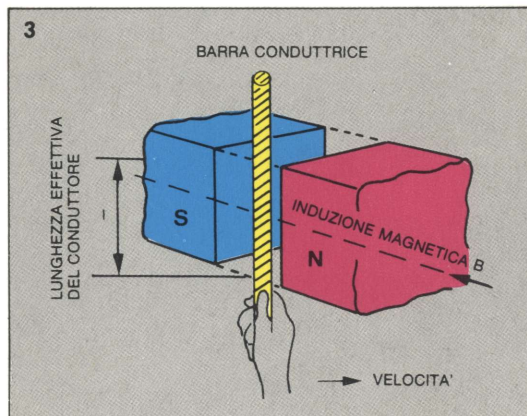


Figura 3. Andamento della tensione rilevabile alle spazzole della semplice macchina elettrica di Figura 2.

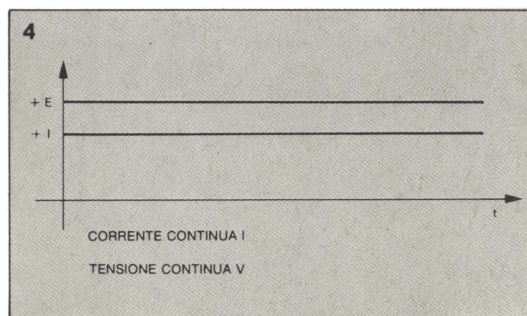
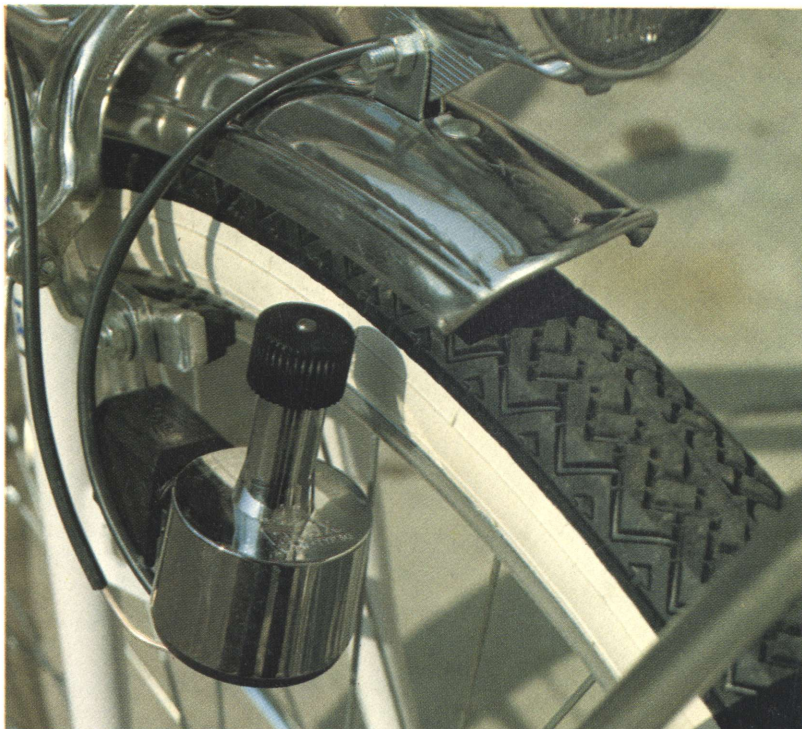


Figura 4. Mediante l'inserimento, con opportuni collegamenti, di più conduttori sull'indotto, è possibile ottenere alle spazzole tensioni e correnti che si possono ritenere costanti.

Nella foto, un abituale macchina che trasforma energia meccanica in energia elettrica: la dinamo di una bicicletta.



Autoinduzione e mutua induzione

Sappiamo che un circuito elettrico percorso da corrente determina un campo magnetico le cui linee di forza sono sempre concatenate col circuito che le ha generate.

Se la corrente varia nel tempo, il flusso magnetico concatenato risulterà anch'esso variabile e di conseguenza si verrà a generare entro il conduttore una f.e.m. indotta: il fenomeno della *autoinduzione* e la f.e.m. si dirà perciò *autoindotta*.

Per poter esprimere questa f.e.m. è necessario conoscere l'espressione del flusso concatenato (Φ_c) col circuito in funzione della corrente I che vi circola. A tale proposito osserviamo che, se il mezzo che circonda il circuito elettrico è a permeabilità costante, il flusso concatenato risulterà certamente proporzionale alla corrente che vi scorre. Possiamo quindi scrivere:

$$\Phi_c = L \cdot I$$

tempo: chiamiamo Φ_{c1} il valore del flusso concatenato con il circuito nell'istante t_1 e Φ_{c2} il valore del flusso concatenato nel successivo istante t_2 . Sappiamo che il valore medio della f.e.m. indotta si ricava (a meno del segno) con l'espressione:

$$E_m = \frac{\Phi_{c2} - \Phi_{c1}}{t_2 - t_1}$$

se adesso sostituiamo i valori $\Phi_{c1} = L \cdot I_1$ e $\Phi_{c2} = L \cdot I_2$ nella formula scritta, otteniamo:

$$E_m = L \cdot \frac{I_2 - I_1}{t_2 - t_1}$$

Questa espressione permette di dare una nuova definizione dell'*induttanza*: un circuito ha l'induttanza di 1 henry quando, al variare della corrente di 1 ampere al secondo, si autoinduce la f.e.m. di 1 volt.

Supponiamo che il nostro circuito sia composto da N spire e indichiamo al solito con R la riluttanza del circuito magnetico in cui si svolge il flusso. Quest'ultimo, in base alla legge di Hopkinson, è dato dalla formula:

$$\Phi = \frac{N \cdot I}{R}$$

Poichè il circuito elettrico è costituito da N spire, questo flusso si concatena N volte, per cui il flusso concatenato Φ_c è:

$$\Phi_c = N \cdot \Phi$$

e quindi:

$$\Phi_c = \frac{N^2 \cdot I}{R} = L \cdot I$$

L'induttanza L del circuito può quindi essere scritta come:

$$L = \frac{N^2}{R}$$

Questa espressione ha il pregio di comprendere solo grandezze fisiche oggettive del circuito: numero di spire e riluttanza (a sua volta costituita da parametri geometrici e dalla permeabilità, caratteristica del materiale impiegato), per cui consente di valutare il valore L *indipendentemente* dalle condizioni di impiego del circuito, in particolare dal valore della corrente che lo attraversa.

Da tale espressione osserviamo che l'induttanza è piccola per un filo rettilineo immerso nell'aria (nel qual caso si ha grande riluttanza, quindi poco flusso concatenato); aumenta invece se il filo immerso nell'aria viene avvolto a solenoide (l'induttanza aumenta col quadrato del numero delle spire).

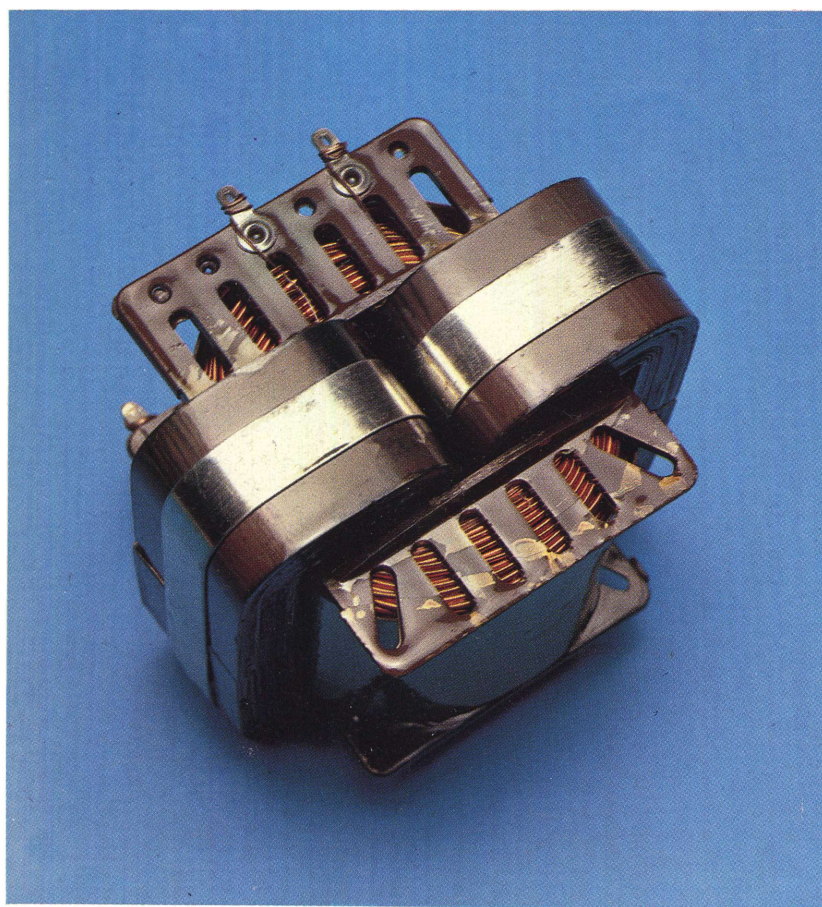
Aumenta maggiormente se le spire sono avvolte su materiale ferromagnetico: diminuisce la riluttanza perchè aumenta di molto la permeabilità media μ del circuito magnetico.

Infine, l'induttanza è massima se il nucleo ferroso viene chiuso su se stesso: le linee di forza si sviluppano totalmente nel ferro, il flusso generato è massimo.

Teniamo presente che l'induttanza non è un valore costante se il flusso magnetico si svolge in materiali ferromagnetici in presenza di una sua variazione; è costante invece se nell'aria o in un mezzo paramagnetico ($\mu = \text{costante}$).

Riprendiamo adesso la legge di Ohm per i circuiti elettrici, modificandola per fenomeni variabili e di tipo induttivo: deve essere scritta per i *valori istantanei* delle tensioni in gioco.

In presenza di un flusso variabile, in un circuito con



Nella foto, il trasformatore utilizza il fenomeno di induzione magnetica per fornire, in uscita, una tensione voluta, diversa da quella in ingresso.

essendo L il fattore di proporzionalità sopra detto che prende il nome di *coefficiente di autoinduzione* o anche di *induttanza* del circuito dato.

Tale nuovo parametro risulta avere dimensioni fisiche date dal rapporto tra un flusso e una corrente; cioè:

$$\left[\frac{\text{weber}}{\text{ampere}} \right] = \left[\frac{\text{volt} \cdot \text{secondo}}{\text{ampere}} \right] = [\text{ohm} \cdot \text{secondo}]$$

Poichè l'unità di misura del flusso è stata denominata henry (simbolo H), avremo:

$$[\text{henry}] = [\text{ohm} \cdot \text{secondo}]$$

Supponiamo adesso che il fenomeno sia variabile nel

induttanza, la corrente che scorre non è più data dal semplice rapporto

$$\frac{V}{R},$$

occorre infatti tener conto degli effetti dell'autoinduzione che in pratica determina una caduta di tensione data, in valore assoluto, dalla legge di Lenz.

In realtà occorre precisare che il segno del valore istantaneo della tensione indotta, dovuta all'induttanza, dipende da quello della variazione della corrente. La caduta di tensione induttiva è quindi fisicamente differente dalla caduta di tensione ohmica, perciò, dal punto di vista grafico, è opportuno differenziarle bene, Figura 1.

Si può quindi rappresentare un circuito dotato di resistenza R e di induttanza L come in Figura 2a.

Indichiamo, al solito, con lettere minuscole i valori istantanei. Quando il circuito è percorso dalla corrente i , ciascun elemento determinerà una caduta di tensione, la quale deve essere dipendente dalla corrente che vi circola e la cui somma algebrica ($v_R + v_L$) necessariamente equilibra la tensione v applicata dall'esterno, si veda la Figura 2b.

Dopo quanto è stato detto è facile dimostrare che più induttanze $L_1, L_2, L_3 \dots$ collegate in serie, (Figura 3) cioè percorse tutte dalla stessa corrente i , equivalgono ad un'unica induttanza L espressa dalla formula:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$$

L'induttanza equivalente di più induttanze collegate fra loro in parallelo è espressa invece dalla formula:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots$$

analogamente a quella vista per le resistenze in parallelo.

Si possono indurre f.e.m. in un circuito per azione di un altro circuito, percorso da una corrente variabile nel tempo, perché i due occupino una posizione tale per cui tutto o una parte del flusso generato da uno, si concateni con l'altro. I due circuiti si dicono allora *mutuamente concatenati* e *mutua induzione* è chiamato il fenomeno relativo.

Si abbiano due circuiti disposti come in Figura 4: indichiamo con I_1 la corrente che percorre il primo, *induttore*, e Φ_1 il relativo flusso generato.

Per la posizione reciproca dei due circuiti, una parte del flusso Φ_1 si concatena con il secondo. Se i due circuiti si trovano immersi in un mezzo a permeabilità costante, il flusso magnetico dovuto al primo e concatenato col secondo sarà proporzionale alla corrente I_1 .

Possiamo perciò scrivere per il flusso concatenatosi N_2 volte col secondo circuito *indotto*:

$$N_2 \cdot \Phi_{12} = \Phi_{C12} = M \cdot I_1$$

Un ragionamento identico può essere fatto considerando il flusso Φ_2 generato dalla corrente I_2 (che percorre il secondo circuito) che si concatena N_1 volte col primo circuito; dunque:

$$N_1 \cdot \Phi_{21} = \Phi_{C21} = M \cdot I_2$$

Il fattore M , il cui valore risulta funzione delle dimensioni, della forma e della posizione relativa dei due circuiti, nonchè del mezzo in cui si svolgono le linee di forza, viene chiamato *coefficiente di mutua induzione*, misurato anch'esso in henry.

Se nel circuito induttore si varia l'intensità della corrente che lo percorre dal valore I'_1 al valore I''_1 , si varierà da Φ'_{C12} a Φ''_{C12} , di conseguenza anche l'entità del flusso concatenato operante sulle N_2 spire del circuito indotto.

Questa variazione di flusso avvenuta nel tempo t induce in ogni spira del circuito indotto, una f.e.m. il cui valore medio è dato (a meno del segno) dall'espressione:

$$E_m = \frac{\Phi''_{C12} - \Phi'_{C12}}{t} = M \cdot \frac{I''_1 - I'_1}{t}$$

Possiamo quindi dare del *coefficiente di mutua induzione* la seguente definizione: due circuiti hanno il coefficiente di mutua induzione di 1 henry quando, al variare

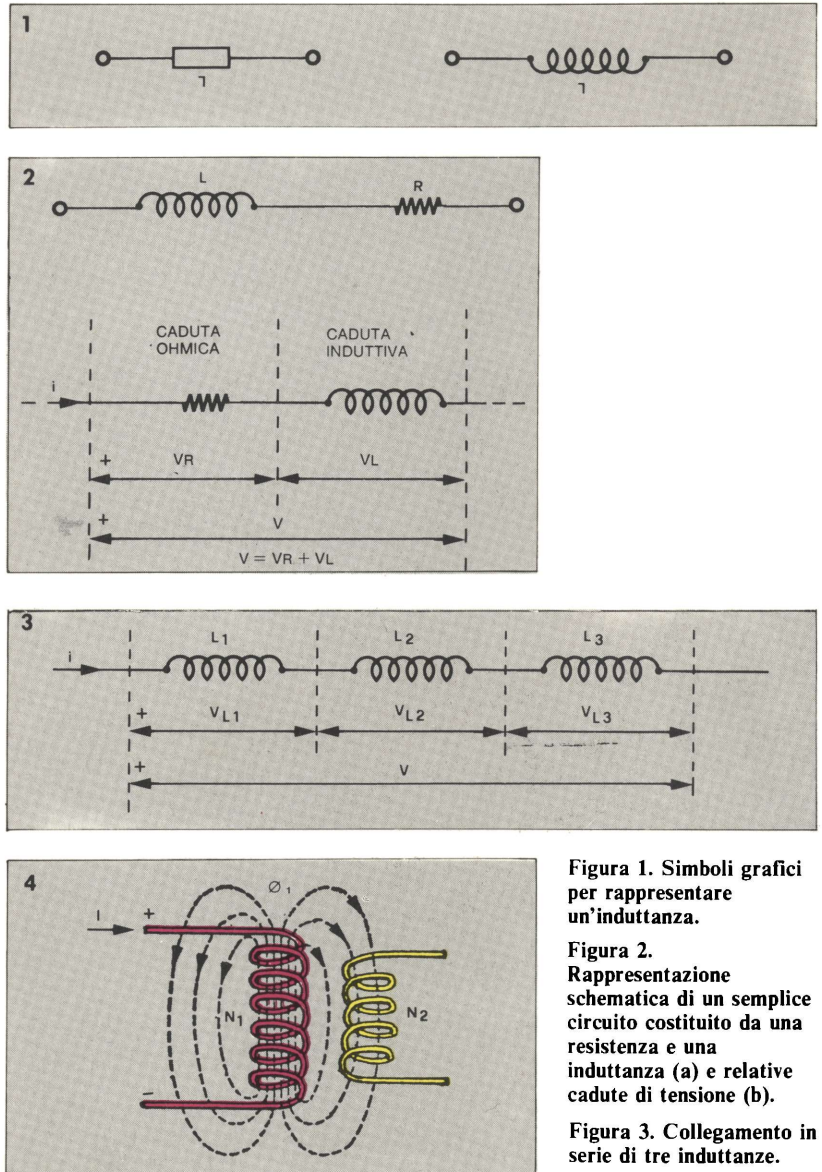


Figura 1. Simboli grafici per rappresentare un'induttanza.

Figura 2. Rappresentazione schematica di un semplice circuito costituito da una resistenza e una induttanza (a) e relative cadute di tensione (b).

Figura 3. Collegamento in serie di tre induttanze.

Figura 4. Rappresentazione del flusso prodotto da una bobina e parzialmente concatenato con un'altra porta nelle vicinanze.

dell'intensità di corrente di 1 ampere al secondo in un circuito, si induce nell'altro la f.e.m. di 1 volt.

Quando tutto il flusso generato dal circuito induttore si concatena con il circuito indotto, si ha un concatenamento perfetto. Come vedremo, nel *trasformatore* che è una macchina elettrica il cui funzionamento si basa sul fenomeno della mutua induzione e che serve per innalzare o abbassare il valore della tensione nei circuiti a corrente alternata in cui viene inserita, si ha un accoppiamento quasi perfetto.

Il motore a corrente continua

Noi sappiamo che se una spirale, impernata su un asse girevole e percorsa da corrente, è immersa in un campo magnetico, viene sottoposta all'azione di una coppia di rotazione. Consideriamo adesso la nostra spirale alloggiata sul rotore di una macchina a corrente continua e alimentiamola con corrente continua.

La coppia di rotazione agente porterà la spirale in posizione simmetrica tra i poli magnetici dello statore; in altre parole essa si disporrà, come sappiamo, in modo da essere attraversata dal massimo flusso.

In questa posizione, detta *zona neutra*, la spirale si ferma: viene a trovarsi in un punto morto; anche se la spirale oltrepassa leggermente questa posizione, è risospinta indietro dalle forze applicate ai lati.

nel momento in cui la spirale raggiunge il punto morto (zona neutra) si sposta sull'altro segmento di commutazione, provocando così l'inversione della corrente, e con ciò un proseguimento della rotazione nello stesso senso. Ovviamente con questo ragionamento le spazzole sono poste nella zona neutra.

Analogamente a quanto visto per i generatori, una sola spirale genera forze di spostamento molto piccole, perciò in pratica si utilizzano un gran numero di spire raccolte in una matassa, inserita sul perimetro della parte rotante, nelle cave ricavate nel pacco di lamierini che formano l'indotto. (Con il numero di matasse è necessario aumentare il numero di segmenti di commutazione).

I discorsi fatti in precedenza devono in qualche modo essere rivisti considerando il comportamento della macchina dal punto di vista elettromagnetico. Sappiamo che il circuito induttore genera un campo magnetico chiamato *principale*, sempre diretto dal polo Nord al polo Sud, che attraversa l'indotto normalmente alla zona neutra (Figura 1a).

Anche l'avvolgimento d'indotto percorso da corrente, produce un campo magnetico che ha una direzione normale rispetto al campo principale e quindi la stessa direzione della zona neutra (vedi Figura 1b). Questo viene detto *campo trasversale d'indotto*.

Dalla composizione dei due campi, quello principale e quello trasversale d'indotto, nasce un campo risultante totale, nel quale la zona neutra viene ruotata in un angolo α in senso contrario al senso di rotazione (vedi Figura 2). Poiché la forza del campo trasversale d'indotto dipende dall'intensità della corrente nell'avvolgimento d'indotto, da questa dipende anche la grandezza di α .

Pertanto le spazzole nella zona neutra, devono anch'esse essere spostate in funzione dell'intensità di corrente.

Dalla Figura 2 si può vedere che vicino allo spigolo polare d'ingresso, dove i conduttori dell'indotto entrano nel campo principale sotto i poli magnetici, avviene un addensamento delle linee di forza, e quindi un rinforzo del campo, mentre si crea, un indebolimento sotto l'altro spigolo polare, quello d'uscita.

Questo fenomeno e lo spostamento angolare della zona neutra sono causati dall'effetto del campo trasversale d'indotto sul campo principale, per cui vengono complessivamente detti *reazione d'indotto*.

Un altro inconveniente che si presenta è lo scintillio delle spazzole nell'istante della commutazione, quando si interrompe il flusso di corrente nella spirale e si causa nella stessa una tensione indotta.

Per compensare questi fenomeni dannosi, tutti i moderni motori a corrente continua possiedono dei poli ausiliari, detti *poli di commutazione*. Questi vengono disposti nella zona neutra tra i poli magnetici e producono in quel punto un campo che genera nella spirale una tensione indotta di valore contrario a quella prodotta nel momento della commutazione: quindi la neutralizza.

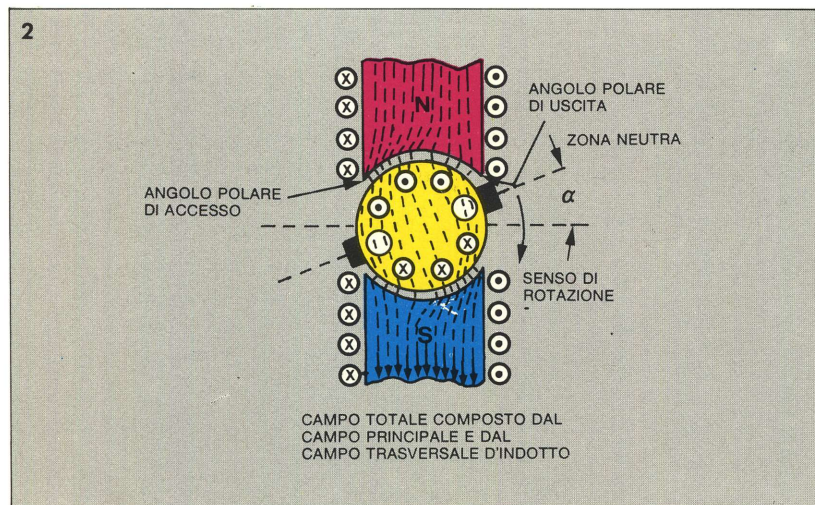
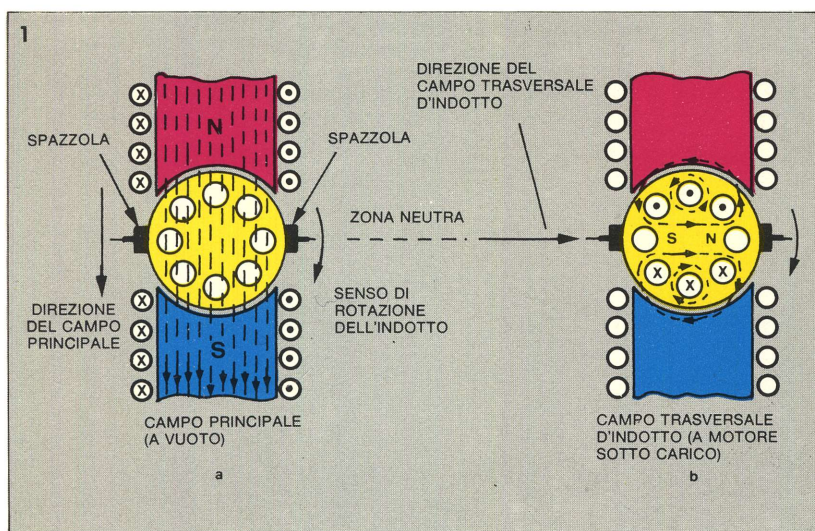
Gli avvolgimenti d'eccitazione dei poli ausiliari vengono inseriti in serie con quelli dell'indotto e sono perciò percorsi dalla stessa corrente. Il campo nei poli ausiliari dipende quindi dalla intensità della corrente nell'avvolgimento d'indotto, così come ne dipende il campo trasversale d'indotto con senso, però, inverso a quest'ultimo. Così il polo ausiliario annulla il campo trasversale d'indotto nella zona neutra, spostando quest'ultima in senso inverso, e rendendo inutile lo spostamento delle spazzole.

Abbiamo dunque visto che invertendo il senso della corrente si riesce ad avere una rotazione costante dell'indotto.

Se indichiamo con Φ il flusso induttore e con I la corrente che circola nell'indotto, la *coppia motrice* è data dall'espressione:

$$C = K' \cdot \Phi \cdot I$$

in cui K' è una costante dipendente dalle caratteristiche



Se invece il senso della corrente viene invertito nel momento in cui la spirale raggiunge il punto morto, si invertono le direzioni delle forze agenti: allora il movimento di rotazione continua sino a che, dopo mezzo giro, si rinnova una posizione con un nuovo punto morto, che nuovamente può essere vinto invertendo la direzione della corrente.

Poiché la commutazione del senso della corrente deve avvenire in funzione della posizione della spirale, questo compito è affidato a un dispositivo rotante con l'asse, il cosiddetto *commutatore*. L'inizio e la fine delle spire vengono fissate ad un anello di contatto diviso in due metà, isolate una dall'altra, dette *segmenti di commutazione*. Su ognuno di questi appoggia una spazzola che,

costruttive della macchina.

Il senso di rotazione dell'indotto si può ricavare, come sappiamo, applicando la regola delle tre dita della mano sinistra. Osserviamo che essendo Φ generato dalla corrente dell'avvolgimento induttore e I la corrente nell'indotto, per invertire il senso di rotazione di un motore a corrente continua è necessario invertire il senso della corrente o soltanto nell'induttore o soltanto nell'indotto. Se si invertisse in entrambi i circuiti il senso di rotazione rimarrebbe invariato.

A causa della rotazione del rotore entro il campo magnetico induttore, si genera negli avvolgimenti rotorici una f.e.m. indotta che, per la legge di Lenz, si oppone alla causa che l'ha generata: è diretta in senso contrario alla corrente (ed anche alla tensione applicata alla macchina).

La f.e.m. indotta nel funzionamento del motore, denominata *forza contro-elettromotrice*, è indicata con l'abbreviazione f.c.e.m. e si può calcolare mediante la formula:

$$E = K \cdot n \cdot \Phi$$

nella quale K dipende dai dati costruttivi della macchina, n è la velocità di rotazione in giri al secondo e Φ il flusso in weber.

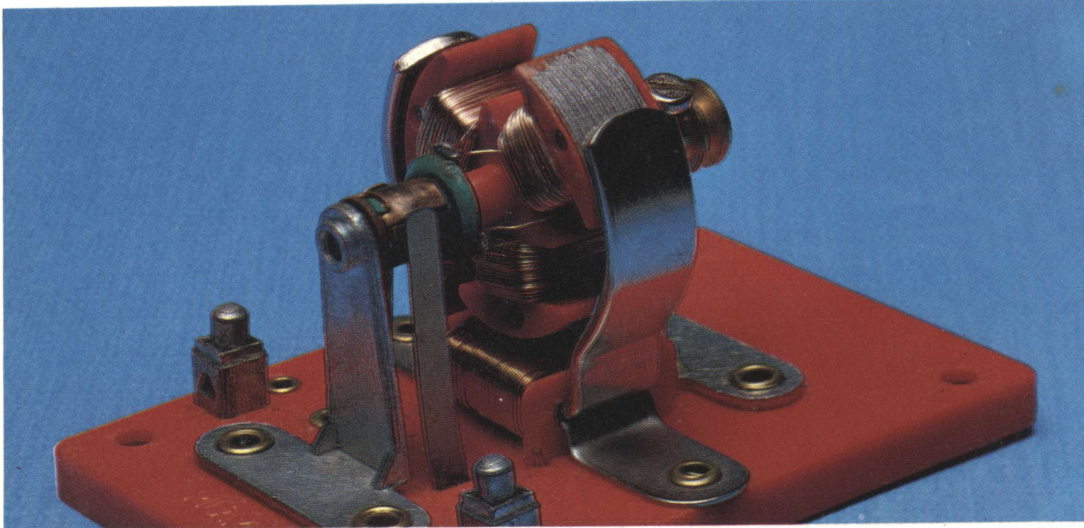
d'indotto. All'avviamento, essendo il motore ancora fermo, la f.c.e.m. è nulla, per cui osservando che la resistenza R_i è sempre piccolissima, la corrente d'indotto è elevatissima. Occorre pertanto inserire in questa fase in serie all'indotto un reostato (*reostato di avviamento*) che viene gradualmente disinserito man mano che il motore prende velocità.

I motori in corrente continua seguono alcune curve di funzionamento, le più importanti sono: le *caratteristiche elettromeccaniche* (curva della coppia in funzione della corrente assorbita e curva della velocità in funzione della corrente assorbita) e la *caratteristica meccanica*, ovvero la curva della coppia in funzione della velocità. Quest'ultima, particolarmente adatta per stabilire il campo d'impiego dei vari motori, varia sostanzialmente a seconda del sistema di eccitazione della macchina.

Osserviamo che i sistemi di eccitazione sono quelli visti per i generatori in corrente continua.

Una macchina si distingue per la potenza che può sviluppare: definiamo *potenza nominale* P di un motore in corrente continua, la potenza meccanica ricavata all'asse della macchina, quando viene alimentata dalla tensione nominale e ruota alla sua velocità nominale.

Definiamo invece *potenza assorbita* P_a , la potenza elettrica che si deve fornire ai morsetti della macchina, affinché questa trasmetta all'albero la sua potenza nomi-



Nella foto, semplicissimo motore a c.c. Si notino: il perno di rotazione, le spazzole, il circuito induttore e l'indotto.

Dalla relazione precedente possiamo ricavare la velocità:

$$n = \frac{E}{K \cdot \Phi}$$

che quindi è *inversamente* proporzionale al flusso induttore e *direttamente* proporzionale alla f.c.e.m. e, in definitiva, alla tensione applicata.

Per variare la velocità di un motore a corrente continua si può quindi agire in due modi: variare il flusso magnetico oppure variare la tensione di alimentazione. Poiché la velocità aumenta con il diminuire del flusso magnetico, non si deve mai fare funzionare un motore a corrente continua senza eccitazione, altrimenti la velocità assumerebbe valori pericolosi.

La corrente nell'indotto assume, per la legge di Ohm, il valore:

$$I_i = \frac{V - E}{R_i}$$

nella quale R_i è la resistenza ohmica degli avvolgimenti

nale; è data dal prodotto della tensione ai morsetti V per la corrente I assorbita dalla linea:

$$P_a = V \cdot I$$

Il *rendimento* è il rapporto tra la potenza resa e la potenza assorbita:

$$\eta = \frac{P}{P_a}$$

Poiché la potenza assorbita si può esprimere come somma della potenza resa e delle perdite all'interno della macchina possiamo pure scrivere:

$$\eta = \frac{P}{P + \text{Perdite}}$$

Le perdite da considerare sono: perdite meccaniche (per attrito e ventilazione), perdite nel ferro (per isteresi e correnti parassite nel nucleo d'indotto), perdite nel rame degli avvolgimenti induttore e indotto, perdite per contatto delle spazzole.

Bobina e fenomeni transitori

La bobina, costituita da un gran numero di spire in modo da ottenere induzioni magnetiche elevate, è l'elemento reale che realizza il fenomeno dell'autoinduzione.

La sua caratteristica peculiare quando viene inserita in un circuito, è, per quanto detto, induttanza; quindi, dal punto di vista circuitale, ha la stessa rappresentazione simbolica già vista per questa.

Ricollegandoci a quanto svolto finora sui fenomeni della autoinduzione vediamo il comportamento della bobina quando è inserita in un circuito e successivamente ne è disinserita.

Innanzitutto mettiamo in evidenza un aspetto molto importante dell'induzione.

Noi sappiamo, dalla legge di Lenz, che se la corrente aumenta in un circuito dotato di elementi induttivi, la f.e.m. di autoinduzione ha segno tale da produrre una corrente contraria, cioè che tende ad ostacolare l'aumento della corrente. Se viceversa la corrente diminuisce, la corrente indotta tende a mantenerla avendo il suo stesso senso. Ciò significa in altre parole che nei circuiti ad elevata induttanza vi è una certa *inerzia* che si oppone a qualsiasi mutamento di regime.

Per comprendere meglio pensiamo all'inerzia mecca-

gnetica accumulata nel campo è data da:

$$W = \frac{1}{2} N \cdot I \cdot \Phi$$

Il flusso Φ può essere espresso in funzione dell'autoinduttanza di un circuito (una bobina) di N spire secondo la relazione:

$$\Phi = \frac{L \cdot I}{N}$$

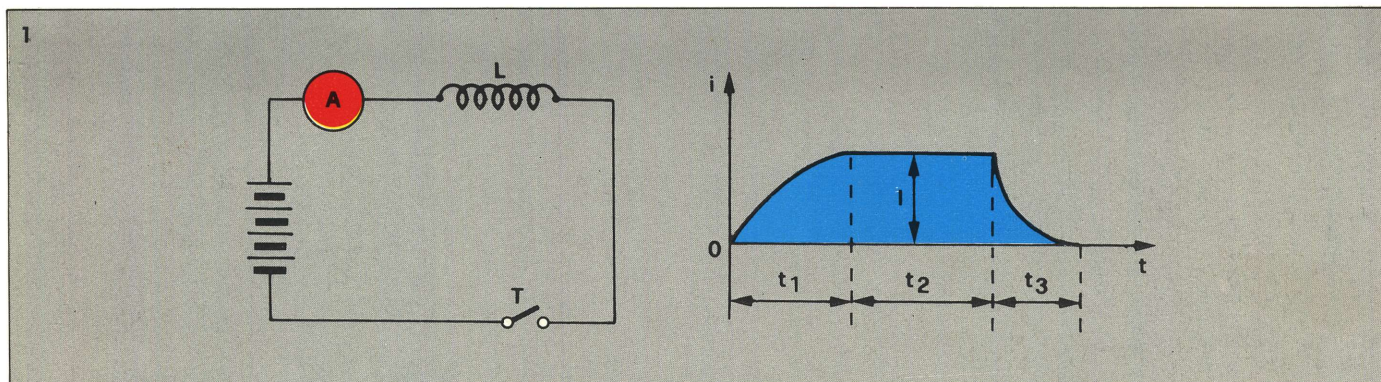
per cui si ottiene:

$$W = \frac{1}{2} N \cdot I \cdot \frac{L \cdot I}{N} = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

L'inerzia opposta dai circuiti fortemente induttivi alle variazioni di regime si rivela chiaramente nel caso in cui si effettua la chiusura e l'apertura del circuito stesso.

Figura 1. La presenza di una bobina determina in un circuito i fenomeni transitori evidenziati nel diagramma i-t.

Nella foto, vari tipi di bobine.



Quando si chiude un circuito induttivo (vedi Figura 1), - la corrente non raggiunge subito il valore determinato dalla legge di Ohm

$$I = \frac{V}{R}$$

ma lo raggiunge dopo un tempo t_1 funzione dell'induttanza della bobina. Ciò, ovviamente, perché alla tensione applicata si oppone la f.e.m. di autoinduzione che nasce nella bobina dalla variazione della corrente. Dopo il tempo t_1 sparisce la f.e.m. di autoinduzione perché la I ha raggiunto il valore di regime.

Se, trascorso il tempo $t_1 + t_2$, si apre il circuito, la corrente non si estingue nell'istante stesso di apertura dell'interruttore, ma si annulla dopo un tempo t_3 funzione della induttanza della bobina. Ciò perché a causa della brusca interruzione della corrente ha origine nella bobina una f.e.m. che, per la legge di Lenz, è dello stesso senso della tensione applicata: I tende cioè ad opporsi alla diminuzione della corrente, quindi a prolungarla nel tempo.

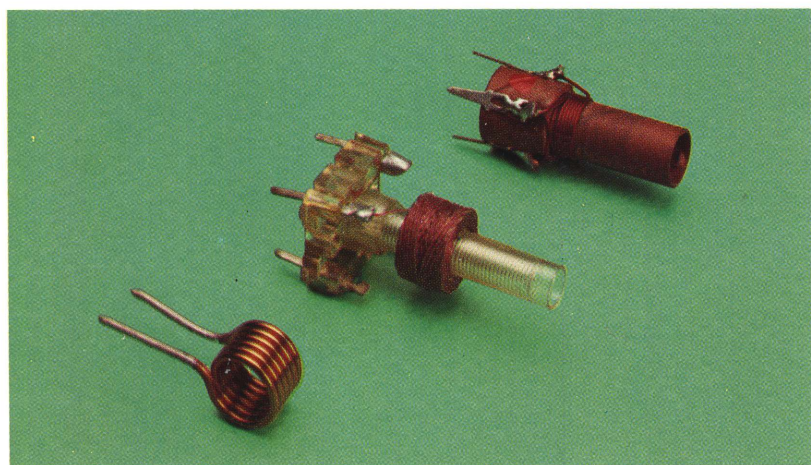
Se L è notevole, questa f.e.m. autoindotta può assumere valori elevati e, conseguentemente, dar luogo ad intense extracorrenti di apertura. Le manifestazioni energetiche che ne derivano (scintille) avvengono a spese del campo magnetico che va estinguendosi all'atto dell'interruzione della corrente. In tale periodo t_3 , transitorio, il campo magnetico restituisce l'energia,

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 \text{ joule,}$$

nica: lanciare o fermare una pallina di gomma non ci costa molta fatica, ma se dobbiamo muovere un'automobile ci vuole uno sforzo notevole, molto maggiore di quello necessario per continuare a spingerla quando avrà preso un po' di velocità. Dovremo compiere ancora un grande sforzo se cercheremo di arrestarla di colpo, perché l'inerzia anche in questo caso si oppone alla variazione di velocità.

Ritornando alla bobina, l'inerzia deriva dall'energia accumulata nel campo magnetico, la quale è in relazione con il valore della corrente circolante I e con quello dell'autoinduttanza L .

Abbiamo infatti visto in precedenza che l'energia ma-



creata nel tempo t_1 e immagazzinata dal campo magnetico.

Consideriamo, ad esempio, un circuito alimentato da una batteria e in cui in derivazione alla bobina di induttanza $L = 0,6 \text{ H}$ sia stata posta una lampadina ad incandescenza di potenza 40 W e tensione 125 V (vedi Figura 2). In condizioni normali (interruttori T_1 e T_2 chiusi) la lampadina è spenta (ha elevata resistenza rispetto alla bobina induttiva), ma all'atto dell'interruzione del circuito (aprendo l'interruttore T_1) essa brilla di luce vivissima per un tempo brevissimo.

Se la corrente interrotta è di 4 A , l'energia che si libera del campo magnetico è:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} 0,6 \cdot 4^2 = 4,8 \text{ joule}$$

Posta una durata dell'interruzione di $t = 0,02$ secondi, la f.e.m. media autoindotta è quindi:

$$E_m = L \cdot \frac{I_2 - I_1}{t} = 0,6 \cdot \frac{4}{0,02} = 120 \text{ V}$$

mentre la potenza media liberata attraverso la luce emessa dalla lampadina è:

$$P_m = \frac{W}{t} = \frac{4,8}{0,02} = 240 \text{ W}$$

Se la derivazione mancasse (interruttore T_2 aperto), detta potenza si esaurirebbe tra i contatti dell'interruttore T_1 , alla sua apertura, aumentando l'intensità della scintilla.

I transistori di corrente alla chiusura (t_1) e all'apertura (t_2) sono regolati dalla *costante di tempo* del circuito.

Il significato di questa grandezza è simile a quello del transitorio di carica e scarica dei condensatori.

Nel circuito induttivo visto, se L è l'induttanza della bobina ed R la sua resistenza (in generale L è l'induttanza ed R la resistenza totale del circuito), la costante di tempo, indicato al solito con T , è data dal valore:

$$T = \frac{L}{R}$$

che è misurata in secondi o nei sottomultipli millisecondi o microsecondi.

T può essere interpretata come quell'intervallo di tempo che sarebbe necessario alla corrente per raggiungere il valore di regime se questa continuasse a crescere con incremento costante uguale a quello iniziale. Poiché il transitorio *non è lineare* in pratica si ha che il valore di regime viene raggiunto, nel nostro esempio, dopo 5 costanti di tempo, mentre per $t = T$ la corrente raggiunge il 63% circa del suo valore finale.

Conoscere il valore numerico assunto dalla costante di tempo è molto importante. Infatti più un circuito è induttivo e più alto sarà il valore del rapporto

$$\frac{L}{R}$$

perciò più alto risulterà il valore della costante di tempo e quindi del tempo necessario perchè la corrente raggiunga il valore di regime.

Un fenomeno negativo, accennato anche nell'esempio, è la scintilla o arco di apertura che si verifica all'atto dell'apertura dell'interruttore. Esistono in pratica diversi modi di eliminare l'inconveniente: vediamo uno.

Nella Figura 3 sono rappresentati una bobina di induttanza L e un interruttore in parallelo al quale è stato inserito un condensatore di capacità C . La funzione di

quest'ultimo elemento si spiega ricordando quanto detto a proposito della carica e scarica dei condensatori.

Quando l'interruttore è chiuso, il condensatore è in corto circuito e quindi non vi è tensione fra le sue armature, cioè nessuna carica nel dielettrico. Appena l'interruttore si apre, alle armature del condensatore viene applicata tutta la tensione V del circuito ed esso può caricarsi, assorbendo dal circuito (dalla bobina) l'energia che ha accumulato nel campo magnetico e dare origine ad una corrente di carica che ha un andamento simile a quello della corrente del transitorio magnetico. Il risultato è che campo magnetico ed elettrico si scambiano fra loro tale energia consentendo alla corrente che transitava sui contatti dell'interruttore di interrompersi bruscamente come se il circuito fosse puramente resistivo.

Naturalmente il condensatore rimane caricato finchè l'interruttore è aperto poiché alle sue armature è applicata la tensione V .

Per ottenere l'effetto voluto occorre naturalmente, co-

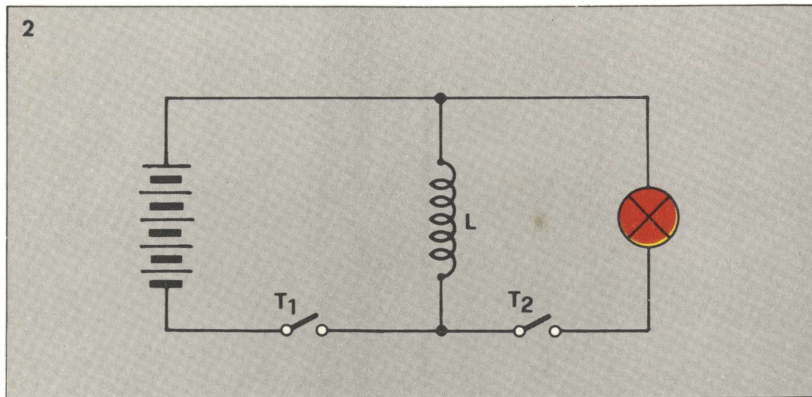


Figura 2. Semplice circuito utilizzato per analizzare i transitori.

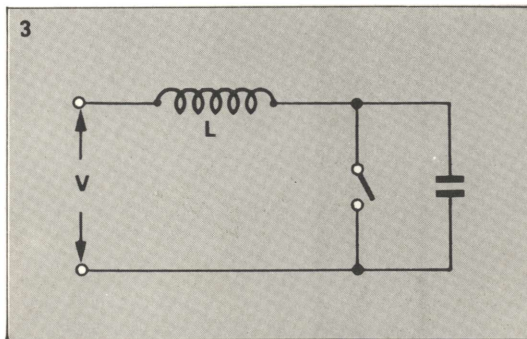


Figura 3. Mediante l'inserzione in parallelo di un idoneo condensatore è possibile eliminare i fenomeni transitori.

me abbiamo detto, che il campo magnetico e quello elettrico abbiano caratteristiche tali da potersi compensare completamente.

In altre parole, la capacità del condensatore deve essere tale da assorbire, alla tensione di esercizio del circuito, una quantità di energia pari alla energia magnetica che è accumulata nel circuito quando vi circola la normale corrente di regime.

Inoltre, per avere una perfetta compensazione occorre anche che le due costanti di tempo siano uguali o simili, in modo che l'andamento dei due transitori sia all'incirca uguale.

Per questo motivo si deve porre in serie alla capacità C anche una resistenza R_c per far sì che sia verificata la condizione:

$$R_c \cdot C = \frac{L}{R}$$

essendo R la resistenza della bobina.

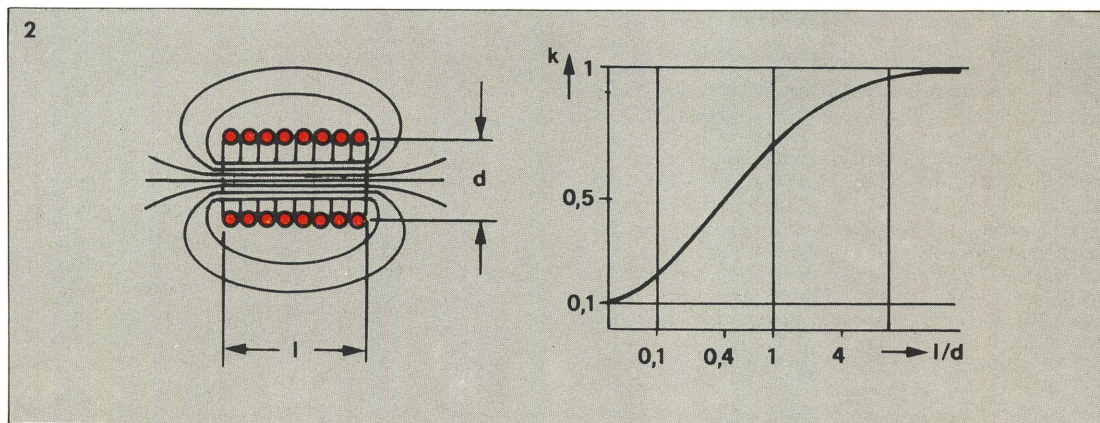
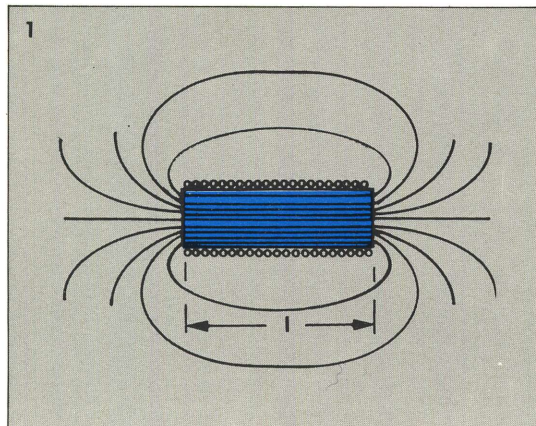
Calcolo e tipi di bobine

Sappiamo che l'induttanza di una bobina è data dal rapporto tra il numero di spire elevato al quadrato e la sua riluttanza magnetica. Precisamente:

$$L = \frac{N^2}{R_1}$$

Figura 1. Campo magnetico prodotto da una bobina cilindrica lunga.

Figura 2. Il campo magnetico prodotto da una bobina cilindrica corta, e l'andamento del fattore di correzione.



Sappiamo anche che, come la resistenza ohmica di un conduttore percorso da corrente, dipende dalla sezione e dalla conducibilità del materiale, così la riluttanza magnetica dipende dalla lunghezza del percorso del flusso l , dalla sua sezione S e dalla permeabilità μ del materiale nel quale passa il flusso magnetico. Cioè:

$$R_1 = \frac{l}{\mu S}$$

Quindi l'induttanza L sarà:

$$L = \mu \cdot N^2 \cdot \frac{S}{l}$$

in cui l è espresso in m, S in m^2 , μ in $\frac{H}{m}$ ed L in H.

Ricordando che la permeabilità dell'aria è

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{H}{m}$$

l'induttanza di una bobina in aria può essere scritta:

$$L = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot N^2 \cdot \frac{S}{l}$$

relazione valida per bobine cilindriche *lunghe*, cioè con l molto maggiore di d (Figura 1).

In questo caso infatti le linee di campo scorrono in grandissima parte parallele al campo e con uguale densità. La parte non omogenea del campo, agli estremi della bobina, è piccola rispetto all'interno della bobina dove quindi, è concentrata l'energia magnetica.

Nelle bobine corte (Figura 2) invece la parte del campo non omogenea non può essere trascurata. Ci si aiuta nel calcolo dell'induttanza con il fattore di correzione K :

$$L = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot K \cdot N^2 \cdot \frac{S}{l}$$

Il fattore di correzione è compreso tra 0 e 1 e dipende dal rapporto $\frac{l}{d}$.

Nel diagramma riportato è rappresentata questa dipendenza. Vediamo che a partire da $\frac{l}{d} = 10$

il fattore K è uguale a 1 (bobine cilindriche lunghe), applichiamo la relazione scritta alla bobina cilindrica lunga riportata sopra.

Osserviamo che all'esterno della bobina, la sezione

del flusso è multipla di quella all'interno, per cui la maggior parte della riluttanza magnetica compete al percorso del flusso all'interno della bobina. Quindi se la bobina è molto lunga rispetto al diametro, si può prendere con buona approssimazione la *lunghezza della bobina* come lunghezza del percorso del flusso magnetico.

Facciamo un esempio. Con: $l = 12$ cm, $d = 2$ cm e $N = 240$ spire, la sezione è:

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 4}{4} = 3,14 \text{ cm}^2$$

Utilizzando le unità di misura scritte in precedenza:

$$l = 0,12 \text{ m} = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$S = 0,000314 \text{ m}^2 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

possiamo ora ricavare l'induttanza della bobina:

$$L = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 240^2 \cdot \frac{3,14 \cdot 10^{-4}}{12 \cdot 10^{-2}} =$$

$$= 1,9 \cdot 10^{-4} \cdot H = 0,19 \text{ mH}$$

La relazione utilizzata adesso è valida anche per la *bobina ad anello*, detta anche *toroidale*: una lunga bobina cilindrica piegata su se stessa, le cui estremità si

toccano. Non esistono perciò terminali di bobina aperti, per cui le linee di campo scorrono totalmente all'interno della bobina, o meglio dell'avvolgimento.

Il diametro dell'anello D è grande rispetto al diametro d delle spire dell'avvolgimento (Figura 3).

Se $D = 30 \text{ cm}$ $d = 3 \text{ cm}$ $N = 500$ spire
abbiamo:

$$l = \pi \cdot D = 3,14 \cdot 30 = 94,2 \text{ cm} = 94,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} = 7,07 \text{ cm}^2 = 7,07 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

L'induttanza L sarà:

$$L = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 500^2 \cdot \frac{7,07 \cdot 10^{-4}}{94,2 \cdot 10^{-2}} =$$

$$= 0,235 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 0,235 \text{ mH}$$

Il toroide viene usato ovunque non si desideri una dispersione e quindi un'influenza del campo magnetico verso l'esterno, e viceversa, cioè da altri componenti costruttivi. Come molte altre bobine cosiddette "avvolte in aria", in realtà le spire del filo non sono libere nello spazio, ma vengono avvolte su sostegni *amagnetici* (cioè insensibili al campo magnetico) chiamati supporti, fatti di plastica, ceramica o altri materiali pressati.

Il principale vantaggio nelle bobine avvolte in aria consiste nel fatto che la loro induttanza praticamente non dipende dall'intensità di corrente, perché la costante di campo è una grandezza indipendente da questa.

Costruttivamente per ottenere alti valori di induttanza a parità di lunghezza di bobina, si avvolgono sul supporto parecchi strati di spire, uno sull'altro. Per evitare un cortocircuito fra le spire, il filo possiede uno strato isolante: *avvolgimento a tubo*. Esistono comunque speciali tipi di avvolgimenti *a forma di disco* collegabili tra loro uno di seguito all'altro per eliminare la capacità tra i singoli strati che si può manifestare in diversi casi. Se le singole bobine a disco presentano anch'esse capacità rilevanti si adottano *bobine a spire incrociate* di costituzione talmente robusta e stabile da poter fare a meno del supporto.

Quando occorrono induttanze di valore elevato si inserisce nella bobina un nucleo di *materiale ferromagnetico* a seconda del tipo del quale si può aumentare l'induttanza da 10^2 sino a 10^5 volte. Ovviamente la causa del fenomeno è legata all'aumento consistente della permeabilità che, come sappiamo, si ottiene dalla conoscenza della μ_r attraverso la relazione:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

Valori tipici della permeabilità relativa sono:

cobalto μ_r sino a 70

nicel μ_r sino a 200

leghe in ferro μ_r sino a 10^5

ferrite μ_r sino a 10^4 .

L'induttanza di una bobina ad anello o cilindrica con nucleo magnetico chiuso si ottiene tenendo conto di quanto ricordato con l'espressione:

$$L = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot \frac{S}{l}$$

Poiché tutte le linee di campo scorrono nel nucleo, dobbiamo considerare come valore di S la sezione del nucleo e per l la lunghezza media dello stesso, anche se la lunghezza dell'avvolgimento della bobina è piccola rispetto a quella del nucleo.

Sappiamo che l'induttanza con nucleo ferromagnetico chiuso varia con l'intensità della corrente di bobina. Questa variabilità può essere evitata se si lascia nel nucleo di ferro uno spazio d'aria (*traferro*).

Il nucleo può essere costituito anche da lamierini sot-

tili separati tra loro da una pellicola di ossido, di carta o di lacca isolante. Con ciò si evita che usando la corrente alternata (variabile) si produca un calore non ammesso, per induzione da correnti parassite.

Inoltre, le bobine con nucleo di lamierino variano la loro induttanza relativamente poco in un campo molto vasto di correnti, ed arrivano alla saturazione solo con valori di corrente molto alti.

Vengono perciò essenzialmente usate nella tecnica dell'energia (come impedenze di rete o per filtraggio nei circuiti di raddrizzamento), mentre non si prestano in applicazioni con le tensioni alternate ad alta frequenza, come si hanno nella tecnica delle radiotrasmissioni, in cui le perdite per correnti parassite sono alte.

In questo caso si ricorre ai *nuclei di ferrite* consistenti di materiale ceramico, formato da cristalli mescolati con leghe o di ossidi di ferro o di altri ossidi metallici. Il materiale ferritico non è un conduttore elettrico, perciò anche alle alte frequenze si formano solo piccole correnti parassite.

Non sono però adatte per bobine con campi magnetici molto intensi, poiché, già con valori bassi, si portano nel campo della saturazione, in cui l'induttanza diminuisce.

I nuclei di ferrite vengono preparati mediante pressione di materiali polverizzati e cottura in forni. Con questo tipo di preparazione si può ottenere una qualsiasi forma

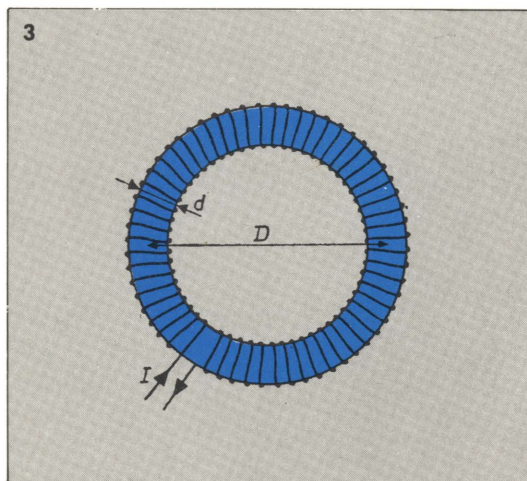


Figura 3. Esempio di bobina toroidale.

di nucleo: testine per registrazione, antenne a stilo, bobine d'accensione, bobine di deviazione o nuclei per filtri per le radiotrasmissioni.

Due forme particolari dei nuclei ferritici sono il *nucleo ad anello* e *a coppa*. Nel primo tipo nessuna linea di campo può uscire nello spazio esterno. Il secondo, composto di due parti, è spesso provvisto di un piccolo traferro, che permette di diminuire le perdite per smagnetizzazione e stabilizzare l'induttanza per lungo tempo.

Le bobine viste hanno costruttivamente valori di induttanza con un campo di tolleranza più o meno grande. In molti casi d'impiego però l'induttanza deve essere stabilita con precisione, come ad esempio nei circuiti oscillanti o nei filtri.

Si ricorre allora a bobine variabili (*variometri*):

— bobine con numero di spire variabile:

in queste bobine un determinato numero di spire può essere cortocircuitato;

— variometri senza ferro:

variando la distanza di due bobine collegate una di seguito all'altra, viene variato il flusso che passa attraverso tutte le spire;

— variometri con nucleo di ferro:

il flusso utile viene variato, in quanto il nucleo filettabile può essere inserito più o meno all'interno della bobina.

Diagrammi - Elementi di Trigonometria - Vettori

Per lo studio delle correnti alternate, occorre conoscere alcune nozioni di matematica senza le quali la comprensione di tali argomenti presenterebbe non poche difficoltà.

Un concetto molto importante è quello di *funzione*. Sappiamo che le quantità che mantengono sempre lo stesso valore sono dette *costanti*. Per contro, una quantità alla quale si possono assegnare valori arbitrari si dice *variabile*, e viene indicata solitamente con le ultime lettere dell'alfabeto x, y, z .

Diciamo che la variabile y è *funzione* della variabile x e si scrive $y = f(x)$, quando esiste una relazione che fa corrispondere ad ogni valore di x , *variabile indipendente*, un ben determinato valore di y , *variabile dipendente*.

Sono esempi di funzione le seguenti dipendenze: l'area della superficie "di un quadrato" (y) che dipende dalla lunghezza del suo lato; il volume di una sfera (y)

4) - (4, 16) - (7, 49) - (10, 100), corrisponde nel piano un solo punto. Unendo tra di loro tutti questi punti si ha il diagramma cercato.

Altrettanto importante è in elettrotecnica, la trigonometria che fornisce i mezzi per calcolare tutti gli elementi di un qualsiasi triangolo quando ne siano noti tre a piacere, fra i quali almeno un lato.

Premettiamo qualche definizione essenziale.

Un angolo può essere misurato in gradi sessagesimali e in radianti.

Il *grado*, come è noto, è la 360° parte dell'angolo giro e i suoi sottomultipli sono:

- il *primo* che è la sessantesima parte del grado;
 - il *secondo* che è la sessantesima parte del primo;
- Per indicare che un angolo ha la misura di 43 gradi, 15 primi e 26 secondi, scriveremo $43^{\circ} 15' 26''$.

Si dice *radiante* l'arco di una circonferenza che abbia lunghezza uguale al raggio, e *angolo radiante* l'angolo che sottende un radiante.

Una misura fatta con un sistema può essere convertita nell'altro sistema adoperando delle semplici relazioni. Se si indica con α° la misura di un angolo in gradi e con φ_{rad} quella di uno in radianti, si ha la proporzione:

$$\alpha^{\circ} : 180^{\circ} = \varphi_{\text{rad}} : \pi$$

da cui:

$$\alpha^{\circ} = \frac{180^{\circ} \cdot \varphi_{\text{rad}}}{\pi} \quad \text{e} \quad \varphi_{\text{rad}} = \frac{\pi \cdot \alpha^{\circ}}{180^{\circ}}$$

Per la risoluzione dei triangoli si fa ricorso ad alcune funzioni caratteristiche definite considerando una circonferenza di raggio *unitario* e un generico angolo al centro α i cui valori numerici e variazioni sono in relazione ai valori assunti da un angolo.

Definiamo seno dell'angolo α e lo indichiamo con $\sin \alpha$ il rapporto tra l'ordinata MH e il raggio OM (vedi Figura 1):

$$\sin \alpha = \frac{MH}{OM}$$

Il coseno dell'angolo α ($\cos \alpha$) è definito invece come rapporto tra l'ascissa OH e il raggio OM:

$$\cos \alpha = \frac{OH}{OM}$$

Ricordando poi che abbiamo definito sia il seno che il coseno considerando una circonferenza di raggio unitario, è $OM = 1$, e quindi possiamo scrivere:

$$\sin \alpha = MH \quad \cos \alpha = OH$$

La tangente dell'angolo α ($\tan \alpha$) è il rapporto fra il segmento AT e il raggio OM che corrisponde al rapporto tra seno e coseno:

$$\tan \alpha = \frac{AT}{OM} = AT = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Trattandosi di rapporti tra segmenti, le funzioni trigonometriche sono dei numeri puri, cioè non hanno dimensioni fisiche.

È evidente che al variare dell'angolo α i valori del seno, del coseno e della tangente varieranno anch'essi. Precisamente il seno e il coseno oscilleranno tra 1 e -1; la tangente invece può assumere tutti i valori possibili, positivi e negativi.

La Tabella 1 riporta i valori del seno, del coseno e della tangente per alcuni angoli (indicati con φ) compresi tra 0° e 90° .

A questo punto possiamo ricavare facilmente le formule risolutive dei triangoli rettangoli (Figura 2).

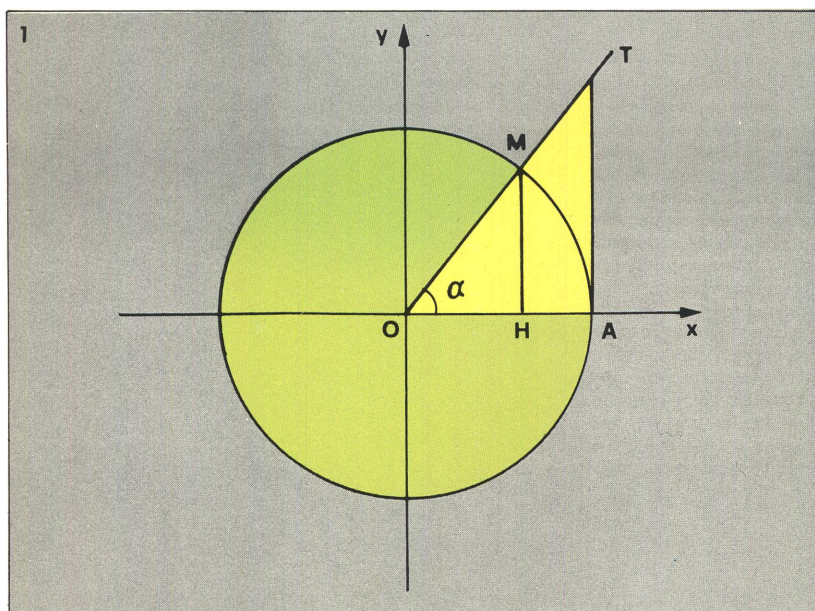
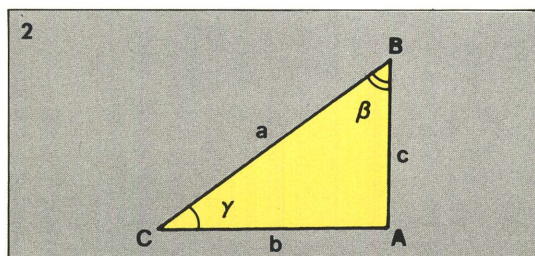


Figura 1.
Rappresentazione
geometrica delle
grandezze
trigonometriche.

Figura 2. Triangolo
rettangolo.



che dipende dal suo raggio (x); la corrente y , in un circuito che abbia una resistenza determinata, dipende dalla tensione applicata.

Le funzioni vengono studiate mediante la loro rappresentazione grafica o *diagramma cartesiano*. Per fare questo si fissano nel piano due assi perpendicolari tra loro, uno orizzontale ed uno verticale. Su ciascuno viene riportata una delle due grandezze: generalmente si ha la variabile indipendente x sull'asse orizzontale (*asse delle ascisse* o *asse x*), quella dipendente y , su quello verticale (*asse delle ordinate* o *asse y*). Ogni asse viene suddiviso a partire dall'origine, punto d'incontro dei due assi, in un certo numero di parti. Assegnando alla variabile indipendente x dei valori arbitrari, otteniamo, in corrispondenza, i valori di y . Per esempio se il lato di un quadrato (x) vale 2 o 4 o 7 o 10, l'area (y) sarà rispettivamente 4, 16, 49, 100. Ad ogni coppia di punti (x, y), nel nostro esempio (2,

Sfruttando quanto detto e utilizzando i simboli della figura, abbiamo per l'angolo γ :

$$\sin \gamma = \frac{\text{cateto opposto}}{\text{ipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\cos \gamma = \frac{\text{cateto adiacente}}{\text{ipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\tan \gamma = \frac{\text{cateto opposto}}{\text{cateto adiacente}} = \frac{c}{b}$$

Da cui possiamo ricavare:

$$c = a \cdot \sin \gamma \quad b = a \cdot \cos \gamma \quad c = b \cdot \tan \gamma$$

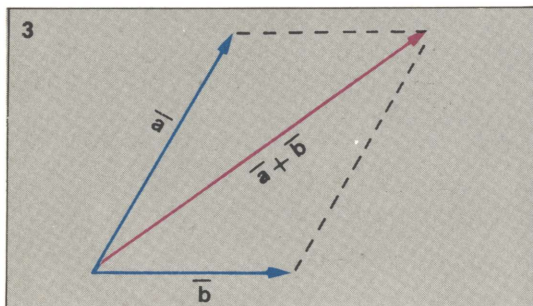
Considerando l'angolo β avremo:

$$\sin \beta = \frac{b}{a} \quad \cos \beta = \frac{c}{a} \quad \tan \beta = \frac{b}{c}$$

e quindi:

$$b = a \cdot \sin \beta \quad c = a \cdot \cos \beta \quad b = c \cdot \tan \beta$$

Osserviamo che nel caso di un triangolo rettangolo per determinarne tutti gli elementi è sufficiente conoscere due soli, essendo il terzo (l'angolo retto) noto.



L'ultimo argomento da affrontare è quello riguardante i vettori e il calcolo vettoriale.

In fisica le grandezze si possono suddividere in due categorie: *grandezze scalari* e *grandezze vettoriali*. Alla prima appartengono grandezze che possono essere definite solo da un numero, come ad esempio il tempo o la temperatura. Alla seconda quelle grandezze che per essere definite completamente abbisognano di un numero, detto *intensità* o *modulo*, una *direzione*, e un *verso*.

Pensate a un uomo che muove un peso. Sapere con quanta energia (modulo) compie questa operazione non è sufficiente. Occorre infatti, sapere anche in che direzione lo muove (la retta lungo cui avviene il movimento): per esempio se lo sposta orizzontalmente o verticalmente e anche in che verso, alto o basso, destra o sinistra. Possiamo sostituire l'uomo con un vettore rappresentato da una freccia la cui lunghezza è il modulo, la retta su cui giace è la direzione, e il verso è dato dalla punta.

I vettori sono indicati oltre che da una freccia da una lettera in grassetto con un tratto sovrapposto.

Le operazioni sui vettori che interessano di più sono la somma e la differenza.

In Figura 3 è riportata la somma vettoriale di due vettori \vec{a} e \vec{b} , eseguita con la regola del parallelogramma, che consiste nel tracciare dai vertici dei due vettori le parallele alle loro direzioni. La somma è la diagonale principale del parallelogramma.

Il calcolo matematico della somma può essere eseguito con relazioni trigonometriche quando è noto l'angolo

tra i due vettori.

Noi considereremo in elettrotecnica vettori che generalmente sono perpendicolari tra loro; potremo sfruttare così le relazioni per la risoluzione dei triangoli rettangoli.

La differenza tra i vettori \vec{a} e \vec{b} può rappresentarsi sulla Figura 3 e sarebbe identificata dall'altra diagonale del

Tabella 1. Funzioni dell'angolo

φ	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\tan \varphi$
0	0,0000	1,0000	0,0000
1	0,0175	0,9999	0,0175
2	0,0349	0,9994	0,0349
3	0,0523	0,9986	0,0524
4	0,0698	0,9976	0,0699
5	0,0872	0,9962	0,0875
6	0,1045	0,9945	0,1051
7	0,1219	0,9925	0,1218
8	0,1392	0,9903	0,1405
9	0,1564	0,9877	0,1584
10	0,1736	0,9848	0,1763
11	0,1908	0,9816	0,1944
12	0,2079	0,9781	0,2126
13	0,2250	0,9744	0,2309
14	0,2419	0,9703	0,2493
15	0,2588	0,9659	0,2679
16	0,2756	0,9613	0,2867
17	0,2924	0,9563	0,3057
18	0,3090	0,9511	0,3249
19	0,3256	0,9455	0,3443
20	0,3420	0,9397	0,3640
21	0,3584	0,9336	0,3839
22	0,3746	0,9272	0,4040
23	0,3907	0,9205	0,4245
24	0,4067	0,9135	0,4452
25	0,4226	0,9063	0,4663
26	0,4384	0,8988	0,4877
27	0,4540	0,8910	0,5095
28	0,4695	0,8829	0,5317
29	0,4848	0,8746	0,5543
30	0,5000	0,8660	0,5774
31	0,5150	0,8572	0,6009
32	0,5299	0,8480	0,6249
33	0,5446	0,8387	0,6494
34	0,5592	0,8290	0,6745
35	0,5736	0,8192	0,7002
36	0,5878	0,8090	0,7265
37	0,6018	0,7986	0,7536
38	0,6157	0,7880	0,7813
39	0,6293	0,7771	0,8098
40	0,6428	0,7660	0,8391
41	0,6561	0,7547	0,8693
42	0,6691	0,7431	0,9004
43	0,6820	0,7314	0,9324
44	0,6947	0,7193	0,9657
45	0,7071	0,7071	1,0000
...
90	1,0000	0,0000	∞

Figura 3. Rappresentazione grafica della somma di due vettori.

parallelogramma. Può comunque essere ricavata con la regola della somma tenendo presente che il vettore $-\vec{b}$ corrisponde al modulo e alla direzione del vettore \vec{b} , ma con verso invertito: ciò equivale a dire pure che il vettore \vec{b} può essere sommato al vettore \vec{a} dopo essere stato ribaltato di un angolo di 180° .

Grandezze alternate sinusoidali

Si chiamano alternate quelle grandezze che, oltre ad essere periodiche, cioè si ripetono uguali nel tempo, hanno un valore medio nullo; la somma dei valori positivi è uguale a quella dei valori negativi. Nella fisica vi sono diverse grandezze che presentano questo andamento: un esempio immediato è dato dal movimento di un pendolo ideale.

Noi sappiamo che tra correnti elettriche e correnti idrauliche si può stabilire una ben nota analogia. Nella Figura 1a riportiamo il *modello* idraulico della corrente continua: una pompa, simboleggiante la f.e.m., mantiene in movimento, sempre nel medesimo verso, il flusso d'acqua che rappresenta la corrente elettrica. Nella Figura 1b invece, l'acqua è mantenuta in moto *alternativo* dallo stantuffo e si realizza così un *modello* di corrente alternata.

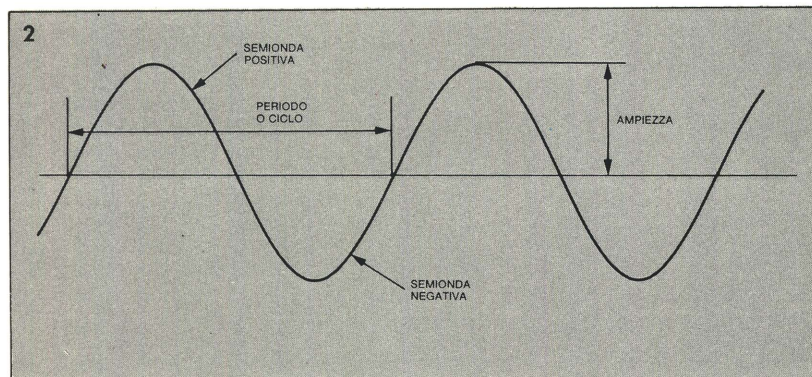
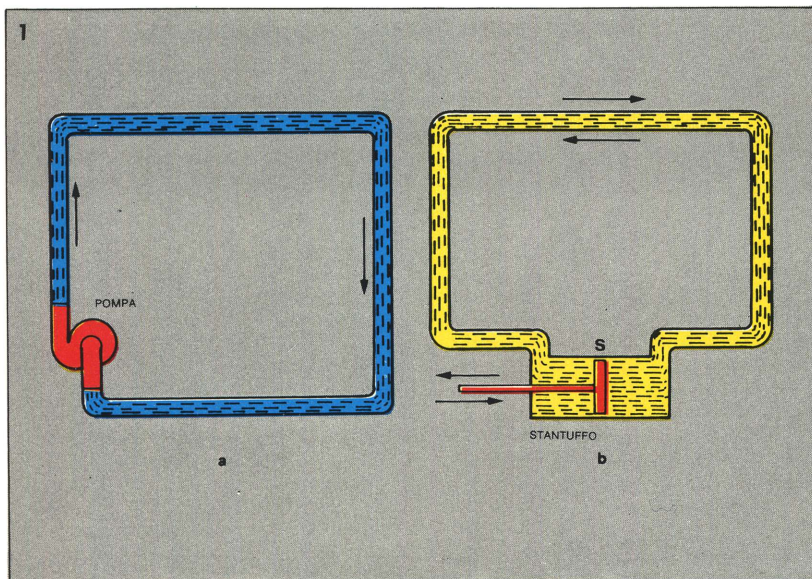


Figura 1. Modello idraulico della corrente continua (a) e alternata (b).

Figura 2. Andamento nel tempo di una grandezza alternata sinusoidale.

Alcune forme particolari di grandezze alternate dette *sinusoidali*, le cui variazioni rispetto al tempo avvengono secondo curve appunto sinusoidali, sono molto importanti da un punto di vista elettrico, proprio perché è in questa forma che la corrente e la tensione vengono normalmente fornite dalle macchine generatrici, immesse nelle reti di distribuzione e consumate dagli utenti.

La Figura 2 riporta l'andamento di una *corrente* (ma potrebbe essere una tensione o una potenza), *alternata sinusoidale*. In essa sono indicati alcuni dei termini comunemente impiegati nello studio di queste grandezze e in particolare il *periodo* che rappresenta l'intervallo di tempo dopo il quale la corrente riproduce identicamente le proprie vicende. O meglio definiamo periodo T il numero di secondi durante il quale si verifica una

alternanza completa nel nostro esempio, della corrente.

In pratica più che il periodo, interviene nei calcoli una altra grandezza, la *frequenza* f , definita come il numero di alternanze complete che si verificano in un secondo.

$$\text{Possiamo allora scrivere: } f = \frac{1}{T} \text{ oppure } T = \frac{1}{f}$$

Se il periodo è misurato in secondi (sec), la frequenza sarà espressa con l'unità

$$\frac{1}{\text{sec}}$$

chiamata *hertz* (Hz). Se, per esempio, il periodo ha la durata di 0,02 secondi

$$\left(\frac{1}{50} \text{ di secondo} \right),$$

la frequenza risulta di 50 periodi al secondo (50 Hz).

Geometricamente, una sinusoide è una curva che varia, nel tempo, proporzionalmente al seno di un angolo descritto da un segmento che ruota attorno all'origine con una velocità angolare uniforme ω : il segmento compie in un periodo una intera rotazione, percorre cioè in T secondi un angolo di 2π (360°), e in un secondo l'angolo

$$\frac{2\pi}{T}$$

Poiché l'angolo percorso in ogni secondo è proprio la velocità angolare ω , altrimenti detta *pulsazione*, possiamo scrivere:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

e ricordando che $f = \frac{1}{T}$, anche:

$$\omega = 2\pi f$$

misurata in $\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

Il generico angolo φ (leggi fi) descritto dal vettore nel tempo t può essere espresso pure come $\varphi = \omega t$.

Esprimiamo analiticamente la generica grandezza sinusoidale in questo modo:

$$a = A_m \sin \omega t$$

in cui:

- a indica i successivi valori istantanei della grandezza alternata sinusoidale;
- A_m indica il valore massimo, o ampiezza;
- ωt indica la misura dell'angolo espresso in radianti, descritto dal segmento rotante, nel tempo t .

Oltre a questi valori le grandezze alternate sinusoidali sono caratterizzate anche dal valore medio e dal valore efficace.

Il *valore medio* di una grandezza alternata corrisponde all'ordinata media di una semionda (sull'intero periodo è nullo) e viene rappresentato da una lettera maiuscola con al piede m (es. A_m , V_m , I_m). Il valore medio, quando è noto il valore massimo, si ricava con la relazione:

$$A_m = \frac{2}{\pi} A_M = 0,636 A_M$$

Per definire il valore efficace riferiamoci a quanto detto a proposito degli effetti termici della corrente.

Sappiamo che la potenza dissipata su una resistenza con una corrente continua è data da $R \cdot I^2$, dove I rappresenta il valore *unico e costante* della corrente. Se su questa resistenza facciamo passare una corrente alternata, quale valore dobbiamo usare per ottenere la medesima potenza dissipata sotto forma di calore?

Dobbiamo usare proprio il *valore efficace* che possiamo quindi definire come il valore della corrente alternata che si dovrebbe assegnare ad una corrente continua per ottenere la stessa energia termica per effetto Joule.

Quando indicheremo la corrente I senza indici, intenderemo sempre che si tratta di valore efficace.

Anche se il significato di questo valore è stato ricavato sugli effetti delle correnti, tuttavia *tutte* le grandezze alternate sinusoidali hanno un loro valore efficace, legato a quello massimo dalla relazione:

$$A = \frac{A_m}{\sqrt{2}} = 0,707 A_m$$

Il rapporto tra il valore efficace e il valore medio viene definito *fattore di forma*, che per le grandezze sinusoidali assume il valore:

$$\frac{A}{A_m} = 1,11$$

Per mettere in evidenza altri elementi caratteristici molto importanti delle grandezze alternate, conviene riferirsi alla costruzione geometrica che dà origine alla sinusoide (Figura 3).

Riprendendo quanto detto in precedenza consideriamo il punto A, estremo del raggio OA, che ruota con moto uniforme, partendo da A_0 , nel senso indicato dalla freccia.

Possiamo "sviluppare" il suo percorso lungo la circonferenza, sull'asse Ot su cui ad intervalli uguali, facciamo corrispondere cerchi uguali percorsi da A. Poiché il moto è uniforme, basta dividere l'intervallo corrispondente all'intero sviluppo della circonferenza in tanti tratti quanti sono i secondi impiegati dal punto A a percorrerla. Ora, se per ogni istante riportiamo sul diagramma perpendicolarmente alla retta dei tempi, il segmento OH, proiezione del segmento OA sul diametro verticale BB', otteniamo una sinusoide. I punti nei quali la curva raggiunge la sua massima ampiezza positiva o negativa corrispondono al passaggio di A per i punti B e B', mentre quelli di valore zero corrispondono al passaggio di A per il punto A_0 e A_1 . Questo modo di rappresentare le grandezze alternate è senza dubbio il più completo. Ma se dobbiamo eseguire calcoli, risolvere problemi teorici e pratici, esistono altri metodi che si prestano più agevolmente allo studio. Un metodo di calcolo efficace è quello che si serve dalla rappresentazione vettoriale.

Abbiamo visto come si ricava una sinusoide considerando il raggio che percorre una circonferenza con velocità uniforme. Nulla toglie però alle condizioni già viste se quel raggio, rotante viene sostituito con un *vettore* (segmento orientato) di modulo uguale al valore massimo, e rotante con velocità angolare ω .

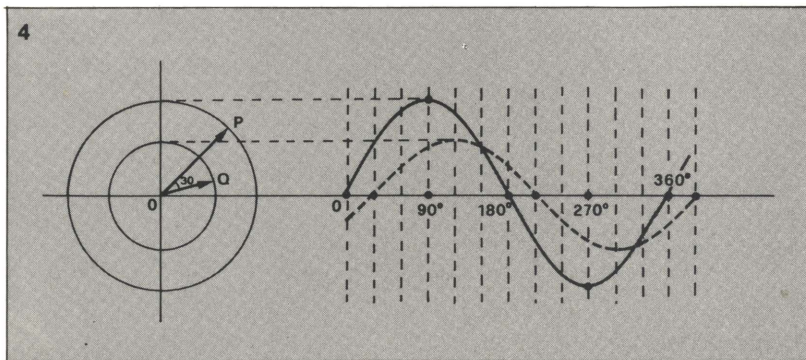
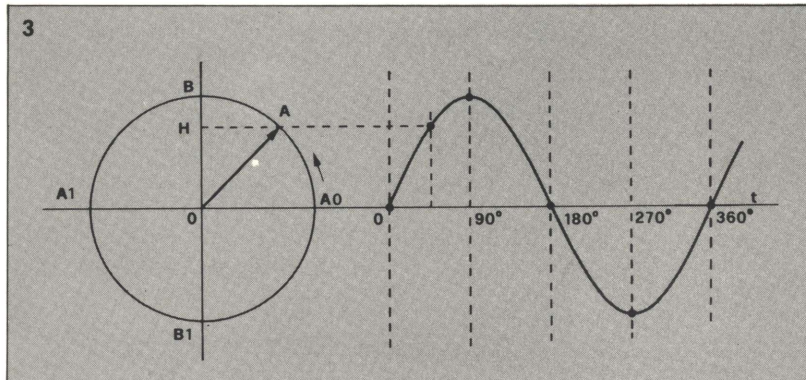
La stessa cosa possiamo dire se le grandezze sinusoidali sono più di una: ciascuna di esse risulterà rappresentata da un vettore rotante nel verso antiorario con la propria velocità ω , avente un estremo posto nel punto comune O, di modulo uguale all'ampiezza della propria sinusoide e formante con l'asse orizzontale nell'istante $t = 0$ un angolo detto *angolo di fase*. È importante osservare che, quando le grandezze sinusoidali in gioco sono tutte della stessa frequenza, i vettori rappresentativi ruotano tutti nello stesso verso, con la stessa velocità angolare, conservando quindi tra loro le stesse differenze di fase. Poiché dunque le relative posizioni dei diversi vet-

tori che rappresentano le grandezze sinusoidali date sono costanti nel tempo, si può pensare di considerare i suddetti vettori fermi nel piano, in una posizione corrispondente ad un tempo qualsiasi (di solito si assume la posizione corrispondente a $t = 0$). Ciò, come si vedrà, torna di grandissima utilità nello studio dei circuiti elettrici in regime sinusoidale.

In particolare, con la rappresentazione vettoriale delle varie grandezze, sono maggiormente *visibili* le relazioni che interessano le fasi. Così una grandezza sinusoidale, che debba anticipare o ritardare di una certa frazione di periodo rispetto ad un'altra, non farà che ruotare in anticipo o in ritardo del corrispondente angolo di sfasamento φ (in Figura 4 $\varphi = 30^\circ$).

Ovviamente fra due grandezze si dice *in ritardo* quella che, ruotando in senso antiorario raggiunge dopo il suo valore massimo, mentre quella che lo raggiunge per prima si dice *in anticipo*.

Se due vettori rappresentativi di grandezze sinusoidali hanno la stessa direzione e lo stesso verso ($\varphi = 0$) si



dicono in fase tra loro, se l'angolo di sfasamento $\varphi = 90^\circ$ sono in quadratura, se poi i due vettori hanno la stessa direzione, ma verso opposto, ($\varphi = 180^\circ$), in opposizione.

Con il metodo dei vettori potranno essere eseguite le operazioni di somma e di differenza fra grandezze alternate, come, ad esempio, la ricerca della risultante di più correnti della stessa frequenza confluenti in un circuito, oppure la determinazione della d.d.p. da applicare ai capi di un circuito in serie, ecc.....

Naturalmente le somme e differenze di vettori si potranno eseguire soltanto quando si tratta di grandezze tra loro omogenee (correnti con correnti, tensioni con tensioni, ecc.) e rappresentate nella medesima scala. Quando invece si deve fare il prodotto, le grandezze potranno non essere omogenee, per esempio una corrente e una tensione. In questo caso non si arriva al risultato attraverso operazioni geometriche semplici, come nel caso di somme o differenze, ma la rappresentazione vettoriale può ugualmente riuscire molto espressiva.

Figura 3.
Rappresentazione di una grandezza sinusoidale mediante un vettore.

Figura 4. Confronto fra due vettori sfasati di un angolo di 30° .

Circuito puramente induttivo o capacitivo

Un circuito è detto puramente induttivo quando è costituito da una induttanza pura con resistenza e capacità praticamente nulla.

Anche se nella realtà tale circuito non è rigorosamente realizzabile, ci possiamo avvicinare notevolmente a tale condizione considerando un avvolgimento di spire il

flusso (che segue quella della corrente) ai capi dell'induttanza si manifesta una f.e.m. indotta, o meglio di autoinduzione, data in valore assoluto dall'espressione:

$$E = \omega \cdot L \cdot I$$

Poiché questa f.e.m. si oppone alla causa che l'ha generata, e cioè alla tensione applicata al circuito, essa avrà istante per istante segno contrario alla tensione; è quindi una *forza controelettromotrice*.

Ricordando che la f.e.m. indotta è sfasata di 90° rispetto alla corrente alternata (al flusso) che la genera, si può allora dire che la corrente in un circuito puramente induttivo è sfasata di 90° in ritardo rispetto alla tensione applicata.

La legge di Ohm per questo tipo di circuito si scriverà:

$$V = -E = \omega L I$$

Il legame tra tensione e corrente (ωL) prende il nome di *reattanza induttiva* misurata in ohm come una resistenza e si esprime nel seguente modo:

$$X_L = \omega L = 2 \pi f L$$

Non facciamo confusione fra questi termini. La reattanza non è uguale a una resistenza. Mentre quest'ultima dà origine a dissipazione di energia sotto forma di calore, la reattanza rappresenta lo *scambio di energia* che avviene fra il generatore e il campo magnetico con la frequenza corrispondente a quella della corrente.

Inoltre essa *non ha valore costante* perché, dipende dall'induttanza L che cambia valore quando il flusso magnetico si sviluppa entro materiali ferromagnetici e dalla frequenza: in corrente continua ($f = 0$) un circuito puramente induttivo diventa un corto circuito.

Comunque, come la resistenza, la reattanza induttiva individua la caduta di tensione che si genera in seno al circuito per effetto del passaggio di una corrente.

La legge di Ohm si può dunque scrivere: $V = X_L \cdot I$.

Osserviamo infine che l'analogia fra i fenomeni di autoinduzione ed i fenomeni d'inerzia, può essere estesa al caso ora esaminato. Se infatti immaginiamo di applicare ad una massa inerte una forza che s'inverta periodicamente, il moto impresso riproduce esattamente l'andamento della corrente provocata in una pura induttanza da una tensione alternata. La massa acquista la massima velocità nel momento in cui la forza motrice cessa di agire in un senso per invertirsi e divenire forza frenante fino a che non abbia assorbito l'energia cinetica impressa precedentemente. In assenza di resistenze passive, vi è quindi perfetta simmetria fra il lavoro motore e quello frenante, e di conseguenza la velocità sarà zero quando la forza motrice è massima.

È ovvio, poi, che a parità di forza motrice, la velocità massima impressa alla massa sarà tanto minore quanto più rapide sono le inversioni della forza stessa, così come a parità di tensione applicata la corrente prodotta nell'induttanza è tanto minore quanto maggiore è la frequenza.

Vediamo un esempio di applicazione:

Calcoliamo l'induttanza di una bobina che in un circuito a corrente alternata (220 V a 50 Hz) deve limitare la corrente a 500 A, in caso di corto circuito dell'utilizzatore (Figura 2).

Secondo la legge di Ohm si ha:

$$V = X_L \cdot I$$

$$X_L = \frac{V}{I} = \frac{220}{500} = 0,44 \, \Omega$$

La reattanza induttiva si lega poi all'induttanza della bobina con la relazione:

$$X_L = \omega L$$

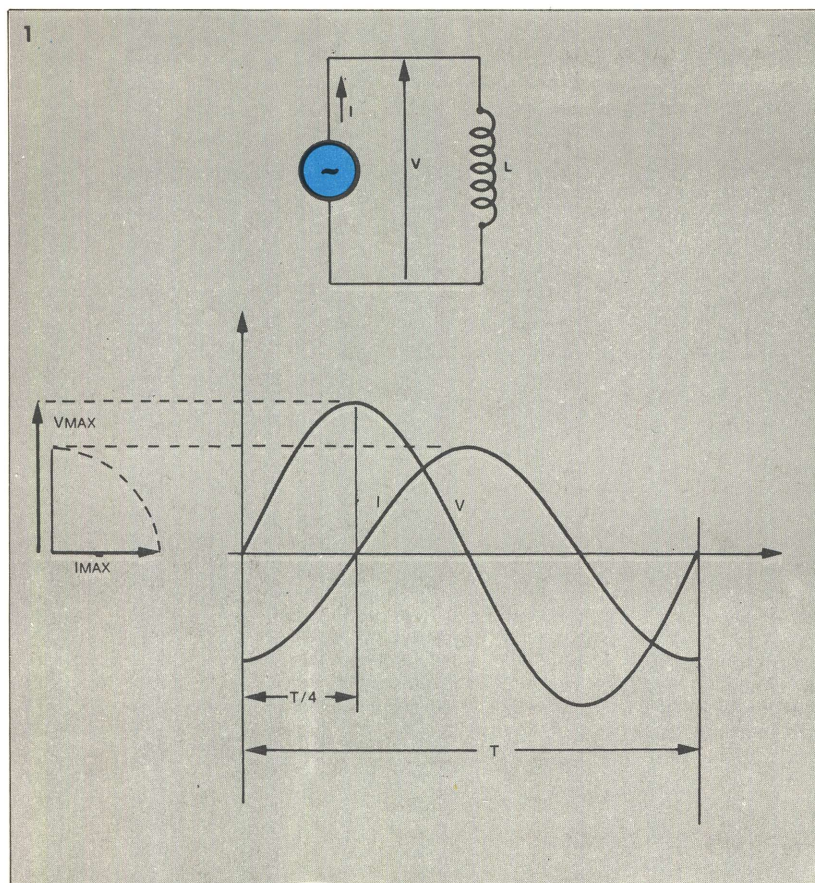
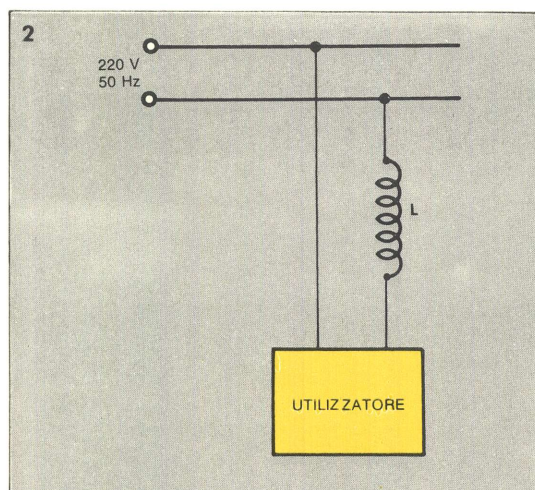


Figura 1. Il più semplice circuito puramente induttivo e la rappresentazione vettoriale delle grandezze in gioco (I e V) con la corrente sfasata di 90° in ritardo rispetto alla tensione.

Figura 2. Un circuito ideale in cui la bobina è stata "isolata" dall'utilizzatore (una radio, una lavatrice, ...).



cui conduttore abbia una sezione abbastanza grande da presentare resistenza trascurabile.

Alimentiamo il circuito riportato in Figura 1 con tensione alternata monofase di valore efficace V ; circolerà una corrente dello stesso tipo con valore efficace I . Abbiamo visto che in tale situazione, a causa della variazione del

e quindi

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{0,44}{2\pi \cdot 50} = \frac{0,44}{314} = 0,0014 \text{ H} = 1,4 \text{ mH}$$

Consideriamo adesso un circuito *puramente capacitivo*.

Per capire meglio, possiamo pensare a un circuito costituito da un condensatore che sia collegato al generatore mediante conduttori non induttivi e di resistenza nulla (Figura 3).

Ricordiamo innanzitutto che in corrente continua un condensatore costituisce un'interruzione del circuito elettrico. La stessa cosa non avviene in corrente alternata: ciò, ovviamente, a causa della variabilità della corrente.

Infatti in ogni periodo, la carica sulle armature si inverte o, il che è lo stesso, si susseguono fasi di carica e scarica del condensatore. Più esattamente, quando aumenta la tensione applicata alle armature di un condensatore, si ha un addensamento di cariche di segno opposto su di esse, con un corrispondente accumulo di energia nel campo elettrico; quando la tensione diminuisce anche la carica accumulata diminuisce. Negli istanti di massimo e minimo della tensione non si ha nessuna variazione di carica. A tutte queste fasi di variazione della tensione, e quindi di carica accumulata, corrisponde un movimento alternato delle cariche elettriche cioè una corrente elettrica.

Se questo comportamento del circuito è messo in un diagramma come quello riportato in Figura 3, si può dire che la corrente in un circuito capacitivo è sfasata rispetto alla tensione. Diciamo allora che in un circuito puramente capacitivo la corrente è sfasata di 90° in anticipo sulla tensione applicata. Ciò vuol dire che quando la tensione passa per lo zero, la corrente raggiunge il valore massimo (positivo o negativo), mentre è nulla in corrispondenza dei valori massimi della tensione (positivi o negativi).

La legge di Ohm per questo tipo di circuito può essere scritta come:

$$V = \frac{1}{\omega C} \cdot I$$

in cui il termine di proporzionalità tra tensione e corrente

$$\frac{1}{\omega C}$$

è detto *reattanza capacitiva*, anch'essa misurata in ohm come per la reattanza induttiva.

Indicando con X_C tale termine, abbiamo:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

Osserviamo anche in questo caso la reattanza capacitiva non provoca dissipazione di energia, ma rappresenta lo *scambio di energia* fra il generatore ed il campo elettrico.

Poiché anch'esso dipende dalla frequenza della tensione imposta, la reattanza *non ha valore costante* al variare di essa, ma diminuisce al suo crescere, al punto che il condensatore si comporta come un elemento in corto circuito quando la frequenza è alta.

La legge di Ohm può essere pure scritta: $V = X_C \cdot I$. Riportiamo un esempio di calcolo di questo tipo di circuito.

Un condensatore è sottoposto alla tensione alternata di valore efficace $V = 100 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, con una corrente di 1 A .

Che capacità ha il condensatore?

Dalla legge di Ohm: $V = X_C \cdot I$ ricaviamo:

$$X_C = \frac{V}{I} = \frac{100}{1} = 100 \Omega$$

Ricordando poi che: $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$\text{abbiamo } C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 100} = 31,8 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 31,8 \mu\text{F}$$

Figura 3. Il più semplice circuito puramente capacitivo e la rappresentazione vettoriale delle grandezze in gioco (I e V) con la corrente sfasata di 90° in anticipo rispetto alla tensione.

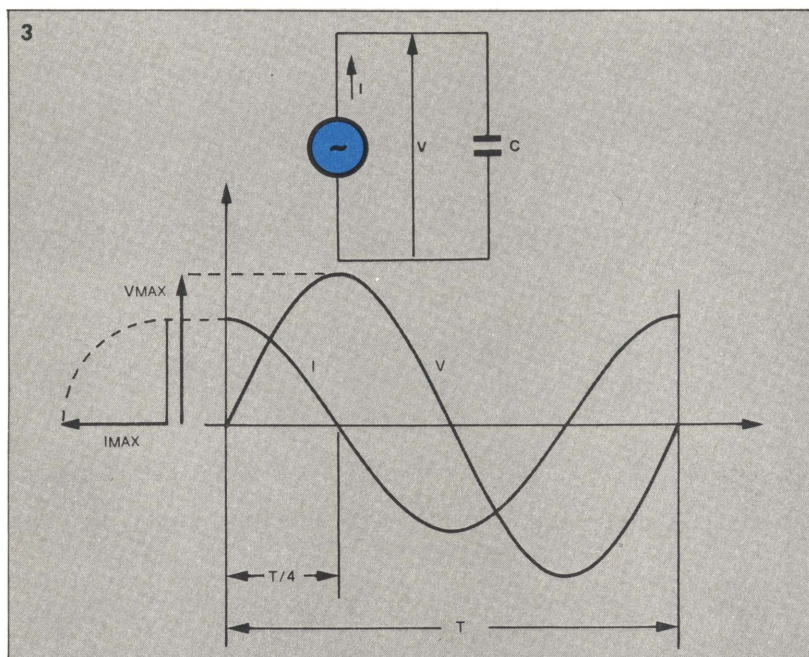


Tabella 1. Confronto fra le caratteristiche di un circuito puramente induttivo e uno puramente capacitivo.

circuito	induttivo $X_L = \omega L$	capacitivo $X_C = \frac{1}{\omega C}$
frequenza nulla (corrente continua)	corto circuito	circuito interrotto
frequenza elevatissima	circuito quasi interrotto	corto circuito
scambi di energia (si alternano ogni quarto di periodo)	assorbe energia quando aumenta la corrente e diminuisce la tensione	assorbe energia quando aumenta la tensione e diminuisce la corrente

A conclusione, confrontando le due reattanze, possiamo osservare che mentre la reattanza induttiva provoca un ritardo della corrente rispetto alla tensione, quella capacitiva porta invece anticipo. Quindi disegnando un diagramma vettoriale, i comportamenti delle due reattanze sono simmetrici e dal punto di vista del calcolo matematico ciò porta a considerare somme (differenze) di tipo semplicemente numerico.

Riportiamo in Tabella 1 uno specchietto che riassume le analogie e le differenze fra le due reattanze in alcune situazioni tipiche.

Circuito puramente ohmico

I circuiti elettrici si dicono in regime sinusoidale quando presentano, ai capi di ciascun elemento, tensioni sinusoidali e sono percorsi da correnti, esse pure sinusoidali, della stessa frequenza.

La variabilità della corrente e della tensione modifica sensibilmente il comportamento dei circuiti rispetto a quanto avevamo visto per le correnti continue. Infatti quando ci proponiamo di studiare i circuiti in corrente alternata applicando la legge di Ohm così come è stata definita a suo tempo, constatiamo vari fenomeni che sembrano contraddirla.

Saremmo, per questo motivo, portati a concludere che, al di fuori del campo della corrente continua, questa legge non è valida.

Possiamo constatare ad esempio fenomeni di questo genere: l'intensità di corrente (misurata) che percorre una bobina è, in corrente continua, data dalla legge di Ohm, Figura 1 a.

Se invece alimentiamo la bobina con tensione alternata dello stesso valore efficace della tensione continua, leggeremo sull'amperometro (figura 1 b) un

te priva d'induttanza, tale cioè che nessuna linea del campo magnetico, prodotto dalla corrente che la percorre, si concateni con la corrente stessa.

Questa condizione, in pratica, è realizzabile solo approssimativamente. Un elemento di circuito, infatti, potrà ritenersi equivalente ad una pura resistenza quando il valore di questa sia molto elevato in confronto al valore dell'induttanza; ad esempio una stufa elettrica, un forno a resistenza, un ferro da stiro, una lampadina ad incandescenza.

Un circuito del genere è quello in Figura 2, costituito da un generatore monofase di tensione alternata di valore efficace V e da una resistenza R .

Cercheremo nel nostro discorso di riferirci ai valori efficaci o massimi delle grandezze in gioco, tralasciando i valori istantanei per non appesantire eccessivamente i contenuti, senza tuttavia alterarli.

Oltretutto potremo, facendo così, verificare i risultati ottenuti: gli strumenti di misura sono generalmente sensibili, in corrente alternata, ai valori efficaci.

La legge di Ohm è ancora valida nella stessa forma vista per le correnti continue, e cioè:

$$I = \frac{V}{R}$$

essendo, come detto, I e V i valori efficaci della corrente e della tensione.

In questo particolare caso la legge è valida anche per i valori istantanei di tali grandezze. I diagrammi cartesiano e vettoriale presentano le seguenti caratteristiche: le sinusoidi della corrente e della tensione sono *in fase* fra loro, ovvero la corrente aumenta e diminuisce contemporaneamente alla tensione. Nella rappresentazione vettoriale, quindi tensione e corrente saranno indicate con due vettori in ugual direzione e di lunghezza rispettivamente proporzionale ai due valori.

Evidentemente anche qui valgono le relazioni derivate (riferite sempre ai valori efficaci):

$$R = \frac{V}{I} \text{ e } V = R \cdot I$$

Infine in base al significato attribuito ai valori efficaci della tensione e della corrente, è ancora valida la legge di Joule che dà risultati numerici uguali a quelli della corrente continua:

$$P = R \cdot I^2 = V \cdot I = \frac{V^2}{R}$$

Applichiamo con un esempio la teoria svolta per questo tipo di circuito. Una stufa elettrica ha una resistenza di 20Ω .

Che valore massimo ha la corrente quando si connette la stufa ad una tensione alternata di valore efficace di 220 V ? Quale sarà la potenza elettrica assorbita?

Per il valore efficace della corrente alternata abbiamo:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{20} = 11 \text{ A}$$

Il valore massimo, ricordando il legame con il valore efficace, è:

$$I_m = I \cdot \sqrt{2} = 11 \cdot \sqrt{2} = 11 \cdot 1,414 = 15,6$$

La potenza elettrica assorbita in base alla legge di Joule sarà allora:

$$P = R \cdot I^2 = 20 \cdot (15,6)^2 = 20 \cdot 243,36 = 4867,2 \text{ W}$$

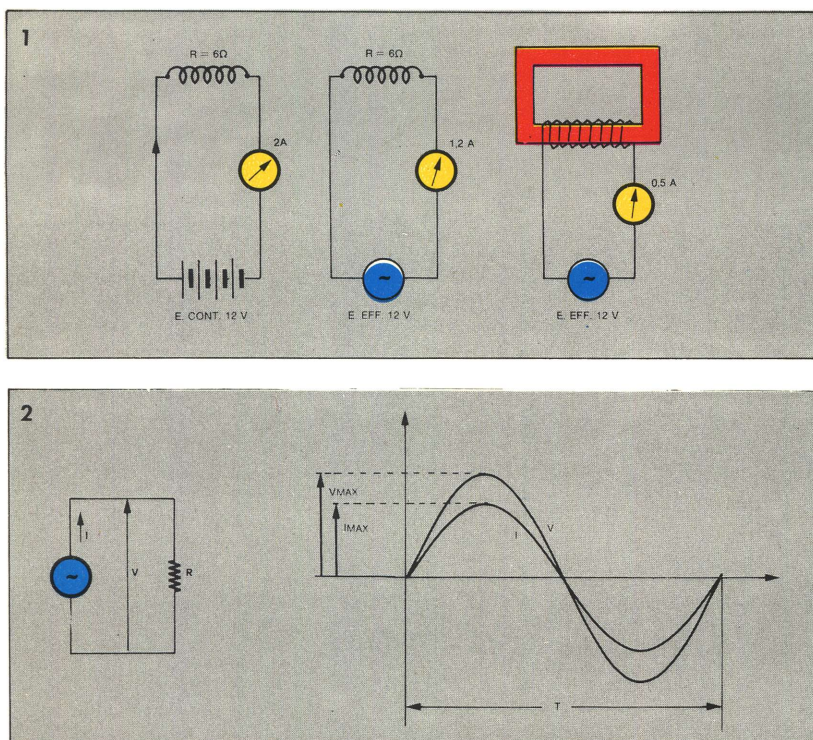


Figura 1. Modificando un semplice circuito, riusciamo ad evidenziare sperimentalmente (mediante un amperometro) le diverse intensità di correnti circolanti.

Figura 2. Circuito puramente ohmico e andamento nel tempo di I e V .

valore inferiore di corrente, che diminuisce tanto più quanto più è *induttiva* la bobina: l'induttanza della bobina risulterà maggiore, per esempio, se questa sarà avvolta su un nucleo di materiale magnetico (Figura 1 c).

Altro fenomeno rilevante è dovuto alla presenza di un condensatore in un circuito. Questo, con il suo strato dielettrico, rappresenta per la corrente continua un ostacolo insormontabile, mentre non lo è per la corrente alternata, in contrasto a quanto ci potremmo attendere dalla applicazione pura e semplice della legge di Ohm.

Esamineremo i diversi casi possibili cominciando a vedere il comportamento dei circuiti semplici ideali, cioè formati da una sola resistenza, oppure da una induttanza o da una capacità. Teniamo sempre presente però che questi elementi non sono generalmente scindibili, per cui i circuiti reali sono dati, in misura maggiore o minore, dalla combinazione di due o tutti e tre questi elementi.

Ciò premesso, il primo circuito che esaminiamo è quello *puramente ohmico*. Intendiamo con questa dizione un circuito che abbia una resistenza ideale totalmen-

Forze elettromotrici in corrente alternata

Abbiamo visto secondo quale principio avviene la trasformazione di energia meccanica in energia elettrica e che le macchine generatrici producono correnti alternate di tipo sinusoidale.

Riferiamo quanto discusso sulle f.e.m. indotte da flussi concatenati variabili al caso particolare e interessante delle correnti alternate.

Sappiamo che f.e.m. indotte si possono avere anche senza movimento fra conduttore e campo magnetico purché il flusso di quest'ultimo non sia costante nel tempo. Ciò si può ottenere appunto alimentando il circuito induttore con correnti alternate sinusoidali.

In questo caso il flusso magnetico ovviamente non sarà costante, ma avrà lo stesso andamento sinusoidale della corrente. Come visto a suo tempo, quando il flusso concatenato assume i valori massimo o minimo, la f.e.m. indotta ha valore zero, mentre ha valore massimo quando il flusso passa per lo zero in fase di diminuzione e minimo quando il flusso passa per lo zero, in fase di aumento.

Dal diagramma cartesiano relativo a queste condizioni, che poi corrisponde a quello visto a proposito della generazione di f.e.m. partendo dalla rotazione di una spira in un campo magnetico uniforme, possiamo successivamente ricavare il diagramma vettoriale riportato in Figura 1.

Possiamo quindi stabilire che: la f.e.m. indotta è in quadratura, in ritardo, sul flusso (sulla corrente) che la determina.

Il valore della f.e.m. indotta si può trovare applicando la legge dell'induzione elettromagnetica, considerando la variazione del flusso concatenato ed il tempo durante il quale ha avuto luogo tale variazione.

Se viene considerato il fenomeno nel tempo di un quarto di periodo $T/4$, la variazione di flusso corrispondente è Φ_M , il valore medio della f.e.m. indotta in valore assoluto è:

$$E_m = \frac{\Phi_M}{\frac{T}{4}} = \frac{4 \Phi_M}{T}$$

e ricordando che $f = \frac{1}{T}$

anche $E_m = 4 f \Phi_M$.

Tenendo conto del legame tra valore medio e valore massimo delle grandezze sinusoidali

$$E_m = \frac{2}{\pi} E_M$$

si ottiene $E_M = \frac{\pi}{2} 4 f \Phi_M = 2 \pi f \Phi_M$

e in definitiva $E_M = \omega \Phi_M$.

Da questa relazione si vede che la f.e.m. è tanto maggiore quanto più elevata è la frequenza del flusso e quindi della corrente.

Il legame scritto è valido anche per i valori efficaci delle grandezze:

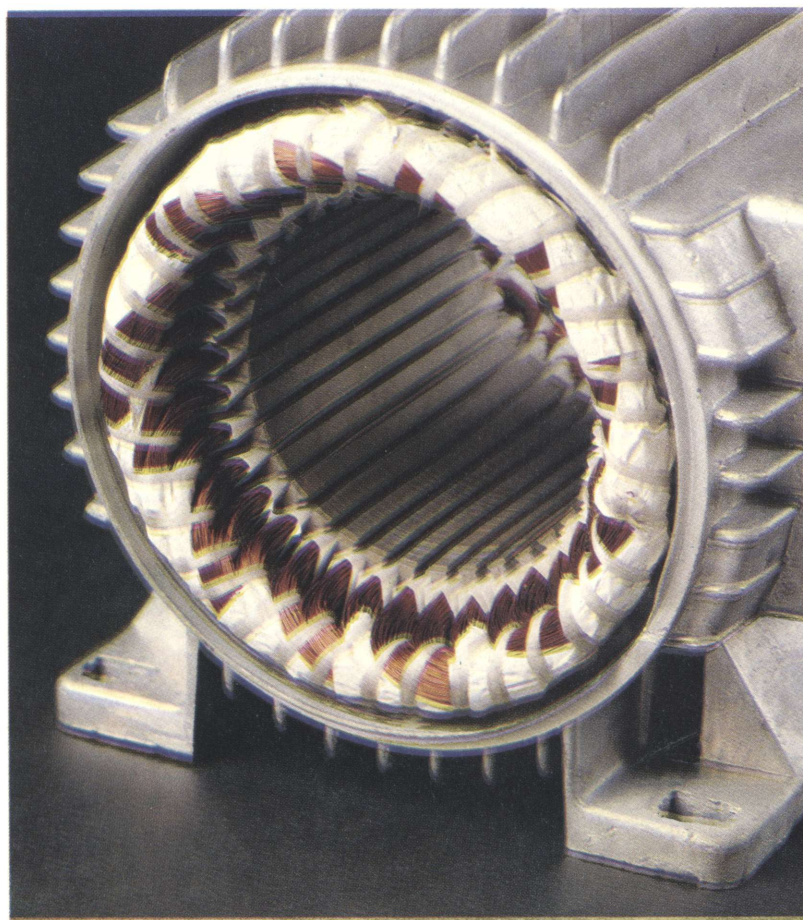
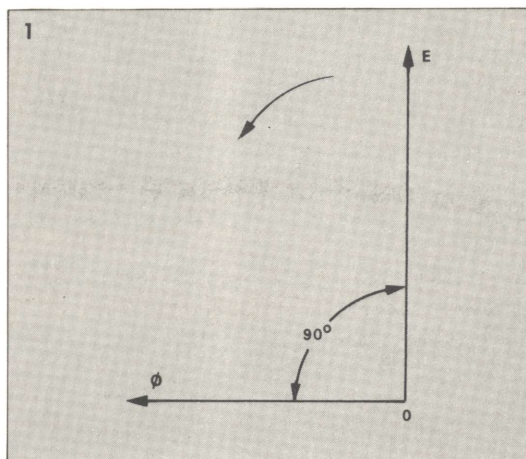
$$E = \omega \Phi$$

e in tale forma verrà successivamente considerato.

Se conosciamo l'induttanza L dell'elemento induttore della f.e.m., ricordando che $\Phi = L \cdot I$, possiamo scrivere:

$$E = \omega \cdot L \cdot I = 2 \pi f \cdot L \cdot I$$

Applichiamo questa relazione con un semplice esempio.



Calcoliamo la f.e.m. indotta in un circuito percorso dalla corrente di 60 mA alla frequenza di 50 Hz, sapendo che l'induttanza è di 200 mH.

La pulsazione è data da:

$$\omega = 2 \pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

La f.e.m. indotta, in valore assoluto ed efficace è:

$$E = \omega L I = 314 \cdot 200 \cdot 10^{-3} \cdot 60 \cdot 10^{-3} = 3,77 \text{ V}$$

Figura 1. Diagramma vettoriale del flusso prodotto da una c.a. e f.e.m. indotta.

Nella foto, un motore elettrico. Si noti all'interno l'avvolgimento.

Circuiti reali

Dopo aver analizzato i circuiti elementari che, per quanto visto, sono generalmente frutto di una idealizzazione, passiamo a considerare diversi tipi di circuiti reali descritti dai loro parametri equivalenti. Ovviamente la conoscenza dei circuiti ideali ci tornerà utile in questo studio.

Qualsiasi elemento reale ha più possibilità di essere descritto: talvolta può essere rappresentato da una resistenza e una reattanza induttiva, oppure da una resistenza e una reattanza capacitiva o, più in generale, da tutti e tre gli elementi. Ad esempio se consideriamo una bobina, essa presenta sia un certo valore di resistenza che di induttanza; una linea elettrica ha un valore di resistenza, uno di induttanza e uno di capacità.

In realtà è impossibile separare fisicamente i diversi elementi: una bobina che come sappiamo costituisce un induttore reale, in realtà eseguendo delle misure, presenta sia un valore di resistenza che di induttanza; evidentemente il conduttore che costituisce la bobina "contiene" entrambi i parametri.

Considerando ancora il triangolo rettangolo comprendente l'angolo φ di Figura 1, osserviamo che un cateto è proporzionale a R e l'altro a X ; possiamo quindi considerare anche il triangolo simile riportato in Figura 2. Per il teorema di Pitagora, l'ipotenusa sarà in questo caso:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Il termine Z viene chiamato *impedenza* del circuito ed è misurato in ohm come la resistenza e la reattanza.

Confrontando le due Figure vediamo la proporzionalità tra il vettore V della prima e l'impedenza Z della seconda. Possiamo quindi scrivere:

$$\vec{V} = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

È questa l'espressione generale della legge di Ohm in corrente alternata adatta allo studio dei circuiti equivalenti di elementi reali.

È importante quindi osservare ancora che mentre per le correnti continue si ha solo un elemento passivo, la resistenza, su cui la corrente non influisce se non per l'eventuale effetto termico, per le correnti alternate l'elemento passivo è l'impedenza, che dipende oltre che dalle caratteristiche del circuito, anche dalla frequenza della corrente che percorre il circuito stesso.

Osserviamo ancora che, una volta conosciute le resistenze pure parziali e le reattanze pure parziali, la resistenza totale sarà uguale alla *somma aritmetica* delle resistenze, mentre la reattanza totale sarà uguale alla *somma algebrica* delle reattanze, considerate positive o negative, a seconda che siano induttive o capacitive.

Abbiamo finora immaginato un circuito reale scomposto in due elementi globali, collegati tra loro in serie e quindi percorsi dalla stessa corrente. Lo stesso circuito può essere immaginato scomposto nei due elementi equivalenti visti sopra ma collegati in *parallelo* cioè sottoposti entrambi alla medesima tensione. In questo caso è la corrente che si suddividerà in due componenti, una in fase con la tensione e una in quadratura.

In questo caso è più opportuno introdurre altre grandezze che meglio si adattano allo studio dei circuiti in parallelo. Osservando la Figura 3 si ha, per la componente della corrente in fase con la tensione:

$$I \cos \varphi = \frac{V}{R} = \frac{1}{R} \cdot V$$

e ricordando che

$$\frac{1}{R} = G$$

(conduttanza), possiamo scrivere:

$$I \cos \varphi = G \cdot V$$

Analogamente per la componente in quadratura si ha:

$$I \sin \varphi = \frac{V}{X} = \frac{1}{X} \cdot V = B \cdot V$$

in cui la grandezza

$$B = \frac{1}{X}$$

è detta *suscettanza*.

Tanto la conduttanza che la suscettanza vengono espresse in siemens (S), ma mentre la prima è sempre positiva, la seconda ha il segno della reattanza.

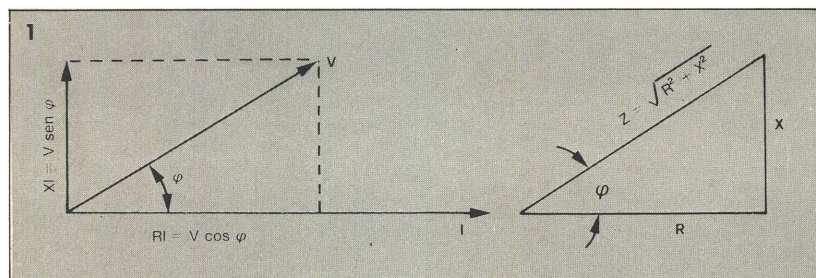
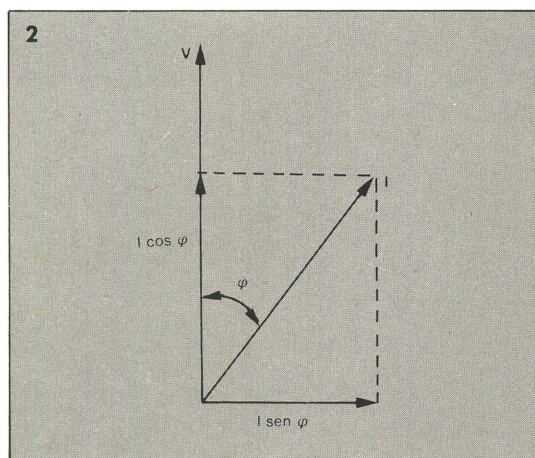


Figura 1. Circuito serie. Scomposizione del vettore tensione in due componenti perpendicolari tra loro (a); triangolo dell'impedenza (b).

Figura 2. Circuito parallelo. Scomposizione del vettore corrente in due componenti, una delle quali in fase con la tensione.



È soprattutto dal punto di vista del calcolo che torna utile scomporre l'elemento reale in più parametri ideali definendo così un *circuito equivalente*. Due circuiti si dicono equivalenti quando sottoposti alla stessa tensione con la stessa frequenza, vengono percorsi da due correnti uguali in ampiezza e fase.

Descriviamo allora un qualsiasi elemento reale con un circuito equivalente in cui coesistono la *resistenza totale* R e la *reattanza totale* X del circuito reale sulle quali, per quanto abbiamo appreso dallo studio dei circuiti ideali, la *tensione applicata* si suddivide nelle due componenti, rispettivamente *in fase* e *in quadratura* con la corrente. Complessivamente quindi la tensione sarà sfasata rispetto alla corrente di un angolo generico φ .

Richiamando le nozioni apprese sul calcolo vettoriale, con il supporto delle relazioni trigonometriche sui triangoli rettangoli, possiamo ricavare le componenti del vettore tensione:

$$RI = V \cos \varphi \text{ e } XI = V \sin \varphi$$

Complessivamente il vettore corrente I si lega alla tensione V con la relazione:

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{Z} = \frac{1}{Z} \cdot \overline{V} = \overline{Y} \cdot \overline{V}$$

L'inverso dell'impedenza $\left(\frac{1}{Z}\right)$

è detta **ammettenza** Y del circuito; misurata, ovviamente in siemens come le grandezze prima viste.

Le definizioni della conduttanza e della suscettanza sono state date riferendole ad elementi puri già scomposti, senza tener conto di tutti gli elementi equivalenti presenti nel circuito.

In generale la conduttanza sarà data invece dalla relazione

$$G = \frac{R}{Z^2},$$

mentre la suscettanza da

$$B = \frac{X}{Z^2}.$$

Osserviamo infatti, che mentre per i circuiti a corrente continua la conduttanza è in ogni caso reciproca della resistenza, nei circuiti a corrente alternata la conduttanza implica il concetto di circuito equivalente in quanto è il reciproco della resistenza di questo.

Solo se il circuito primitivo fosse sprovvisto di reattanza, la conduttanza coinciderebbe con l'inverso della resistenza: essendo $Z = R$ abbiamo

$$\frac{R}{Z^2} = \frac{1}{R}$$

In questo caso, però anche il circuito equivalente coinciderebbe con quello primitivo. Le stesse considerazioni valgono per la suscettanza.

Per quanto detto i vettori GV , BV , YV sono i lati di un triangolo rettangolo simile al triangolo di lati G , B , Y (Figura 4).

Osserviamo inoltre che tutti i triangoli che siamo venuti via via considerando e che chiameremo per brevità triangoli della tensione, dell'impedenza, della corrente e dell'ammettenza, sono simili. Infatti il secondo si ottiene dal primo dividendo tutti i lati per I , il terzo dal primo dividendo per Z e il quarto dal terzo dividendo per V .

Questa similitudine consente, tra l'altro, di ricavare le espressioni delle funzioni trigonometriche dell'angolo φ , da uno qualsiasi di questi triangoli.

Dal triangolo dell'impedenza si può ricavare:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad \sin \varphi = \frac{X}{Z} \quad \tan \varphi = \frac{X}{R}$$

e servendoci delle tavole trigonometriche possiamo ottenere, l'angolo φ .

Analogamente dal triangolo dell'ammettenza:

$$\cos \varphi = \frac{G}{Y} \quad \sin \varphi = \frac{B}{Y} \quad \tan \varphi = \frac{B}{G}$$

e quindi, sempre dalle tavole, l'angolo φ .

Riportiamo un esempio di calcolo dei due circuiti equivalenti esaminati.

Se un motore, descritto attraverso il circuito equivalente serie, alla tensione di alimentazione di 220 V, frequenza 50 Hz, assorbe una corrente di 8 A con un $\cos \varphi = 0,8$, quale è la sua impedenza Z e le sue resistenze equivalenti R e X_L ?

Dalla legge di Ohm ricaviamo:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{220}{8} = 27,5 \Omega$$

Dalle tabelle otteniamo che per $\cos \varphi = 0,8$ si ha $\varphi = 37^\circ$ e quindi

$$\sin \varphi = 0,6 \text{ e } \tan \varphi = 0,75$$

Allora:

$$R = Z \cos \varphi = 27,5 \cdot 0,8 = 22 \Omega$$

$$X_L = Z \sin \varphi = 27,5 \cdot 0,6 = 16,5 \Omega$$

Il motore agisce quindi come una resistenza di 22 Ω ed una reattanza induttiva di 16,5 Ω collegate in serie, assorbendo una corrente di 8 A.

Se ora vogliamo descrivere la macchina attraverso il circuito equivalente parallelo si può procedere nel seguente modo:

$$Y = \frac{I}{V} = \frac{8}{220} = 0,036 \text{ S}$$

$$G = Y \cos \varphi = 0,036 \cdot 0,8 = 0,029 \text{ S}$$

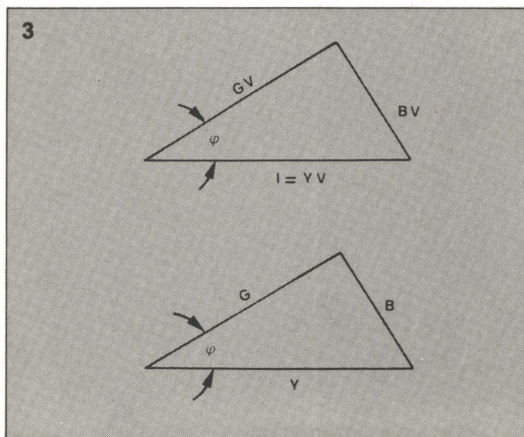


Figura 3. Triangolo della corrente (a); dell'ammettenza (b).

$$B_L = Y \sin \varphi = 0,036 \cdot 0,6 = 0,0218 \text{ S.}$$

$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{0,029} = 34,4 \Omega$$

$$X_L = \frac{1}{B_L} = \frac{1}{0,0218} = 45,8 \Omega$$

Le stesse relazioni si possono trovare anche seguendo un'altra via.

Conoscendo l'impedenza del circuito serie si ha:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{27,5} = 0,036 \text{ S}$$

$$G = \frac{R}{Z^2} = \frac{22}{(27,5)^2} = \frac{22}{756,25} = 0,029 \text{ S}$$

$$B_L = \frac{X}{Z^2} = \frac{16,5}{(27,5)^2} = \frac{16,5}{756,25} = 0,0218 \text{ S}$$

e quindi R e X_L coi calcoli eseguiti sopra.

Il motore agisce quindi come una resistenza di 34,4 Ω ed una reattanza $X_L = 45,8 \Omega$ collegate in parallelo, assorbendo sempre una corrente di 8 A.

Circuiti in corrente alternata con collegamenti in serie

Dopo aver parlato dei circuiti equivalenti, vediamo le diverse possibilità di combinazione dei vari parametri, cominciando a parlare dei collegamenti di tipo serie.

Il primo tipo è quello che presenta una resistenza e una induttanza collegata in serie, detto comunemente *circuito R-L*.

È questo il circuito equivalente corrispondente ad una bobina avvolta su un nucleo di ferro, o in generale a qualsiasi circuito elettrico connesso con campi magnetici, Figura 1a ai cui capi viene applicata una tensione alternata V . In tali condizioni circola una corrente che, provoca una caduta di tensione sulla resistenza R pari a $V_R = R \cdot I$, in fase con essa, e una sull'induttanza pari a $V_L = X_L \cdot I$ in quadratura (in anticipo).

Evidentemente la tensione applicata V è uguale alla somma vettoriale delle due cadute di tensione: $\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad \sin \varphi = \frac{X_L}{Z} \quad \tan \varphi = \frac{X_L}{R}$$

Un altro tipo di circuito con collegamento in serie è quello con resistenza e capacità, chiamato brevemente *circuito R-C* in serie (Figura 2). Come circuito equivalente corrisponde ad un condensatore reale collegato mediante conduttori aventi una propria resistenza ohmica.

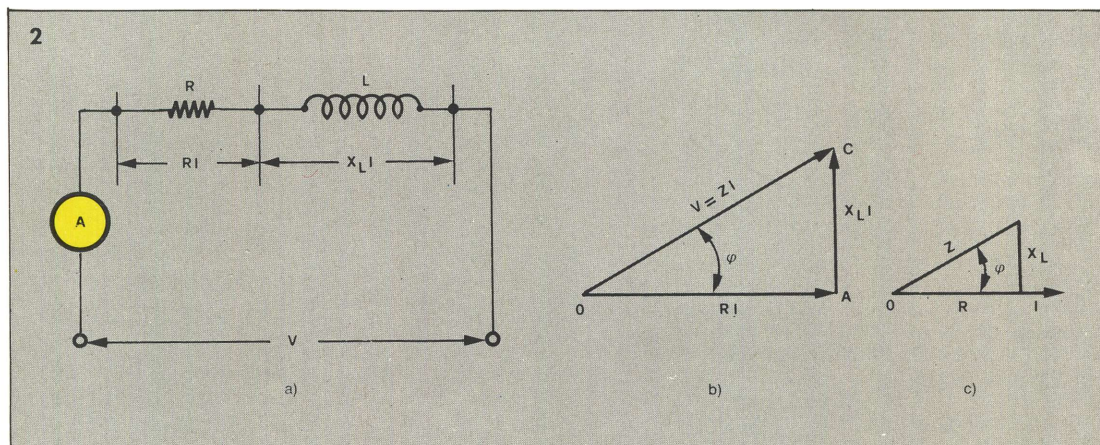
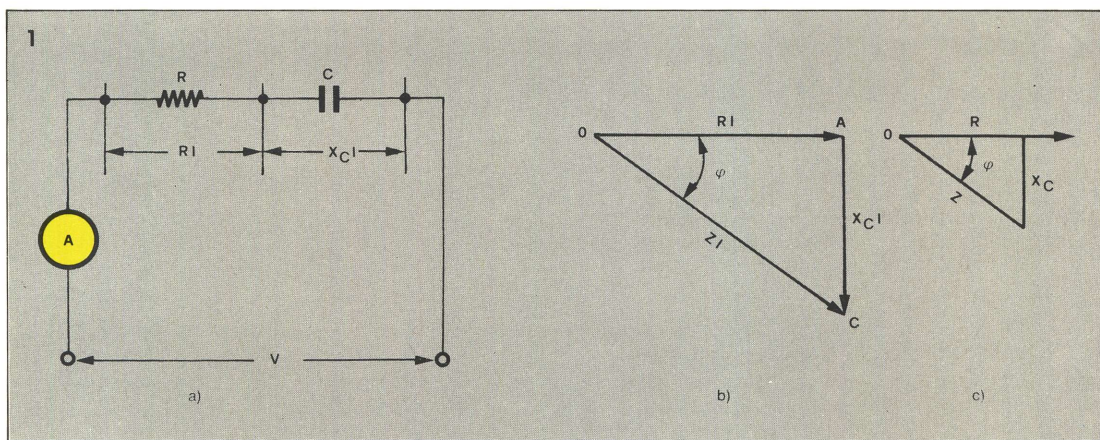
Anche in questo caso la tensione applicata V si suddivide, per effetto della corrente, in due cadute di tensione: una sulla resistenza, pari a $V_R = R \cdot I$ in fase con la corrente, e una sulla capacità, pari a $V_C = X_C \cdot I$ in quadratura (in ritardo) sulla corrente. Possiamo quindi scrivere:

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_C$$

Con il procedimento visto prima si può costituire il triangolo delle tensioni e quello dell'impedenza. Ovviamente

Figura 1. Circuito R-C serie (a); triangolo della tensione e dell'impedenza (b).

Figura 2. Circuito R-L serie (a); triangolo della tensione e dell'impedenza (b).



Scegliendo la direzione orizzontale per il vettore corrente I , la caduta di tensione $R \cdot I$ ha la stessa direzione (Figura 1b) mentre $X_L \cdot I$ è ad essa perpendicolare con il verso di Figura (in anticipo).

Il triangolo di vettori ottenuto è, come sappiamo, il triangolo della tensione, che definisce in ampiezza e fase la tensione \vec{V} applicata ai capi del circuito. Il triangolo della tensione è simile poi al triangolo dell'impedenza (vedi Figura 1c) per cui possiamo esprimere il valore efficace della tensione attraverso la legge di Ohm:

$$V = Z \cdot I = \sqrt{R^2 + X_L^2} \cdot I$$

L'effetto dell'induttanza in un circuito ohmico determina, quindi, un aumento apparente della resistenza dal valore R al valore $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ e un ritardo di fase della corrente rispetto alla tensione applicata, indicato dall'angolo di fase φ . Il valore di quest'angolo è determinato da una delle seguenti relazioni:

mente questa volta, la caduta di tensione $X_C \cdot I$ sarà un vettore rivolto verso il basso essendo la corrente in anticipo.

Valgono poi le seguenti relazioni:

$$V = Z \cdot I = \sqrt{R^2 + X_C^2} \cdot I$$

e per lo sfasamento φ :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad \sin \varphi = \frac{X_C}{Z} \quad \tan \varphi = \frac{X_C}{R}$$

In definitiva anche l'introduzione di un condensatore in un circuito ohmico determina un aumento apparente della resistenza dal valore R al valore $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$, e uno sfasamento in anticipo della corrente rispetto alla tensione applicata al circuito.

Il circuito più generale comprendente tutti e tre i parametri in serie è quello che viene detto *circuito R-L-C* in serie.

Come circuito equivalente corrisponde ad un indutto-

re ed un condensatore reali collegati in serie: la resistenza R è data da quella propria dell'induttore e da quella dei conduttori di collegamento (Figura 3).

Prestando attenzione agli effetti della presenza contemporanea dell'induttanza e della capacità, sono in questo caso ancora validi i ragionamenti fatti.

Ma procediamo con ordine.

La tensione applicata si suddivide, per effetto della circolazione della corrente I , ai capi di ogni elemento in tre cadute di tensione: $V_R = R \cdot I$ sulla resistenza e in fase con la corrente I , $V_L = X_L \cdot I$ sull'induttanza e in quadratura in anticipo sulla corrente, $V_C = X_C \cdot I$ sulla capacità e in quadratura in ritardo sulla corrente.

Vettorialmente la tensione applicata al circuito sarà:

$$V = V_R + V_L + V_C.$$

Le cadute di tensione $X_L \cdot I$ e $X_C \cdot I$ sono, per quanto detto, due vettori opposti, per cui la loro somma vettoriale è operativamente una differenza aritmetica.

Quindi: $V_L + V_C = V_L - V_C = X_L \cdot I - X_C \cdot I = (X_L - X_C) \cdot I$.

Indicando con X , reattanza complessiva, la differenza $X_L - X_C$, si possono verificare due casi:

- 1) $X = X_L - X_C$ positivo: cioè prevale la reattanza induttiva. Il diagramma vettoriale della tensione e dell'impedenza sono quelli riportati in Figura 4a;
- 2) $X = X_L - X_C$ negativo: prevale la reattanza capacitiva per cui i diagrammi vettoriali assumono l'aspetto di Figura 4b.

L'impedenza Z è data in entrambi i casi:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

L'espressione però non tragga in inganno.

Nel caso della prevalenza della reattanza capacitiva, si potrebbe pensare che la reattanza complessiva sia negativa così da avere una differenza vettoriale anziché di una somma. Ciò non è vero perché la differenza tra parentesi è elevata al quadrato: si ha cioè in ogni caso un valore positivo.

Del resto i segni positivo e negativo hanno valore esclusivamente convenzionale, indicano infatti l'anticipo o il ritardo di un vettore rispetto all'altro, per cui dire negativo equivale solo ad invertire il senso di un vettore lungo una data direzione.

Scriviamo ora la legge di Ohm (sempre per i valori efficaci) nel modo seguente:

$$V = Z \cdot I = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \cdot I = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot I.$$

Infine dai triangoli delle impedenze possiamo ricavare le seguenti equazioni relative all'angolo di fase φ :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad \sin \varphi = \frac{X}{Z} \quad \tan \varphi = \frac{X}{R}$$

da cui servendoci, come sempre, delle tavole trigonometriche possiamo ricavare il valore di φ .

L'esempio seguente chiarirà come applicare le relazioni sopra citate.

Calcoliamo la tensione applicata e lo sfasamento tra V e I per un circuito costituito da una resistenza $R = 10 \Omega$, una bobina di induttanza $L = 0,05 \text{ H}$ ed un condensatore della capacità $C = 500 \mu\text{F}$, collegati tra loro in serie, e percorso da una corrente alternata dell'intensità di 2 A , frequenza 50 Hz .

Calcoleremo poi le tensioni parziali applicate ai singoli parametri.

Calcoliamo innanzitutto le reattanze induttiva e capacitiva.

Reattanza induttiva:

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,05 = 15,7 \Omega.$$

Reattanza capacitiva:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \pi f C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = 6,37 \Omega$$

La reattanza complessiva sarà allora:

$$X = X_L - X_C = 15,7 - 6,37 = 9,33 \Omega.$$

Si può adesso calcolare l'impedenza del circuito:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{10^2 + 9,33^2} = 13,67 \Omega.$$

La tensione applicata al circuito è quindi:

$$V = Z \cdot I = 13,67 \cdot 2 = 27,34 \text{ V}.$$

Lo sfasamento tra tensione e corrente si ricava dopo aver calcolato il $\cos \varphi$:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{13,67} = 0,73$$

leggendo sulle tavole il corrispondente valore: $\varphi = 43^\circ$.

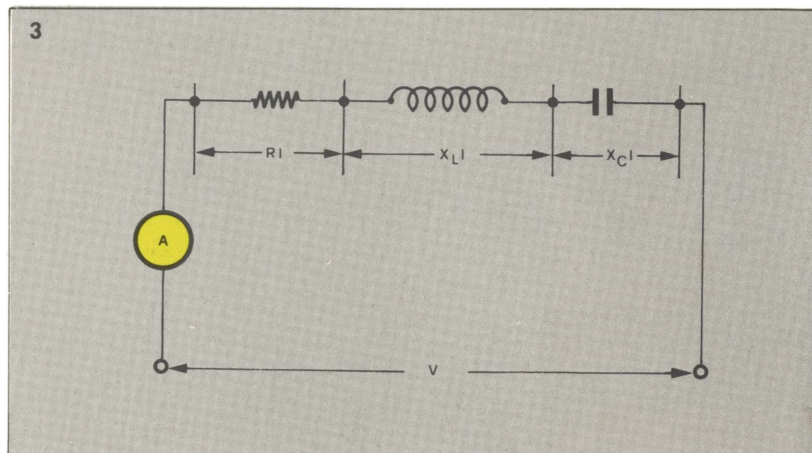


Figura 3. Circuito R-L-C serie.

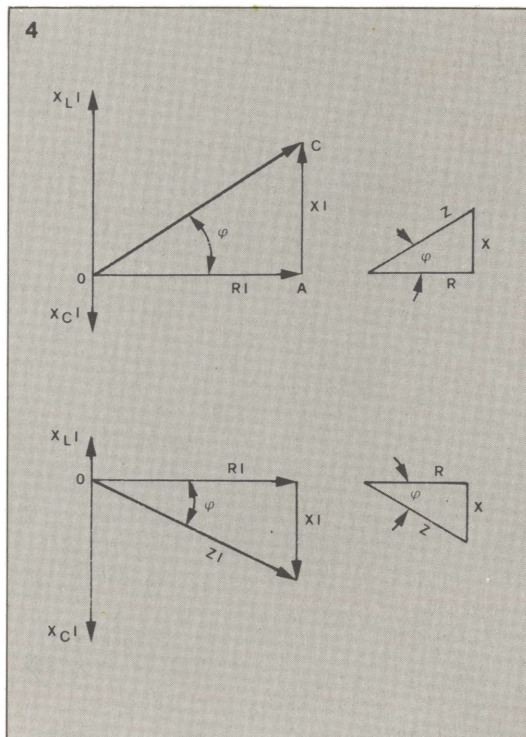


Figura 4. Diagramma vettoriale delle tensioni e delle impedenze.

Rappresentando il diagramma vettoriale la corrente sarà disegnata in ritardo dell'angolo φ sulla tensione (infatti l'effetto dell'induttanza prevale su quello della capacità).

Le tensioni parziali sono le seguenti:

sulla resistenza $V_R = R \cdot I = 10 \cdot 2 = 20 \text{ V}$;

sulla reattanza induttiva $V_L = X_L \cdot I = 15,7 \cdot 2 = 31,4 \text{ V}$;

sulla reattanza capacitiva $V_C = X_C \cdot I = 6,37 \cdot 2 = 12,74 \text{ V}$.

Queste tensioni sommate vettorialmente daranno ancora, come già sappiamo, la totale tensione V applicata al circuito.

Circuiti in c.a. con collegamenti in parallelo

Esaminiamo adesso tutte le possibili combinazioni dei vari parametri nel collegamento in parallelo. Anche in questo caso prendiamo in considerazione circuiti reali, che per quanto detto in precedenza, verranno studiati col metodo di circuiti equivalenti.

Il primo tipo di circuito duale di quello serie, ha una resistenza e un'induttanza in parallelo.

Come detto per il collegamento serie, si può rappresentare con un qualsiasi apparecchio o circuito elettrico connesso con campi magnetici.

La Figura 1a mostra l'applicazione della tensione V di frequenza f ai parametri di questo tipo di circuito. La corrente complessiva entrante nel parallelo si suddivide in due, una per ramo: la corrente I_R sulla resistenza e I_L sull'induttanza.

La prima, in fase con la tensione applicata, si ricava con le relazioni viste per il circuito equivalente parallelo:

$$I_R = G \cdot V \quad \text{con} \quad G = \frac{1}{R} \quad (\text{conduttanza})$$

$$I_R = G \cdot V \quad \text{e} \quad I_C = B_C \cdot V \quad \text{con} \quad B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C;$$

per la corrente totale I :

$$I = I_R + I_C$$

e per i valori efficaci:

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{G^2 V^2 + B_C^2 V^2} = \sqrt{G^2 + B_C^2} \cdot V = Y \cdot V;$$

per l'angolo di fase si calcola prima

$$\cos \varphi = \frac{G}{Y}$$

e quindi φ si ricava dalle tabelle.

Un'altra combinazione possibile dei parametri è quella che costituisce il circuito parallelo L-C.

Si tratta di una rappresentazione puramente astratta, che non ha possibilità di realizzazione. Infatti non viene considerato nei due rami l'elemento resistenza che di fatto è sempre presente.

Tuttavia le conclusioni a cui si perviene sono ugualmente valide per comprendere i fenomeni che si verificano fra un condensatore e una induttanza in parallelo.

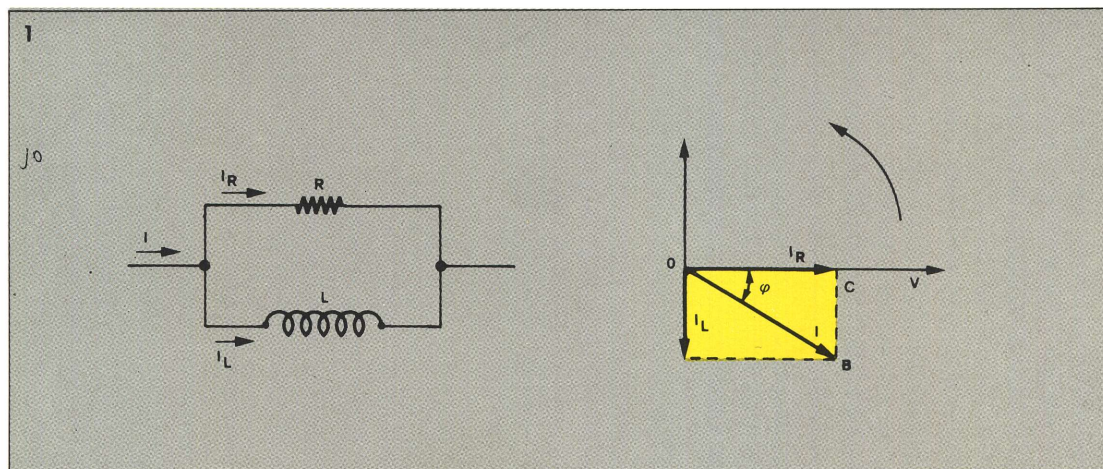


Figura 1. Circuito R-L parallelo e diagramma vettoriale delle correnti.

La seconda, in quadratura in ritardo sulla tensione V , si ricava analogamente con la relazione:

$$I_L = B_L \cdot V \quad \text{con} \quad B_L = \frac{1}{X_L} \quad (\text{suscettanza})$$

La corrente complessiva è la somma vettoriale di queste due: $I = I_R + I_L$ e corrisponde a quella riportata graficamente in Figura 1b.

Studiando, ora, il conseguente triangolo rettangolo, vale la relazione (per i valori efficaci):

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{G^2 \cdot V^2 + B_L^2 \cdot V^2} = \sqrt{G^2 + B_L^2} \cdot V = Y \cdot V$$

in cui, come si ricorderà:

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} = \frac{1}{Z}$$

è l'ammettenza totale del circuito.

L'angolo di fase si può ricavare calcolando dapprima

$$\cos \varphi = \frac{G}{Y}$$

e cercando poi il valore corrispondente dell'angolo φ sulle tavole.

Si può ripetere quanto detto a proposito di questo tipo di circuito operando però una piccola variazione per il circuito parallelo R-C. Stiamo parlando del duale del circuito serie R-C che rappresenta anch'esso, come circuito equivalente, un condensatore reale collegato mediante conduttori aventi una propria resistenza ohmica.

In questo caso il diagramma vettoriale è ancora composto da una corrente in fase e una in quadratura, quest'ultima in anticipo sulla tensione applicata.

Le relazioni di calcolo sono in questo caso:

Le correnti I_L e I_C sono in questo caso in quadratura sulla tensione V , la prima in ritardo, la seconda in anticipo.

Esse si ricavano con le relazioni:

$$I_L = B_L \cdot V \quad I_C = B_C \cdot V$$

La corrente totale I , somma vettoriale delle due correnti nei rami considerati, è in questo caso pari a una differenza numerica, avendo i due vettori la medesima direzione, cioè

$$I = I_L + I_C = I_L - I_C = B_L \cdot V - B_C \cdot V = (B_L - B_C) \cdot V.$$

Si possono presentare due casi, in analogia col circuito serie:

- 1) $I_L - I_C$ o anche $B_L - B_C$ positivo, cioè in tal caso prevale la suscettanza induttiva su quella capacitiva e il diagramma vettoriale della corrente I è quello riportato in Figura 2a;
- 2) $I_L - I_C$ ovvero $B_L - B_C$ negativo; in questo caso invece è la suscettanza capacitiva a prevalere, per cui il vettore corrente totale I sarà rivolto verso l'alto, nella direzione di I_C , Figura 2b.

Il circuito reale del parallelo L-C è, per quanto detto prima, quello che tiene conto anche degli effetti della resistenza: consideriamo allora il circuito equivalente parallelo completo R-L-C.

Si avranno in questo caso tre correnti:

$$I_R = G \cdot V \quad I_L = B_L \cdot V \quad I_C = B_C \cdot V$$

la prima in fase con la tensione applicata V , le altre due sfasate di 90° in ritardo o in anticipo.

La corrente complessiva I è la somma vettoriale delle tre, cioè:

$$I = I_R + I_L + I_C$$

Per quanto abbiamo detto a proposito del circuito L-C,

nel diagramma vettoriale della corrente I si possono presentare due casi, a seconda che prevalga da I_L o I_C . In Figura è riportato il caso di prevalenza della I_L .

Per il valore efficace della I avremo poi:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{G^2 \cdot V^2 + (B_L - B_C)^2 \cdot V^2} = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} \cdot V = Y \cdot V.$$

L'angolo φ si troverà allo stesso modo, calcolando il $\cos \varphi$ o la $\tan \varphi$ e da queste risalendo poi al valore dell'angolo consultando le tavole trigonometriche.

Le relazioni sono le seguenti:

$$\cos \varphi = \frac{G}{Y} \quad \text{oppure} \quad \tan \varphi = \frac{B_L - B_C}{G}$$

Come per quello serie, la prevalenza della suscettanza capacitiva su quella induttiva dà un valore positivo per la suscettanza complessiva e l'ammettenza; ciò influisce semplicemente sulla determinazione del verso della corrente totale sulle suscettanze e sulla direzione e il verso della corrente complessiva.

Un esempio di calcolo, anche in questo caso, permetterà di chiarire i concetti esposti, ordinando in sequenza logica i passaggi successivi del procedimento.

Pensiamo di avere una resistenza di valore $R = 20 \, \Omega$, un condensatore di capacità $C = 150 \, \mu\text{F}$ e una bobina di induttanza $L = 0,05 \, \text{H}$ collegati in parallelo e sottoposti alla tensione alternata di $220 \, \text{V}$ alla frequenza di $50 \, \text{Hz}$. Calcoliamo la corrente totale I assorbita e le correnti parziali sui singoli parametri.

Calcoliamo innanzitutto le reattanze X_L e X_C :

$$X_L = \omega L = 2 \pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,05 = 15,7 \, \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \pi f C} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 150 \cdot 10^{-6}} = 20,12 \, \Omega$$

$$I = Y \cdot V = 0,052 \cdot 220 = 11,45 \, \text{A}$$

L'angolo di fase si ricava conoscendo una funzione dell'angolo φ ($\cos \varphi$, $\sin \varphi$ o $\tan \varphi$); ad esempio, per il $\cos \varphi$ abbiamo:

$$\cos \varphi = \frac{G}{Y} = \frac{0,05}{0,052} = 0,96$$

che sulle tabelle corrisponde a un angolo $\varphi = 16^\circ$.

Disegnando il diagramma vettoriale, otterremo allo stesso risultato: la corrente totale I è sfasata di 16° in ritardo sulla tensione. Ciò è spiegato dal fatto che la suscettanza induttiva prevale su quella capacitiva, l'induttanza è infatti interessata da una corrente maggiore di quella della capacità.

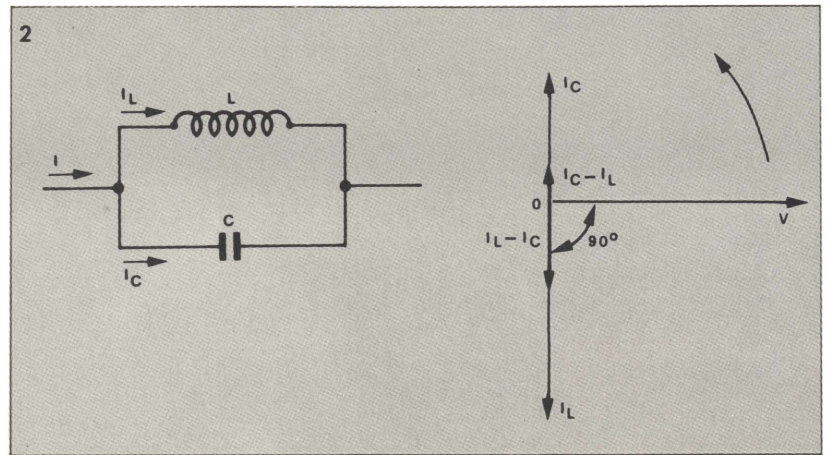


Figura 2. Circuito L-C parallelo e diagramma vettoriale delle correnti.

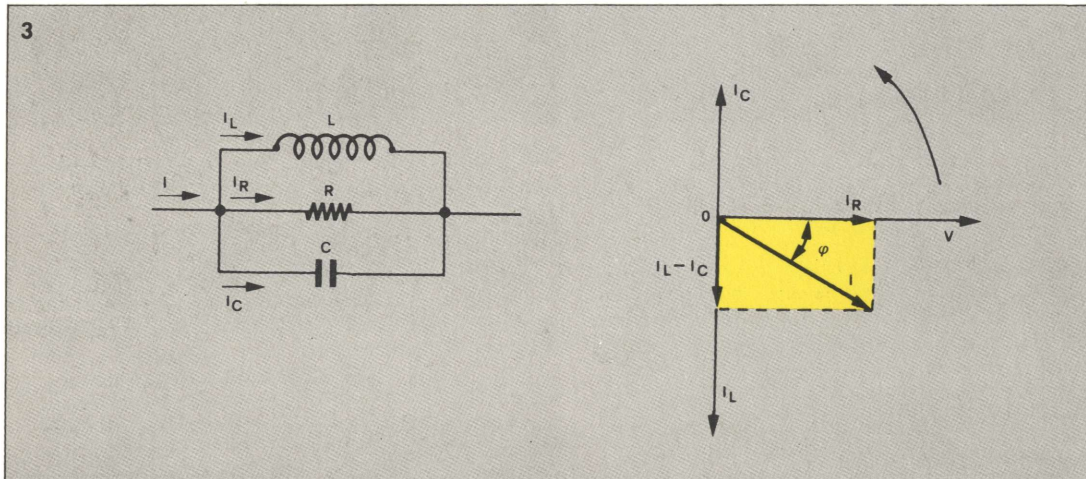


Figura 3. Circuito R-L-C parallelo e diagramma vettoriale delle correnti.

Possiamo adesso calcolare i parametri equivalenti del circuito parallelo: G , B_L , B_C

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{20} = 0,05 \, \text{S}$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{15,7} = 0,0636 \, \text{S}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{20,12} = 0,049 \, \text{S}$$

da cui si può ricavare la suscettanza totale:

$$B = B_L - B_C = 0,0636 - 0,049 = 0,0146 \, \text{S}$$

L'ammettenza complessiva del circuito è:

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{(0,05)^2 + (0,0146)^2} = \sqrt{0,0025 + 0,000213} = \sqrt{0,002713} = 0,052 \, \text{S}$$

La corrente totale infine si calcola con la relazione:

Ciò viene reso evidente calcolando le correnti parziali sui tre parametri.

Si ha:

$$I_R = G \cdot V = 0,05 \cdot 220 = 11 \, \text{A}$$

$$I_L = B_L \cdot V = 0,0636 \cdot 220 = 13,99 \, \text{A}$$

$$I_C = B_C \cdot V = 0,049 \cdot 220 = 10,78 \, \text{A}$$

A conclusione di questa parte, confrontando lo studio dei due tipi di circuiti possiamo fare la seguente considerazione: nel collegamento tipo serie, in cui la corrente è uguale per i diversi parametri, si opera cercando la distribuzione della tensione sui vari elementi; la tensione applicata è la somma vettoriale delle diverse cadute di tensione.

Nel collegamento in parallelo dove la tensione applicata è la stessa per tutti i parametri, si cercheranno invece le diverse correnti nei relativi rami e combinandole poi vettorialmente si otterrà la corrente totale.

Risonanza - circuiti oscillanti

Consideriamo il circuito L-C serie riportato in Figura 1. Variando la frequenza a partire dal valore zero, si raggiunge ad un certo punto un valore complessivo della reattanza pari a zero.

Il valore di frequenza per cui di fatto il generatore è in corto circuito, viene ricavato dalla relazione:

$X = X_L - X_C = 0$ per cui

$$X_L = X_C \text{ cioè } \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

che ci dà

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ da cui } f_r = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

La condizione caratteristica di funzionamento di questo circuito è detta di *risonanza* o *frequenza di risonanza* il valore relativo di frequenza f_r .

La corrente circolante potrebbe assumere un valore infinito, che di fatto però non raggiunge per la presenza della resistenza data, nel nostro caso, dalla resistenza della bobina e del conduttore di collegamento.

La corrente I_r nel circuito è pertanto limitata solo dalla

essere esaltato se utile (filtri, circuiti di carico selettivi, ecc.) oppure essere smorzato se dannoso (sovratensioni negli impianti elettrici, ecc.). Nel primo caso occorre alimentare il circuito con un generatore elettrico avente bassissima resistenza interna e impiegare elementi circuitali con piccole resistenze equivalenti in modo che risulti elevato il coefficiente di risonanza a carico.

Come nel circuito serie, anche nel circuito parallelo si mantiene la condizione di risonanza alla frequenza:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

in corrispondenza della quale la reattanza induttiva eguaglia la reattanza capacitiva (Figura 2):

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

In tale condizione le due correnti:

$$I_L = \frac{V}{\omega \cdot L} \quad \text{e} \quad I_C = \frac{V}{\frac{1}{\omega C}}$$

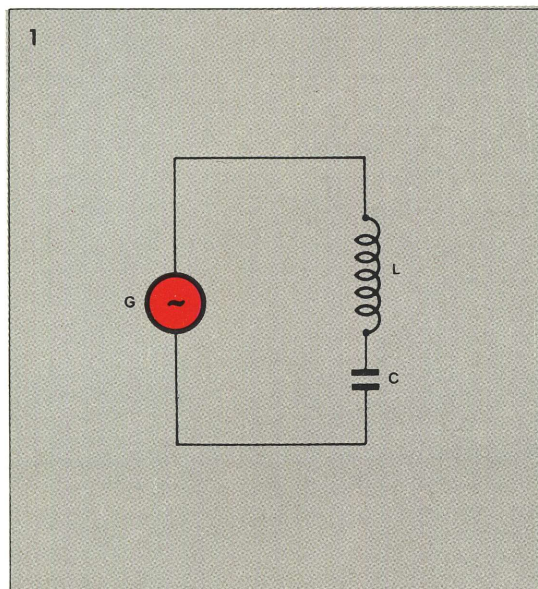


Figura 1. Circuito L-C serie.

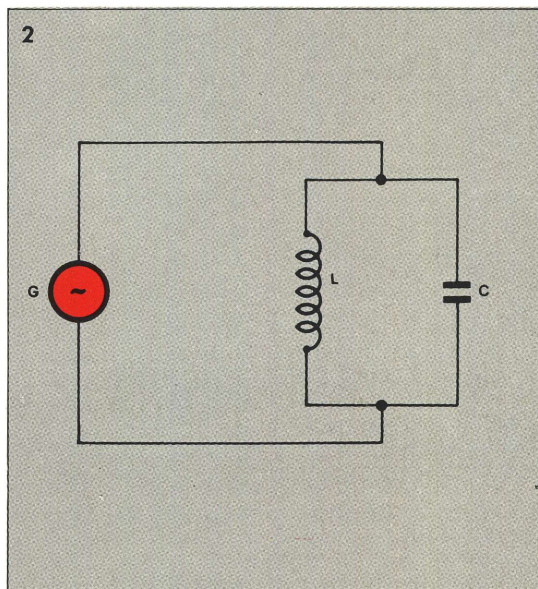


Figura 2. Circuito L-C parallelo.

resistenza equivalente R e vale:

$$I_r = \frac{V}{R}$$

Si può dire allora che per risonanza di un circuito con elementi induttivi e capacitivi, si intende quella condizione per la quale la corrente risulta in fase con la tensione applicata.

Osserviamo che le tensioni applicate all'induttanza e alla capacità, pur avendo complessivamente valore nullo (si dice infatti più propriamente che la risonanza serie è *risonanza di tensione*) hanno singolarmente valori assoluti più elevati che in altre condizioni, essendo legate al valore di I_r .

Le loro espressioni sono:

$$V_L = 2\pi f_r I_r$$

$$V_C = \frac{I_r}{2\pi f_r \cdot C}$$

L'entità di tale sovratensione è determinata dal rapporto tra la tensione applicata al singolo parametro e quella data dal generatore. In questo senso il *coefficiente di sovratensione* può essere assunto come *coefficiente di risonanza*.

La conoscenza delle proprietà dei circuiti R-L-C serie sottoposti all'azione di tensioni elettriche ha grande importanza pratica. Infatti il fenomeno della risonanza può

sui due rami risultano di *valore uguale* e perciò la loro risultante, che è quella fornita dal generatore, vale zero; per questo la risonanza parallelo è detta, più propriamente, *risonanza di corrente*.

Questa condizione di funzionamento è particolarmente interessante. Infatti essendo la corrente di carica e scarica del condensatore la stessa di quella che percorre l'induttanza, la tensione applicata non serve che a dare il primo impulso, dopo il quale, se sopprimessimo le connessioni col generatore, la corrente alternata continuerebbe a oscillare indefinitamente, fra induttanza e capacità con periodo uguale al periodo proprio del circuito.

Questo fenomeno è perfettamente analogo, considerato dal punto di vista energetico, al comportamento che avrebbe qualsiasi sistema meccanico oscillante, come ad esempio un pendolo, una molla ecc., qualora nessuna resistenza passiva ne ostacolasse le oscillazioni. In un tale sistema l'energia fornita da un primo impulso, continuerebbe a trasformarsi indefinitamente, ad ogni oscillazione, da potenziale in cinetica e viceversa.

In pratica per le inevitabili resistenze passive che vanno via via assorbendo l'energia impressa un tale fenomeno ha andamento smorzato anziché preesistente.

Nel circuito elettrico considerato, chiamato *oscillante*, supposta zero la resistenza, l'energia elettrostatica ac-

quistata dal condensatore nella carica, si trasforma in energia elettrocinetica durante la scarica.

Successivamente e a spese di questa, il condensatore si ricarica in senso inverso; andando avanti così indefinitamente se le trasformazioni suddette non avessero perdite.

In realtà l'inevitabile presenza di resistenze ed altre cause di perdita, faranno sì che le oscillazioni che seguono l'impulso iniziale, divengano sempre meno ampie, ad ogni scambio di energia fra condensatore e induttanza, una parte dell'energia stessa va dissipata. Poiché la frequenza corrisponde al periodo proprio di un circuito di carica e scarica di un condensatore è sempre elevatissima (centinaia ed anche milioni di periodi al secondo), l'energia posseduta inizialmente dal condensatore si esaurisce in un tempo brevissimo, così che il fenomeno può considerarsi istantaneo.

L'oscillazione riportata in Figura 3 viene detta *smorzata*: l'ampiezza della corrente oscillante va diminuendo

del circuito oscillante e vi producono f.e.m. indotte di frequenza uguale a quella prodotta dal trasmettitore.

Se la frequenza del circuito oscillante coincide con quella omessa dalla trasmittente, la corrispondente f.e.m. dà luogo alla circolazione di una intensa corrente perchè la reattanza del circuito si annulla.

Naturalmente, per le altre frequenze, la mancanza di risonanza produrrà un'elevata reattanza, e valori molto bassi, quasi nulli, per le correnti relative.

Ciò, appunto, permette di selezionare, nel circuito del ricevitore, la sola corrente che si vuole ricevere.

In radiotecnica è detta *banda passante* la differenza $f_1 - f_2$ fra la massima frequenza e la minima, comprendente la f_r , che permette di selezionare il relativo segnale.

Inoltre il condensatore del circuito oscillante non è fisso, ma regolabile: spostando la manopola del condensatore si varia la frequenza di risonanza e quindi si lascia passare la corrente generata dalla f.e.m. con altra frequenza di un altro trasmettitore.

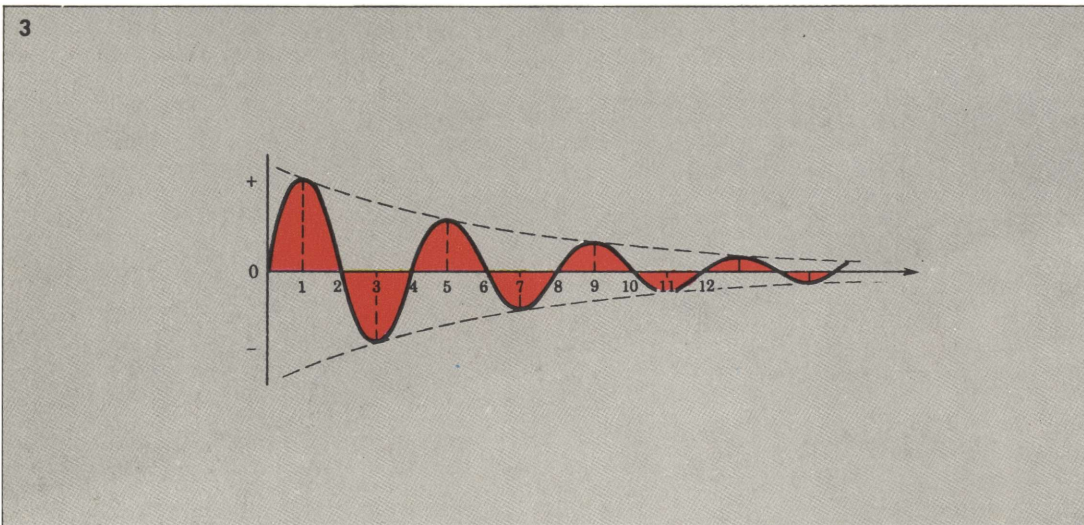


Figura 3. Andamento nel tempo dell'oscillazione smorzata.

Nella foto, radioregistratore monoportatile a compact cassette. Sezione ricevente a 3 gamme d'onda FM OM OL. (Gentilmente fornita dalla Sony).

mentre il periodo resta costante ed uguale al periodo del circuito oscillante.

Lo smorzamento aumenta fino ad un certo valore di resistenza detta *critica*, in corrispondenza della quale il circuito perde la possibilità di oscillare: fenomeno detto *aperiodico*.

Per permettere alle oscillazioni di mantenersi nel tempo occorre compensare, dall'esterno, con il generatore, le perdite di energia, nella resistenza equivalente della bobina, nei fenomeni d'isteresi magnetica, se è con nucleo di ferro, e una piccola parte nel dielettrico del condensatore.

Osserviamo inoltre che la tensione alternata nel dielettrico genera una propagazione di energia che dal condensatore si diffonde nel mezzo dielettrico circolante sotto forma di onde elettromagnetiche. Questa energia, trascurabile nei comuni impianti di carattere industriale, diviene invece essenziale negli impianti di radio-diffusione, il cui scopo è appunto di irradiare, con frequenza di gran lunga più elevata di quelle industriali, tale forma di energia.

I circuiti risonanti, serie o parallelo usati in radiotecnica, servono a selezionare i segnali di frequenza diversa emessi dalle stazioni radiotrasmettenti e captati dall'antenna dell'apparato ricevente; sono tali da permettere il passaggio delle oscillazioni aventi frequenza uguale a quella di risonanza del circuito, mentre sbarrano il passaggio alle altre.

I trasmettitori radiofonici emettono infatti nello spazio delle onde di frequenza fissa e stabilita, caratteristiche per ogni trasmettitore; queste raggiungono l'induttanza



Potenza attiva e reattiva

Sappiamo che in corrente continua la potenza è data dall'espressione $P = V \cdot I$, dove V è la tensione continua impressa agli estremi di una resistenza percorsa dalla corrente I .

Poichè in corrente alternata i due fattori tensione e corrente risultano variabili ad ogni istante, il loro prodotto è di conseguenza variabile. Si può parlare in questo caso solo di potenza istantanea:

$$p = v \cdot i$$

(ricordiamo che i valori istantanei delle grandezze variabili vanno indicate con lettere maiuscole).

Riferendoci ad una corrente alternata, consideriamo dapprima il caso in cui la corrente è in fase con la tensione e poi il caso in cui la corrente sia in quadratura; da questi sarà facile dedurre l'espressione generale della potenza di una corrente sfasata rispetto alla tensione.

Supponiamo quindi che una corrente alternata di valore efficace I percorra una resistenza pura R .

in fase con la tensione, è uguale al prodotto dei valori efficaci di queste due grandezze.

Consideriamo ora una corrente in quadratura con la tensione. Osservando la Figura 2, possiamo vedere come la potenza, prodotto dei valori istantanei della tensione e della corrente, sia rappresentata ancora da una sinusoide di frequenza doppia, solo che qui è metà positiva e metà negativa: *il suo valore medio è nullo*.

Ciò non vuol dire che non c'è potenza associata a un circuito di questo tipo. Osservando ancora l'andamento grafico delle grandezze in gioco possiamo fare diverse considerazioni.

Nel primo quarto di periodo la corrente, dal valore massimo negativo diminuisce fino ad annullarsi mentre la tensione cresce da zero al valore massimo: in questa fase l'energia magnetica accumulata dall'induttanza L viene restituita all'elemento che l'aveva precedentemente fornita (generatore).

Nel secondo quarto di periodo la corrente aumenta e così pure l'energia magnetica accumulata nell'induttanza.

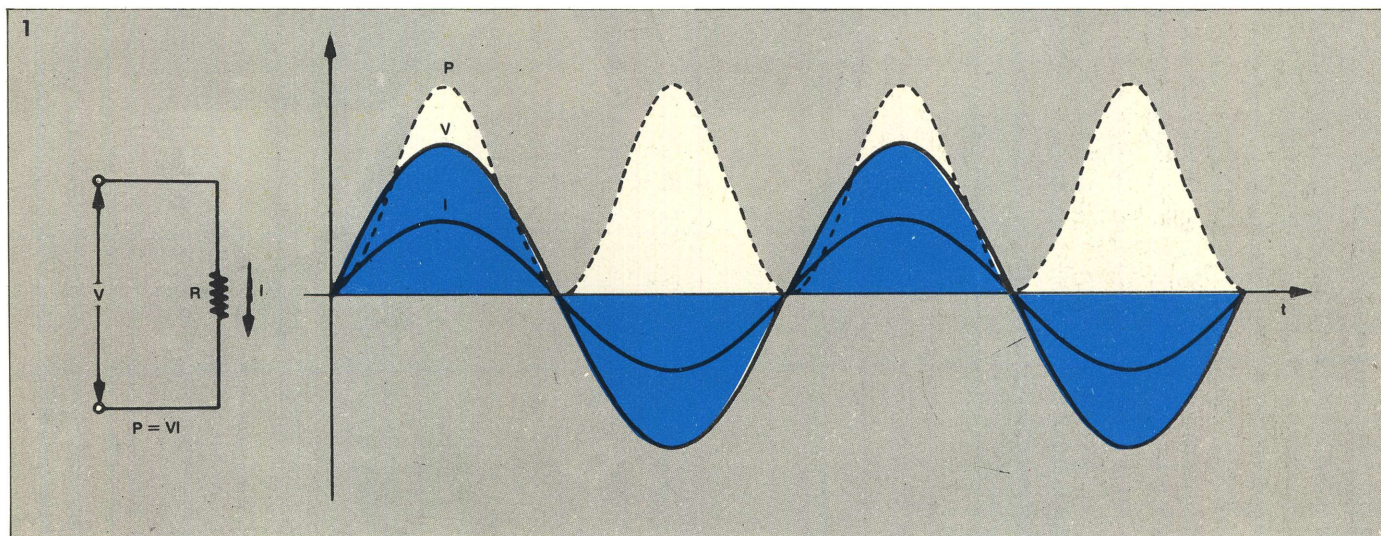


Figura 1. Andamento nel tempo di una corrente e una tensione in fase tra loro.

Osservando la Figura 1 possiamo fare le seguenti considerazioni:

- quando la corrente e la tensione si annullano, la potenza istantanea data dal loro prodotto è anch'essa nulla;
- quando v e i raggiungono il massimo (positivo e negativo) anche p diventa positiva al massimo;
- p varia da zero al massimo con una frequenza che è doppia di quella della tensione, per cui a 50 Hz la potenza istantanea oscilla 100 volte al secondo da zero al massimo.

Abbiamo visto che in corrente alternata è preferibile usare i valori efficaci piuttosto che quelli istantanei; essi erano stati definiti, riferendosi alla potenza secondo l'espressione di Joule, come i valori che producono la stessa dissipazione di energia delle correnti continue con una data resistenza.

Ma mentre la potenza in corrente continua è sempre costante, per avere la costanza della potenza in corrente alternata si deve calcolare il *valore medio* di quella istantanea.

Possiamo scrivere allora la potenza media P nella forma:

$$P = R I^2$$

oppure, in funzione della corrente e della tensione:

$$P = V I$$

Diciamo dunque: la potenza di una corrente alternata,

za L fino al valore massimo in corrispondenza del massimo della corrente. Ciò spiega l'andamento del diagramma della potenza: durante il primo quarto la potenza è negativa, nel secondo è positiva.

Nei successivi due quarti di periodo si ripete poi lo stesso fenomeno. Quindi in un circuito puramente induttivo si hanno continui scambi di energia tra generatore e induttanza, e il loro ciclo si realizza in mezzo periodo della corrente.

Per un circuito puramente capacitivo lo scambio energetico avviene fra generatore e campo elettrico nel dielettrico del condensatore. Precisamente, nel primo quarto di periodo la tensione aumenta fino a raggiungere il valore massimo formando nel dielettrico del condensatore un campo elettrico. Si immagazzina in esso una energia che è massima nell'istante in cui è massima la tensione.

Nel quarto di periodo successivo la tensione diminuisce, passando dal valore massimo a zero; si ha di conseguenza una diminuzione dell'energia accumulata, che viene assorbita dal generatore. Ciò spiega quale sarebbe l'andamento del diagramma delle potenze istantanee: durante il primo quarto di periodo la potenza è positiva, nel secondo è negativa. Lo stesso fenomeno si ripete nei successivi due quarti di periodo.

Quindi in un circuito puramente capacitivo si hanno scambi di energia tra generatore e condensatore, e il loro ciclo si realizza in mezzo periodo della tensione.

Queste considerazioni permettono di ricordare che l'induttanza e la capacità si comportano, dal punto di

vista energetico, in modo del tutto diverso da quello di una resistenza.

Possiamo quindi concludere che la potenza di una corrente in quadratura con la tensione è zero, perché si ha perfetto compenso fra l'energia assorbita in un quarto di periodo e quella restituita nel quarto successivo.

Si usa chiamare *potenza reattiva* il prodotto dei valori efficaci di una tensione e di una corrente che siano in quadratura e la si esprime in volt-ampere reattivi (VAR).

Con tale definizione la potenza associata a circuiti puramente resistivi viene detta *potenza attiva o reale*. La sua misura è ancora il watt (W).

fattore $\cos \varphi$, per cui occorre moltiplicare questo prodotto, non sempre raggiunge l'unità.

Tale fattore, che riduce la potenza quando tensione e corrente non sono in fase, è detto *fattore di potenza*.

Le due componenti, $V \cos \varphi$ e $I \cos \varphi$, (rispettivamente componente della tensione in fase con la corrente e della corrente in fase con la tensione), che determinano il valore della potenza attiva, vengono chiamate *componente attiva*.

Le componenti in quadratura $V \sin \varphi$ e $I \sin \varphi$ sono chiamate invece componenti reattive.

La potenza reattiva, che indichiamo con Q , è data dalla

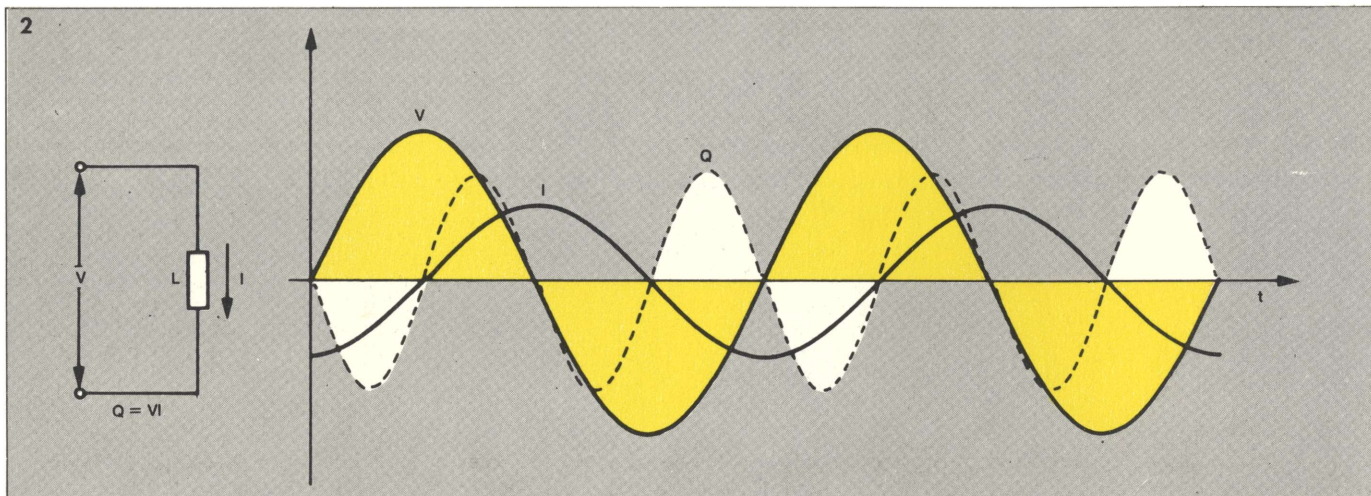


Figura 2. Andamento nel tempo di una corrente e una tensione sfasate di un generico angolo φ .

Consideriamo ora il caso generale di una corrente I , sfasata di un angolo φ rispetto alla tensione V . Queste potrebbero essere, ad esempio, le condizioni di un carico ohmico-induttivo.

Osserviamo che la conoscenza dei parametri interni di un carico non è essenziale ai fini del calcolo delle potenze. Ricordiamo infatti che possiamo immaginare di sostituire a un apparecchio un qualsiasi circuito equivalente che, sottoposto alla stessa tensione del carico reale, assorba la stessa corrente con lo stesso angolo di sfasamento.

Se quindi con la tensione V alimentiamo una resistenza R in serie con una reattanza X (così da ottenere che la corrente assorbita sia la stessa corrente I e che ai capi della resistenza si stabilisca la tensione $R I = V \cos \varphi$ ed ai capi della reattanza la tensione $X I = V \sin \varphi$), la potenza assorbita da questo circuito è la stessa assorbita dal circuito reale.

Ma noi sappiamo che in questo circuito ideale equivalente la resistenza R assorbe la potenza attiva $R I^2 = V I \cos \varphi$ mentre la reattanza non assorbe potenza, essendo la tensione $V \sin \varphi$ ad essa applicata in quadratura con la corrente.

Allo stesso risultato si giunge se immaginiamo di sostituire il circuito reale con un circuito equivalente costituito da una resistenza in parallelo e da una reattanza, tali che sottoposte alla stessa tensione V assorbano rispettivamente le correnti $I \cos \varphi$ e $I \sin \varphi$ (Figura 3).

Infatti queste due correnti sono appunto le componenti della corrente I , rispettivamente in fase e in quadratura con la tensione V .

La potenza attiva è sempre quella assorbita dalla resistenza ed è ancora $P = V I \cos \varphi$.

Possiamo quindi dire: la potenza attiva di una corrente alternata è uguale al prodotto del valore efficace della tensione per il valore efficace della corrente per il coseno dell'angolo di sfasamento φ .

Notate che il valore medio della potenza elettrica è minore, in generale, del prodotto dei valori efficaci della tensione e della corrente. Ciò dipende dal fatto che il

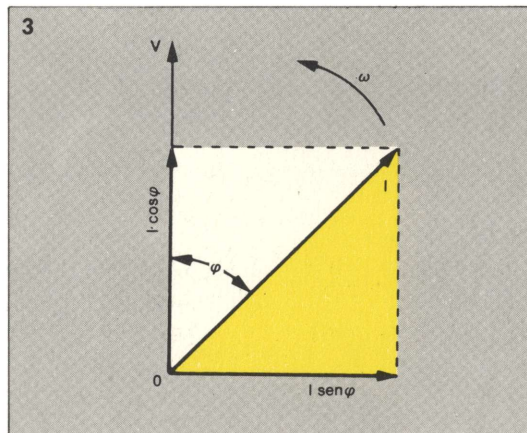


Figura 3. Rappresentazione vettoriale delle grandezze.

espressione:

$$Q = V I \sin \varphi$$

Possiamo quindi dire: la potenza reattiva di una corrente alternata è uguale al prodotto del valore efficace della tensione per il valore efficace della corrente per il seno dell'angolo di sfasamento φ . Anche questa potenza è minore, in generale, del prodotto dei valori efficaci della tensione e della corrente: il $\sin \varphi$ non sempre raggiunge l'unità.

Inoltre, per quanto visto a proposito dei fenomeni energetici, la potenza reattiva può assumere segni opposti trattandosi di potenze associate a induttanze e capacità.

Quindi se conviene assumere come positiva la potenza reattiva di tipo induttivo, quella di tipo capacitivo sarà negativa, così come era stato assunto per le relative reattanze.

Metodi risolutivi dei circuiti in corrente alternata

I collegamenti visti finora sono in genere casi particolari di circuiti che si possono presentare nella realtà.

Comunque anche con circuiti complessi costituiti da più elementi disposti in serie e/o in parallelo, possiamo trovare un criterio generale di facile applicazione con calcoli numerici altrettanto semplici.

La conoscenza della legge di Ohm in corrente continua ed alternata e l'analogia formale delle due espressioni ci permette di poter affermare il seguente principio:

Qualsiasi problema relativo alle correnti sinusoidali può essere risolto assumendo la formula relativa alle correnti continue e sostituendo i simboli vettoriali di correnti e tensioni a quelli costanti in c.c. e le impedenze alle resistenze e alle conduttanze.

Figura 1. Generico nodo.

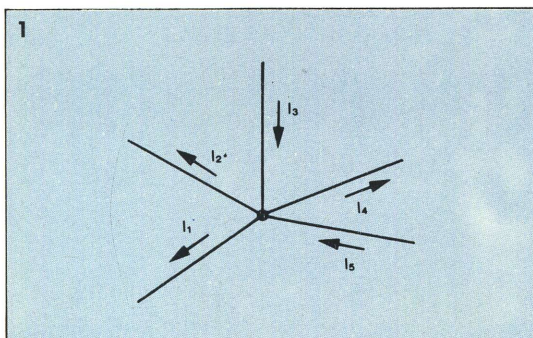


Figura 2. Esempio di maglia.

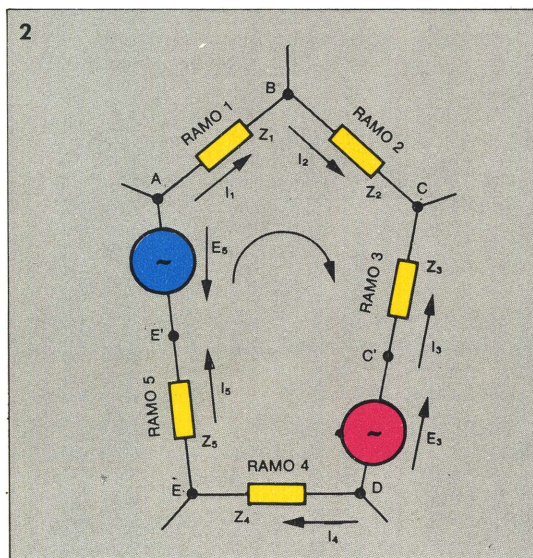


Figura 3. Circuito serie e diagramma vettoriale delle impedenze.

Questo principio permette di definire formalmente la soluzione di un qualsiasi circuito, facendo riferimento esclusivamente a quanto detto a proposito dei circuiti in corrente continua.

Consideriamo quindi le cinque correnti alternate rappresentate in Figura 1. La prima legge di Kirchhoff, o legge al nodo, può essere così espressa simbolicamente:

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 - \overline{I}_3 + \overline{I}_4 - \overline{I}_5 = 0$$

oppure:

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_4 = \overline{I}_3 + \overline{I}_5$$

assegnando nella prima espressione, convenzionalmente, il segno positivo alle correnti che si allontanano dal nodo e negativo a quelle che vi si dirigono. Poiché le correnti sono cicliche, in quanto assumono periodicamente valori positivi e negativi, le due formule significano che la *somma vettoriale* (istantanea) dei vettori-corrente che concorrono in un nodo è nulla, oppure che la somma vettoriale dei vettori corrente uscenti dal nodo è pari a quella dei vettori corrente entranti.

Consideriamo ora una maglia (Figura 2) e stabiliamo in essa un senso positivo: con questo riferimento risulteranno positive sia le correnti che nella maglia hanno la medesima direzione, sia le f.e.m. che, producono nella maglia correnti positive. Possiamo scrivere la legge alla maglia (secondo principio di Kirchhoff) nel modo seguente:

$$-\overline{E}_3 - \overline{E}_5 = \overline{Z}_1 \cdot \overline{I}_1 + \overline{Z}_2 \cdot \overline{I}_2 - \overline{Z}_3 \cdot \overline{I}_3 + \overline{Z}_4 \cdot \overline{I}_4 + \overline{Z}_5 \cdot \overline{I}_5$$

Cioè, la somma vettoriale delle f.e.m. incluse nella maglia uguaglia la somma vettoriale delle c.d.t. incluse nella stessa.

Il principio enunciato permette di ricavare le leggi del raggruppamento di impedenza in serie e in parallelo.

Consideriamo le tre impedenze in serie che col generatore formano una maglia chiusa. La tensione applicata \overline{V} eguaglia la somma vettoriale delle cadute di tensione all'interno della maglia:

$$\overline{V} = \overline{Z}_1 \cdot \overline{I} + \overline{Z}_2 \cdot \overline{I} + \overline{Z}_3 \cdot \overline{I}$$

Da questa ricaviamo il rapporto:

$$\frac{\overline{V}}{\overline{I}} = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + \overline{Z}_3$$

che corrisponde all'impedenza totale \overline{Z} .

Possiamo quindi dire che più impedenze collegate in serie sono equivalenti alla somma vettoriale delle singole.

Osservando il diagramma vettoriale di Figura 3 possiamo ricavare il modulo dell'impedenza Z con l'espressione:

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + (X_1 + X_2 - X_3)^2}$$

(intendendo la X_3 come reattanza di tipo capacitivo).

La quale ci dice che più impedenze in serie sono equivalenti ad una che ha per resistenza la somma delle resistenze e per reattanza la somma delle reattanze.

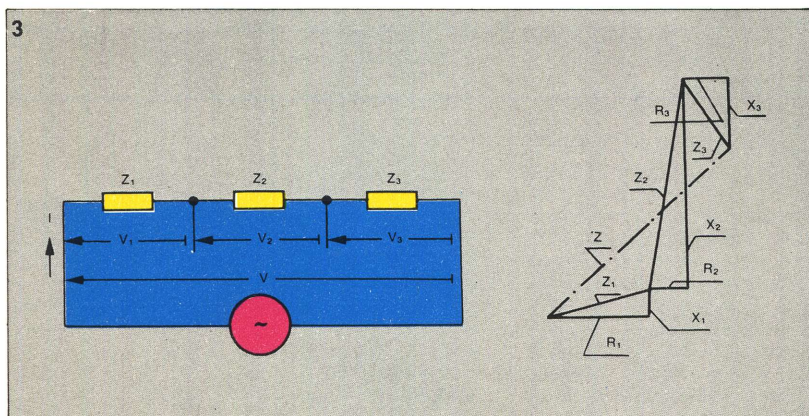
Se consideriamo adesso tre impedenze collegate in parallelo (vedi Figura 4) possiamo applicare ad un nodo la prima legge di Kirchhoff:

$$\overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3$$

Le correnti nei singoli rami possono essere espresse, come sappiamo, in questo modo:

$$\overline{I}_1 = \overline{Y}_1 \cdot \overline{V} \quad \overline{I}_2 = \overline{Y}_2 \cdot \overline{V} \quad \overline{I}_3 = \overline{Y}_3 \cdot \overline{V}$$

La legge al nodo può essere scritta come:



$$(\overline{Y_1} + \overline{Y_2} + \overline{Y_3}) \cdot \overline{V} = \overline{I}$$

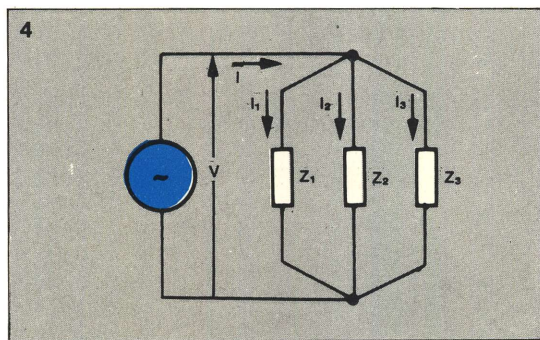
e quindi il rapporto tra I e V dà l'ammettenza totale:

$$\overline{Y} = \frac{\overline{I}}{\overline{V}} = \overline{Y_1} + \overline{Y_2} + \overline{Y_3}$$

cioè più impedenze collegate in parallelo sono equivalenti ad una, la cui ammettenza è uguale alla somma delle singole ammettenze.

Inoltre, analogamente al caso serie, costruendo un diagramma vettoriale comprendente le singole conduttanze e suscettanze, possiamo affermare: più ammettenze collegate in parallelo sono equivalenti ad una avente per conduttanza la somma delle conduttanze e per suscettanza la somma algebrica delle suscettanze. Vale allora la relazione (ad esempio per tre ammettenze)

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_2 + G_3)^2 + (B_1 + B_2 + B_3)^2}$$



Ricordiamo ancora che la somma delle tre suscettanze va intesa in senso algebrico potendo assumere singolarmente valori positivi e negativi.

I collegamenti misti (serie e parallelo) di impedenze tengono conto di queste relazioni. Ricordiamo che nei casi più complessi le relazioni sia dei parametri parallelo ottenuti da quelli serie e sia dei parametri serie da quelli parallelo sono ricavate dai circuiti reali.

Precisamente:

$$\text{conduttanza } G = \frac{R}{R^2 + X^2}$$

$$\text{resistenza } R = \frac{G}{G^2 + B^2}$$

$$\text{suscettanza } B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

$$\text{reattanza } X = \frac{-B}{G^2 + B^2}$$

La ragione del segno negativo per la reattanza e la suscettanza è la conclusione di un certo tipo di calcolo matematico che noi non affronteremo.

Possiamo applicare quanto detto con un esempio.

Calcoliamo l'impedenza totale del collegamento misto di impedenze riportato in Figura 5.

Le singole impedenze hanno i seguenti valori:

$$R_1 = 3 \, \Omega \quad X_1 = 4 \, \Omega \quad R_2 = 5 \, \Omega \quad X_2 = 0 \quad R_3 = 0 \quad X_3 = -2 \, \Omega \quad R_4 = 2,5 \, \Omega \quad X_4 = 0.$$

Determiniamo innanzitutto le conduttanze e le suscettanze delle tre impedenze Z_1, Z_2, Z_3 :

$$G_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} = \frac{3}{3^2 + 4^2} = \frac{3}{25} = 0,12 \, \text{S}$$

$$B_1 = \frac{-X_1}{R_1^2 + X_1^2} = \frac{-4}{3^2 + 4^2} = \frac{-4}{25} = -0,16 \, \text{S}$$

$$G_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2} = \frac{5}{5^2 + 0} = \frac{5}{25} = 0,2 \, \text{S}$$

$$B_2 = 0$$

$$G_3 = 0$$

$$B_3 = \frac{-X_3}{R_3^2 + X_3^2} = \frac{-(-2)}{0 + 2^2} = \frac{2}{4} = 0,5 \, \text{S}$$

La conduttanza e la suscettanza dell'insieme delle tre impedenze, collegate in parallelo valgono:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 = 0,12 + 0,2 = 0,32 \, \text{S}$$

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = -0,16 + 0 + 0,5 = 0,34 \, \text{S}$$

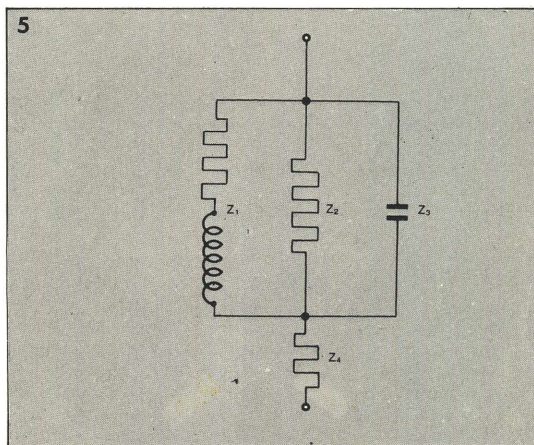


Figura 4. Circuito parallelo.

Figura 5. Esempio di collegamento misto: serie-parallelo.

Possiamo adesso calcolare la resistenza e la reattanza equivalente del complesso di impedenza Z_1, Z_2, Z_3 :

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{0,32}{0,32^2 + 0,34^2} = 1,47 \, \Omega$$

$$X = \frac{-B}{G^2 + B^2} = \frac{-0,34}{0,32^2 + 0,34^2} = -1,56 \, \Omega$$

L'impedenza totale presenta resistenza e reattanza:

$$R_T = R + R_4 = 1,47 + 2,5 = 3,97 \, \Omega \quad X_T = -1,56 \, \Omega$$

per cui

$$Z_T = \sqrt{R_T^2 + X_T^2} = \sqrt{3,97^2 + 1,56^2} = 4,26 \, \Omega$$

In base al principio enunciato, risultano quindi validi anche per la corrente alternata i teoremi della sovrapposizione degli effetti e di Thevenin (o del generatore equivalente).

Il primo può essere espresso nel seguente modo:

La corrente in un ramo di una rete qualsiasi è la somma delle correnti che percorrono quel ramo, in base all'ipotesi che le f.e.m. siano impresse separatamente nei singoli rami.

Il teorema di Thevenin in c.a. diventa: la corrente che percorre un'impedenza di una rete qualsiasi coincide con quella che percorre la stessa impedenza se fosse alimentata da un particolare generatore.

Le caratteristiche di quest'ultimo vengono definite se consideriamo sostituita l'impedenza in esame con un'altra di valore infinito. Da quanto detto, il generatore equivalente deve avere:

- come f.e.m. la tensione tra i due nodi tra cui è inserita l'impedenza;
- come impedenza interna quella del raggruppamento che si rileva tra gli stessi nodi, nell'ipotesi che siano tolte tutte le f.e.m..

Potenza apparente

Teorema di Boucherot

Le considerazioni fatte e le definizioni ricavate per la potenza attiva e reattiva, permettono di fare ulteriori precisazioni.

Per quanto visto, ogni volta che in un circuito la corrente è sfasata di un certo angolo φ rispetto alla tensione impressa, una potenza attiva si associa alla componente della corrente in fase con la tensione e una reattiva alla componente in quadratura. In corrente continua, con $\cos \varphi = 1$ ($\sin \varphi = 0$), la potenza è solo attiva e le perdite nelle linee dipendono da tale corrente (effetto joule). In corrente alternata invece, in presenza di uno sfasamento, la potenza attiva ricavabile è proporzionale a $I \cdot \cos \varphi$ mentre le perdite dipendono, sempre da tutta la corrente che attraversa il circuito (valore efficace), tenendo quindi anche conto della componente di quadratura $I_q = I \sin \varphi$ della corrente.

Nella tecnica delle correnti alternate si considera accanto alla potenza attiva e reattiva una terza potenza, fisicamente non elettrica, detta *potenza apparente*.

Questa, indicata col simbolo P_a , è definita semplicemente dal rapporto fra i valori efficaci della tensione e quelli della corrente:

$$P_a = V \cdot I$$

e viene misurata in *voltampere* (simbolo VA) quando tensione e corrente sono rispettivamente in volt e in ampere. L'introduzione di questa grandezza nello studio delle correnti alternate è giustificata dal fatto che costituisce un parametro di grande utilità in talune importanti applicazioni pratiche: ad esempio macchinari elettrici, impianti elettrici, misure, ecc....

Altri tipi, come i motori, le lampade fluorescenti ed in genere gli utilizzatori che producono dei campi magnetici, richiedono una corrente sfasata in ritardo rispetto alla tensione, per cui si avrà una potenza attiva ed una reattiva con un fattore inferiore ad uno, e quindi una potenza apparente somma vettoriale delle due.

Il caso di carichi capacitivi, con correnti in anticipo sulla tensione, è in pratica molto più raro.

Ricaviamo ora delle espressioni per le potenze da utilizzare quando conosciamo i parametri di un circuito, o di un tronco di esso. Questo, come sappiamo, è rappresentabile in regime sinusoidale mediante un'impedenza o ammettenza equivalente.

Considerando il primo caso, abbiamo già visto che per la potenza attiva vale l'eguaglianza:

$$P = V I \cos \varphi = R I^2$$

allo stesso modo possiamo associare alle reattanze la potenza reattiva in gioco:

$$Q = V I \sin \varphi = X I^2$$

per la potenza apparente abbiamo quindi:

$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot I^2 = A I^2$$

In altri termini, per i parametri del circuito equivalente serie, possiamo esprimere le potenze sia in funzione di questi sia in funzione della corrente elevata al quadrato.

Considerando il secondo caso (circuito equivalente parallelo) che si presenta quando gli elementi circuitali possono essere descritti da una conduttanza G , da una suscettanza B e quindi complessivamente da un'ammettenza Y , le potenze possono essere espresse in funzione del quadrato della tensione:

$$P = V I \cos \varphi = G V^2$$

$$Q = V I \sin \varphi = B V^2$$

$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{G^2 + B^2} \cdot V^2 = Y \cdot V^2$$

La risoluzione dei circuiti elettrici attraverso le espressioni delle potenze sarà compresa alla luce delle considerazioni che faremo sul triangolo delle potenze.

In un circuito costituito da più tronchi (o più impedenze) che impegnano rispettivamente le potenze attive P_1, P_2, P_3, \dots e reattive Q_1, Q_2, Q_3, \dots , la potenza attiva totale P_t è calcolabile come somma delle singole potenze e la potenza reattiva totale Q_t è data dalla somma algebrica delle singole potenze reattive. Questo è possibile perché i vettori che rappresentano sia le potenze attive (P_1, P_2, P_3, \dots), che le reattive (Q_1, Q_2, Q_3, \dots), hanno la stessa direzione.

Possiamo quindi scrivere:

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

$$Q_t = Q_1 \pm Q_2 \pm Q_3 \pm \dots$$

La potenza apparente totale P_{at} è invece data come somma vettoriale delle potenze apparenti dei singoli tronchi (impedenza).

Possiamo scrivere cioè:

$$\overline{P_{at}} = \overline{P_{a1}} + \overline{P_{a2}} + \overline{P_{a3}} + \dots$$

La potenza apparente totale in valore può essere calcolata comunque sempre con la seguente formula:

$$P_{at} = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2}$$

Le relazioni scritte per le potenze attive e reattive sono ricavabili dai due *enunciati di Boucherot*.

In una rete comunque complessa, costituita da generatori e utilizzatori, la somma delle potenze attive erogate

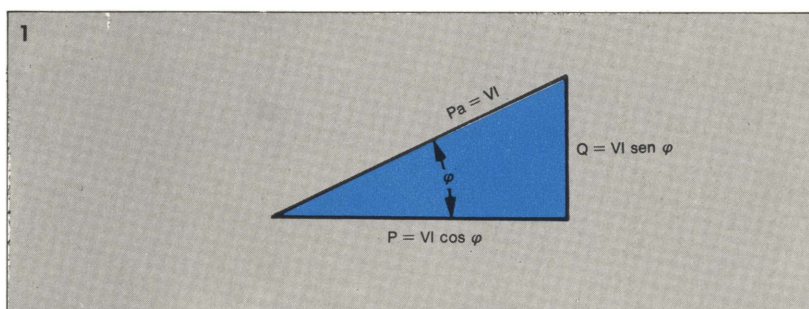


Figura 1. Triangolo delle potenze.

Concludendo, un'impedenza o un circuito di determinate caratteristiche che assorbe la corrente I e ai suoi capi ha applicata la tensione V , presenta in generale un certo valore di potenza attiva, reattiva e apparente.

Le relazioni trigonometriche, poi, della potenza apparente ($P_a = V I$), della potenza reale o attiva ($P = V I \cos \varphi$), e della potenza reattiva ($Q = V I \sin \varphi$), dimostrano che le tre stanno tra loro come l'ipotenusa ed i cateti di un triangolo rettangolo: il *triangolo delle potenze*.

Osservando la Figura 1 possiamo anche ricavare, dal teorema di Pitagora, la seguente espressione:

$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

da cui otteniamo la definizione di *fattore di potenza* e della trigonometria:

$$\cos \varphi = \frac{P}{P_a}$$

il rapporto tra la potenza attiva P e quella apparente P_a .

Alcuni tipi di carico (ad esempio le lampade ad incandescenza, i fornelli ed in genere tutti gli apparecchi per riscaldamento costituiti da un resistore) che richiedono una corrente in fase con la tensione, hanno fattore di potenza praticamente uguale a uno: il generatore deve erogare per loro solo potenza attiva.

dai generatori eguaglia la somma delle potenze attive assorbite dagli utilizzatori.

La somma algebrica delle potenze reattive erogate dai generatori eguaglia la somma algebrica delle potenze reattive assorbite dagli utilizzatori.

Espresso in tal modo il teorema di Boucherot può intendersi come un corollario del principio di conservazione dell'energia.

Questo teorema inoltre stabilisce un metodo di calcolo particolarmente semplice per i circuiti elettrici, in quanto richiede soltanto somme aritmetiche o algebriche. Per tale motivo è sempre consigliabile sviluppare i calcoli per via energetica tutte le volte che ciò è possibile.

Qualche esempio chiarirà quanto detto.

Sia dato il circuito riportato in Figura 2. Proponiamoci di calcolare la potenza attiva, reattiva e apparente assorbita e il fattore di potenza complessivo.

La potenza attiva del tronco è la somma delle due dissipate delle resistenze R_1 e R_2 . Cioè:

$$P_t = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = 10 \cdot 2^2 + 30 \cdot 0,894^2 = 40 + 24 = 64 \text{ W}$$

La potenza reattiva è dovuta all'induttanza e alla capacità. Se consideriamo, secondo l'ipotesi fatta in precedenza, di assumere positiva la potenza reattiva di tipo induttivo e negativo quella di tipo capacitivo, possiamo scrivere:

$$Q_t = X_L \cdot I_1^2 - X_C \cdot I_2^2 = 10 \cdot 2^2 - 10 \cdot 0,894^2 = 40 - 8 = 32 \text{ VAR}$$

La potenza apparente totale è quindi:

$$P_{at} = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{64^2 + 32^2} = 71,6 \text{ VA}$$

Infine ricaviamo il fattore di potenza complessivo:

$$\cos \varphi = \frac{P_t}{P_{at}} = \frac{64}{71,6} = 0,89$$

Un artigiano vuole collegare a una presa a 220 V, 50 Hz che può dare sino a 25 A, i seguenti utilizzatori:

una stufa da essiccamento	220 V, 2 kW	$\cos \varphi = 1$
illuminazione, comples.	220 V, 500 W	$\cos \varphi = 1$
un motore a c.a.	220 V, 1,7 A	$\cos \varphi = 0,8$
un motore a c.a.	220 V, 2 kVA	$\cos \varphi = 0,7$

È sufficiente questo tipo di presa per allacciarvi contemporaneamente tutti gli utilizzatori?

Le potenze attive che possono essere assorbite sono:

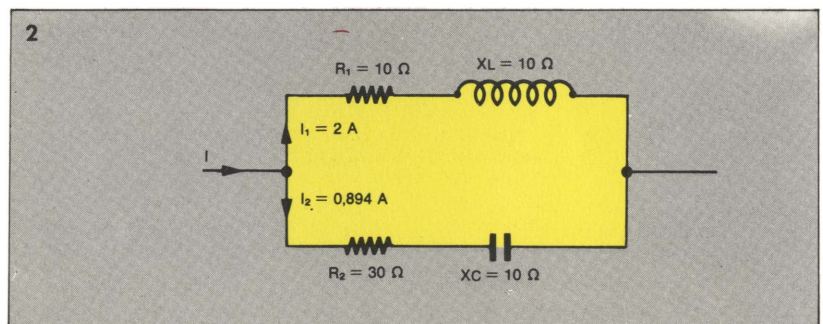
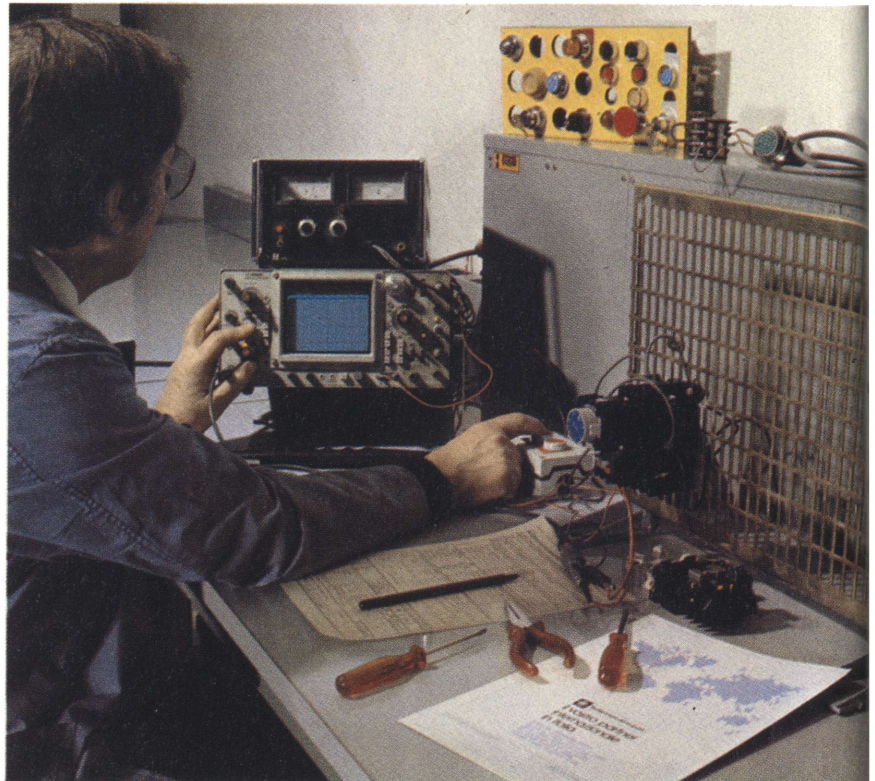
$$\begin{aligned} P_1 &= 2000 \text{ W} \\ P_2 &= 500 \text{ W} \\ P_3 &= V \cdot I \cos \varphi = 220 \cdot 1,7 \cdot 0,8 = 300 \text{ W} \\ P_4 &= P_a \cdot \cos \varphi = 2000 \cdot 0,7 = 1400 \text{ W} \end{aligned}$$

e complessivamente:

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 2000 + 500 + 300 + 1400 = 4200 \text{ W} = 4,2 \text{ kW}$$

Le potenze reattive che possono essere assorbite sono:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 0 \\ Q_2 &= 0 \\ Q_3 &= V I \sin \varphi = 220 \cdot 1,7 \cdot 0,6 = 224,4 \text{ VAR} \\ Q_4 &= P_a \sin \varphi = 2000 \cdot 0,715 = 1430 \text{ VAR} \end{aligned}$$



e complessivamente:

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 224,4 + 1430 = 1654,4 \text{ VAR} = 1,65 \text{ kVAR}$$

La totale partenza apparente è:

$$\begin{aligned} P_{at} &= \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{4,2^2 + 1,65^2} = \\ &= \sqrt{17,64 + 2,72} = \\ &= \sqrt{20,36} = 4,51 \text{ kVA} = 4510 \text{ VA} \end{aligned}$$

Ricordando poi che:

$$P_{at} = V \cdot I$$

la corrente che può essere assorbita è:

$$I = \frac{P_{at}}{V} = \frac{4510}{220} = 20,5 \text{ A}$$

Tutti gli utilizzatori indicati assorbono, una corrente totale di 20,5 A e quindi una presa da 25 A, permette di allacciare contemporaneamente tutti gli apparecchi voluti.

Figura 2. Esempio di circuito RLC.

Particolare di un laboratorio elettronico. (Foto gentilmente fornita dalla Telemecanique).

Rifasamento

Affrontiamo un problema tecnico-economico che negli ultimi tempi, soprattutto in seguito alla forte crisi energetica, ha assunto un'importanza enorme nel campo della tecnica elettrica.

La buona utilizzazione dell'energia elettrica non consiste solo nel ridurre o evitare gli sprechi (ad esempio curando l'isolamento degli impianti e delle condutture ed impiegando utilizzatori adatti al particolare servizio) ma anche nell'utilizzare in modo razionale l'energia. Una parte notevole del costo del kWh è proprio quella che deriva dal fattore di potenza utilizzato e contrattato per gli usi di forza motrice e d'illuminazione.

Abbiamo già visto che se il carico di un circuito è costituito da lampade ad incandescenza, fornelli e in genere da tutti gli apparecchi da riscaldamento, non contenenti elettromagneti, il fattore di potenza è sempre uguale all'unità.

Le macchine e gli apparecchi contenenti elettromagneti, (carichi ohmico-induttivi), danno luogo invece a fattori di potenza inferiori all'unità.

Il valore del fattore di potenza dipende allora solo dalla natura del carico e è quindi solo l'utente che determina il fattore di potenza a seconda dei carichi che sceglie di collegare.

to dell'energia, possiamo notare che, a parità di perdite, si può trasportare la stessa potenza con sezioni decrescenti al diminuire del $\cos \varphi$ (Figura 1).

Ciò equivale a dire anche, in altre parole, che per una data linea, la potenza attiva trasportabile aumenta all'aumentare del $\cos \varphi$.

Per tutti questi motivi le Aziende Distributrici applicano la penalizzazione per basso fattore di potenza.

A questo punto è spontaneo chiedersi se è possibile migliorare il fattore di potenza.

La risposta è affermativa in quanto la corrente magnetizzante non è altro che una corrente di scambio fra generatore e utilizzatore: durante il primo semiperiodo il generatore fornisce la corrente magnetizzante e durante il successivo semiperiodo, invece, il nucleo magnetico dell'apparecchio utilizzatore restituisce al generatore la corrente smagnetizzante.

Come è possibile migliorare il fattore di potenza?

Evidentemente, *rifasando* l'impianto, cioè generando sul posto, con particolari dispositivi, la corrente magnetizzante richiesta dai vari utilizzatori.

Poichè nella pratica i carichi sono induttivi, il rifasamento deve essere realizzato mediante elementi reattivi la cui azione sia opposta a quella dei carichi, quindi per

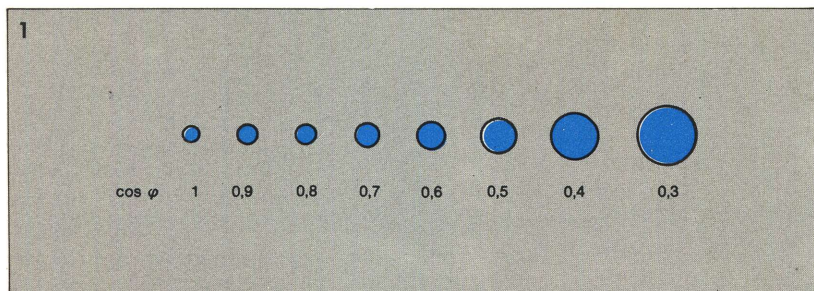


Figura 1. Legame tra sezione della linea di trasporto e fattore di potenza.

Figura 2. Esempio di circuito con carico ohmico-induttivo da rifasare.

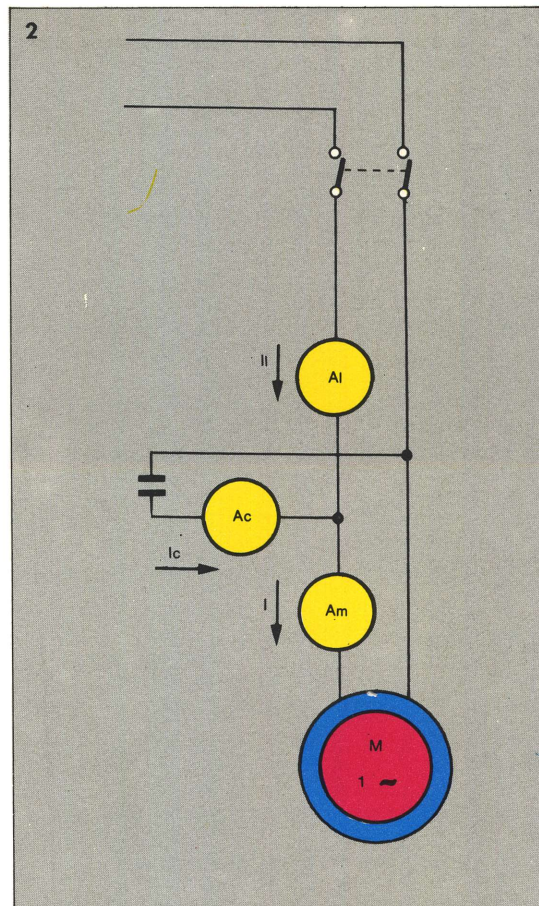
Se consideriamo la potenza reale prodotta del generatore in rapporto all'acqua necessaria per far muovere la turbina o al carbone necessario per le caldaie (e quindi ai costi relativi), sembrerebbe giusto che i contatori di energia installati presso l'utente misurassero l'energia reale richiesta dal generatore. Se pensiamo, però, che la corrente richiesta è notevolmente sfasata (basso $\cos \varphi$) rispetto alla tensione, risulta evidente un onere economico a carico della società fornitrice. Confrontando gli oneri tecnici ed economici dovuti alla presenza negli impianti anche di una componente reattiva della corrente ($\cos \varphi < 1$) rispetto al caso in cui è presente solo la componente attiva ($\cos \varphi = 1$), possiamo pervenire alle seguenti conclusioni:

- aumento delle perdite in linea, dovute alla maggior corrente messa in gioco. Queste perdite sono proporzionali all'inverso del quadrato del fattore di potenza e cioè a $1/\cos^2 \varphi$
- aumento della caduta di tensione. Questa è proporzionale all'inverso del fattore di potenza a:

$$\frac{1}{\cos \varphi}$$

- limitazione della capacità di produzione dei generatori e di trasporto delle linee. Infatti gli avvolgimenti del generatore sono proporzionati perchè vi possa circolare una certa corrente massima, indipendentemente dal fatto che questa sia più o meno in fase con la tensione. Per cui tanto maggiore è la percentuale di corrente reattiva magnetizzante che il generatore deve fornire, tanto minore è la percentuale della corrente attiva utile. La potenza effettiva che il generatore può erogare si riduce in modo direttamente proporzionale al valore del $\cos \varphi$, pur rimanendo costante il carico di corrente.

Infine se consideriamo le sezioni delle linee di traspor-



mezzo dei condensatori che possono essere inseriti in parallelo.

Supponiamo di prendere in considerazione un carico ohmico-induttivo (motore asincrono monofase) e rifasarlo, calcolando la capacità del condensatore da collegare in parallelo per effettuare il rifasamento, parziale e totale (Figura 2).

Il rifasamento parziale consiste nel portare il valore del fattore di potenza ad un valore $\cos \varphi'$ maggiore, ma ancora minore di uno. Se indichiamo con I la corrente,

assorbita dal motore, con I_c la corrente che deve fornire il condensatore per migliorare il fattore di potenza dell'impianto (al nuovo valore $\cos \varphi'$) e con I_L la conseguente corrente magnetizzante fornita dalla linea, possiamo rappresentare il diagramma vettoriale riportato in Figura 3.

Osserviamo che adesso la totale corrente magnetizzante richiesta dall'impianto è la somma numerica di I_c e I_L .

Dalla Figura 3 possiamo ricavare il valore di C in funzione della componente attiva I_a (poichè la componente attiva può essere fornita solo dal generatore, rimane sempre la stessa con o senza rifasamento).

$$I_c = \omega C V = I_a \cdot \tan \varphi - I_a \cdot \tan \varphi'$$

e quindi

$$C = \frac{I_a \cdot (\tan \varphi - \tan \varphi')}{\omega V}$$

L'amperometro A_i inserito sulla linea a monte del condensatore indica la corrente I_L fornita dalla linea composta da tutta la corrente attiva I_a e dalla parte restante di corrente reattiva induttiva I_L assorbita dal carico. L'amperometro A_m inserito a valle del condensatore indica invece tutta la corrente I assorbita dall'utilizzatore, composta da tutta la corrente attiva e da tutta quella reattiva necessaria ($I_L + I_c$). Infine, l'amperometro A_c indica la quota di corrente capacitativa I_c che il condensatore deve fornire all'utilizzatore.

Se il rifasamento è totale cioè con $\cos \varphi' = 1$, la linea fornirà solo la componente attiva I_a , mentre la componente magnetizzante verrà fornita tutta dal condensatore C che può essere adesso calcolato:

$$I_c = \omega C V = I_a \tan \varphi$$

poichè per $\cos \varphi' = 1$, $\varphi' = 0$ e quindi $\tan \varphi' = 0$

$$C = \frac{I_a \tan \varphi}{\omega V}$$

Dal punto di vista del calcolo torna più utile servirsi delle espressioni delle potenze, piuttosto che quelle delle correnti.

Disegniamo allora il triangolo delle potenze nella situazione corrispondente al valore del $\cos \varphi$ presentato dal carico prima del rifasamento (triangolo OHB di Figura 4).

Affinchè il fattore di potenza aumenti, cioè lo sfasamento diminuisca (triangolo OHB' relativo al nuovo angolo del fattore di potenza $\cos \varphi'$ fissato) occorre aggiungere al carico un condensatore avente una potenza reattiva Q_c il cui valore è dato dal segmento BB' . Otteniamo quindi:

$$Q_c = Q_L - Q_L'$$

e analogamente al diagramma delle correnti.

$$\omega C V^2 = P (\tan \varphi - \tan \varphi')$$

Possiamo allora calcolare la capacità C per ottenere il $\cos \varphi'$ fissato:

$$C = \frac{P (\tan \varphi - \tan \varphi')}{\omega V^2}$$

Se poi intendiamo rifasare completamente, allora il condensatore dovrà fornire tutta la potenza reattiva Q_L . In tal caso, quindi avremo:

$$Q_c = Q_L = P \tan \varphi$$

$$C = \frac{P \tan \varphi}{\omega V^2}$$

Per approfondire adesso l'aspetto tariffario occorre consultare una recente normativa che definisce i valori minimi del fattore di potenza per la fornitura di energia.

Vi possiamo leggere che il valore del fattore di potenza istantaneo, in corrispondenza del massimo carico, non deve essere inferiore a 0,9 e il fattore di potenza medio mensile non deve essere inferiore a 0,7.

Qualora il valore del fattore di potenza medio mensile del prelievo risulti, da apposite misure, inferiore a 0,9, il

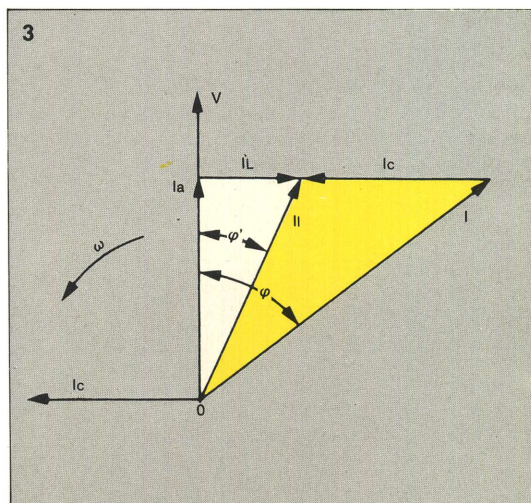


Figura 3. Diagramma vettoriale delle correnti del circuito di Figura 2.

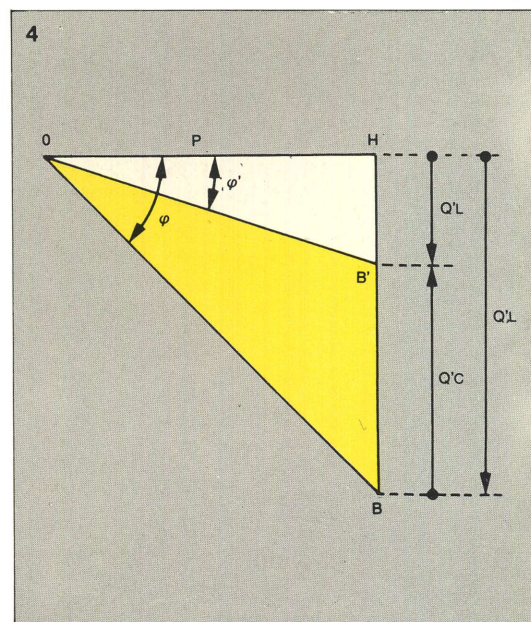


Figura 4. Diagramma vettoriale delle potenze.

prezzo del kWh viene maggiorato dell'1% per ogni centesimo di valore del fattore di potenza medio inferiore a 0,9.

Qualora il fattore di potenza medio mensile risulti inferiore a 0,7, l'utente è tenuto a modificare il proprio impianto per riportarlo al valore detto.

Questi aspetti si riferiscono alle tariffe per uso di forza motrice e di illuminazione di tipo binomio. La maggiorazione dei costi per kWh non viene richiesta quando si applica invece la tariffa a consumo libero.

Fenomeni tipici della c.a.

La magnetizzazione dei nuclei magnetici è un fenomeno tipico della corrente alternata.

Abbiamo finora sempre supposto che l'induttanza e la reattanza siano delle costanti del circuito, indipendenti dal valore e dalle variazioni della corrente; cioè che il flusso magnetico sia sempre proporzionale alla corrente che lo genera e che quindi la permeabilità sia costante.

Noi già sappiamo, però, che la permeabilità è costante solo nell'aria, mentre nel ferro, (verificandosi il fenomeno della saturazione), manca la proporzionalità tra corrente e flusso. Inoltre con la corrente alternata, si hanno fenomeni d'isteresi magnetica e generazione nei corpi metallici di f.e.m. indotte con conseguenti correnti parassite che producono perdite per riscaldamento. Visto che il regime che stiamo considerando è variabile, e siamo in presenza anche di effetti dannosi nelle masse ferrose, valgono allora più che mai tutte le considerazioni fatte a suo tempo per limitarne le conseguenze.

Un altro effetto caratteristico della corrente alternata è quello che va sotto il nome di *effetto pelle*.

In corrente continua la distribuzione della densità di corrente di una sezione può ritenersi uniforme. In corrente alternata non è più così. Prima di tutto non è più lecito descrivere il conduttore come equivalente alla

corrente nella sezione procedendo dall'esterno all'interno.

Un aspetto importante di questo fenomeno è dovuto al fatto che le perdite aumentano nei conduttori soggetti ad un regime elettrico variabile. Un conduttore qualsiasi infatti, quando è percorso da corrente alternata, presenta oltre alle perdite per effetto Joule, ($P = R \cdot I^2$, dove R è la resistenza in corrente continua), altre perdite dovute proprio alla non uniforme distribuzione di corrente nella sezione del conduttore (perdite per effetto pelle).

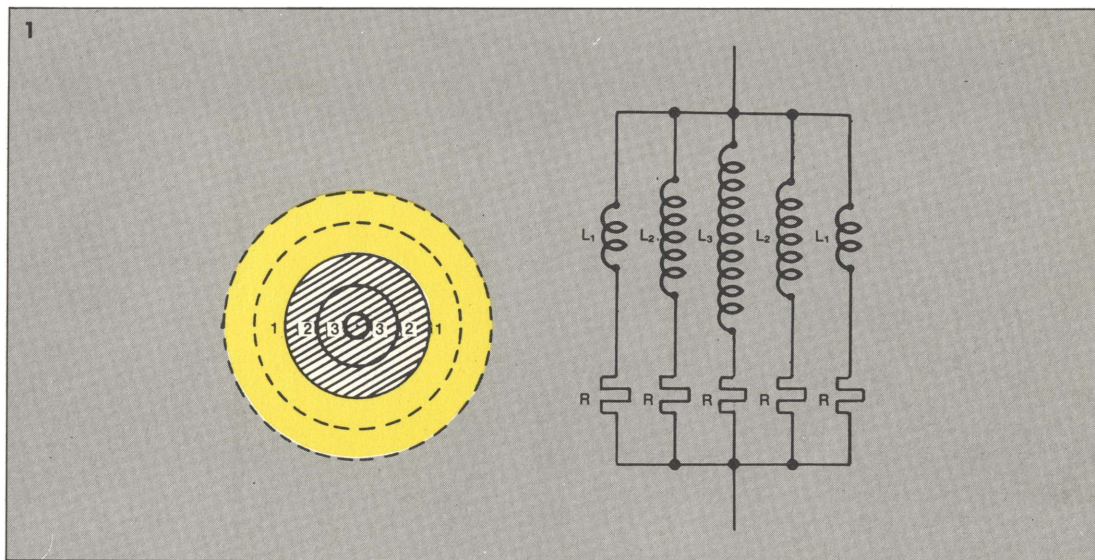
Queste perdite aggiuntive sono tanto più alte quanto maggiore è la disuniformità della corrente nel conduttore.

In altre parole possiamo anche dire che a causa dell'effetto pelle un conduttore presenta in corrente alternata un valore di resistenza più elevato che in corrente continua.

L'effetto pelle dipende:

- 1) dalla *natura del materiale*: nei materiali magnetici (ferro) il fenomeno è più intenso che nei materiali non magnetici (ad esempio i conduttori di rame), perchè è diversa la permeabilità magnetica;
- 2) dalla *frequenza delle correnti*: infatti, mentre l'effetto è trascurabile per le frequenze industriali, diventa

Figura 1. Andamento delle induttanze in un conduttore cilindrico omogeneo: nello schema elettrico di destra si può notare come l'induttanza sia maggiore al centro rispetto alla periferia.



sola resistenza perchè in regime alternato esiste un altro parametro equivalente: la reattanza, legata direttamente al valore della frequenza.

Consideriamo come esempio un conduttore cilindrico omogeneo: i filetti di corrente interni al conduttore risultano concatenati con più linee di forza magnetica rispetto a quelli periferici, quindi i filetti centrali presentano una induttanza maggiore rispetto a quelli periferici.

In Figura 1 riportiamo i filetti di corrente giacenti, rispettivamente, sulle tre linee di forza tracciate entro il conduttore. Per ognuno la rispettiva induttanza decresce dal centro verso la periferia del conduttore, mentre le resistenze rimangono invariate.

Un conduttore rettilineo e massiccio si può dunque concepire come un circuito formato da un fascio di filetti conduttori rettilinei indipendenti fra loro, ma uniti in parallelo alle due estremità, ed aventi ciascuno impedenza crescente man mano che si procede dall'esterno verso l'interno (vedi Figura 1).

Poichè poi ai capi del fascio di filetti (conduttore) sarà applicata una ben definita differenza di potenziale, uguale per ciascuno di essi, in quelli più interni si avrà la circolazione di una corrente minore e maggiormente sfasata rispetto a quella che circola nei filetti più esterni. Questo fenomeno determina la riduzione della densità di

relevante per le alte frequenze. Per tale motivo per le radiofrequenze vengono usati conduttori tubolari allo scopo di eliminare quella parte della sezione che contribuisce in maniera ridotta al trasporto della corrente;

- 3) dalla *sezione*: mentre per le piccole sezioni attraversate da decine di ampere l'effetto è trascurabile, alle frequenze industriali, per sezioni maggiori trasportanti centinaia di ampere, l'effetto assume una certa importanza.

Oltre ai suddetti fenomeni, vediamo degli altri connessi agli elementi circuitali.

Sappiamo che la bobina, e l'induttanza che la rappresenta nei circuiti, presenta la caratteristica di essere sede di un fenomeno energetico conservativo; tuttavia essa ha anche la caratteristica di dar luogo a dissipazione di energia quando viene percorsa da corrente. Questo è dovuto alla resistenza del conduttore che costituisce l'avvolgimento della bobina e alle perdite dielettriche nei materiali isolanti necessari per realizzare la bobina. Per tale motivo noi abbiamo schematizzato un induttore, tenendo conto di tutti questi fenomeni, con una reattanza in serie ad una resistenza.

Un conduttore è lineare allorché i suoi parametri sono indipendenti dal valore di corrente, quindi una bobina ha

questa caratteristica quando le linee di flusso si sviluppano in un mezzo a permeabilità costante, (le bobine in aria).

In corrente alternata un parametro importante per una bobina è il cosiddetto *fattore di merito*, indice di confronto fra il valore assunto dalla reattanza rispetto alla resistenza, calcolati alla stessa frequenza.

Un induttore è migliore quanto più alto è il valore di reattanza rispetto alla sua resistenza: in tal modo l'angolo di fase si porterebbe al valore più vicino a 90° .

Il coefficiente di merito di una bobina può essere quindi espresso nel seguente modo:

$$Q = \frac{\omega L}{R}$$

rapporto che, ricordando il triangolo dell'impedenza, coincide con la tangente dell'angolo di sfasamento tra la corrente assorbita e la tensione applicata alla bobina.

Si possono dare altre definizioni del coefficiente di merito: se moltiplichiamo, nella formula precedente, numeratore e denominatore per I otteniamo:

$$Q = \frac{V_L}{V_R}$$

dove V_L è la caduta di tensione sulla reattanza e V_R quella sulla resistenza.

Se poi moltiplichiamo numeratore e denominatore ancora per I , abbiamo:

$$Q = \frac{\omega L I^2}{R \cdot I^2} = \frac{\text{Potenza reattiva impegnata}}{\text{Potenza attiva dissipata}}$$

Dal punto di vista applicativo, il fattore di merito di una bobina dipende dalla frequenza.

La curva riportata è generalizzabile per tutti gli induttori (Figura 2).

Possiamo distinguere alcuni intervalli:

- per valori bassi di frequenza (tra 0 e f_1) il fattore di merito cresce linearmente;
- per valori compresi fra f_1 e f_2 , il fattore di merito cresce meno perché le perdite aumentano all'aumentare della frequenza;
- per valori compresi tra f_2 e f_3 , oltre alla potenza reattiva, con l'aumentare della frequenza, aumenta anche la perdita di energia così da equilibrare il primo aumento. In tali condizioni, il fattore di merito si mantiene quasi indipendente dalla frequenza e il suo valore è massimo;
- sopra f_3 si ha una rapida diminuzione del fattore di merito per il notevole aumento delle perdite.

Come valori indicativi, il valore massimo degli induttori in aria alle alte frequenze va da diverse decine a qualche centinaio di unità, mentre a frequenze industriali (40–60 Hz) non è molto superiore all'unità.

Anche il valore del condensatore è sede di fenomeni energetici conservativi, dovuti all'energia elettrostatica posseduta dalle capacità. Anch'esso, però, dà luogo a dissipazione di una certa quantità di energia (comunque molto piccola) quando è sottoposto a tensione alternata. Ciò è dovuto alla resistenza delle armature e dei collegamenti, e alle perdite dielettriche.

Uno dei parametri caratteristici del condensatore, che ne definisce il comportamento in regime sinusoidale è il cosiddetto *angolo di perdita*.

Se consideriamo un condensatore reale sottoposto all'azione di una tensione sinusoidale V , la corrente assorbita, a causa delle perdite di energia nelle armature e nel dielettrico, non può essere in quadratura in anticipo sulla tensione applicata ma forma un angolo φ minore di 90° della quantità δ . Guardando la Figura 3 notiamo che esiste una componente attiva della corrente che tiene conto della dissipazione di energia nel condensatore.

Possiamo anche notare che se minore è l'angolo δ migliore è il condensatore dal punto di vista delle perdite. In pratica, al posto dell'angolo δ , si preferisce definire la sua tangente:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I \cos \varphi}{I \sin \varphi}$$

Moltiplicando ora numeratore e denominatore per V otteniamo:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{V I \cos \varphi}{V I \sin \varphi} = \frac{P}{Q}$$

quindi la tangente dell'angolo di perdita è definita come

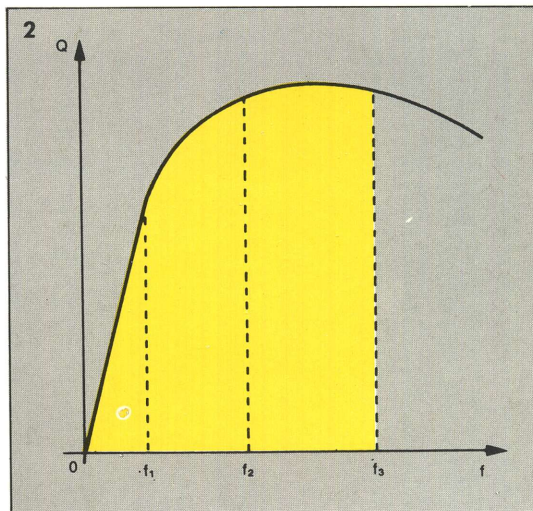
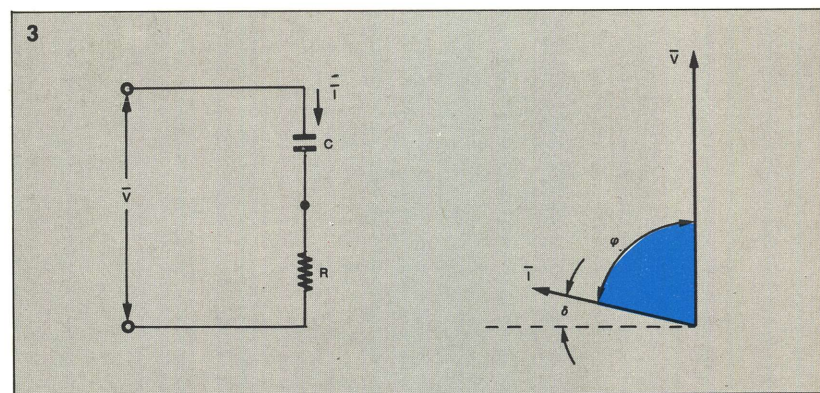


Figura 2. Andamento del fattore di merito in funzione della frequenza.

Figura 3. La corrente assorbita da un condensatore reale, sottoposto ad una tensione sinusoidale, non può essere di 90° in anticipo sulla tensione applicata a causa delle perdite di energia nelle armature e nel dielettrico. Queste perdite di energia sono rappresentate dall'angolo δ .



il rapporto tra potenza attiva dissipata dal condensatore e quella reattiva impegnata. Possiamo dare anche una espressione del $\operatorname{tg} \delta$ in funzione degli elementi circuitali:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{P}{Q} = \frac{R \cdot I^2}{\frac{1}{\omega C} \cdot I^2} = \omega C R$$

Anche la tangente dell'angolo di perdita varia con la frequenza, però meno sensibilmente rispetto al fattore di merito di una bobina. Allo stesso modo il valore di $1/\operatorname{tg} \delta$ (espressione della qualità del condensatore), è senza altro più alto del fattore di merito delle migliori bobine.

Possiamo concludere affermando che dei due elementi circuitali reattivi, il condensatore è quello che si avvicina di più all'elemento ideale.

Sistemi trifase e collegamenti

Finora abbiamo considerato generatori e utilizzatori in corrente alternata caratterizzati solo da due morsetti: circuiti denominati *monofasi*. In pratica i generatori elettrici e gli utilizzatori nell'elettrotecnica industriale hanno generalmente più di due morsetti: *sistemi polifasi*.

La ragione essenziale di questo consiste nella constatazione che i sistemi polifasi, e in particolare quelli trifasi, presentano indubbi vantaggi sui sistemi monofasi: una migliore utilizzazione del macchinario elettrico e degli impianti connessi, una maggior facilità di trasporto dell'energia elettrica e di conversione della corrente alternata in corrente continua, la possibilità d'impiego di una importante categoria di motori.

È definito circuito *polifase* un sistema costituito da due o più circuiti elettrici alimentati con altrettante f.e.m. sinusoidali isofrequenziali tra loro ma fra le quali esiste una costante differenza di fase.

Ogni circuito costituente il sistema polifase rappresenta una fase del sistema stesso. In un sistema bifase si

re soddisfare tali richieste. La macchina generatrice è l'*alternatore trifase* e il suo funzionamento è basato, come per il generatore monofase, sul principio dell'induzione elettromagnetica.

È costituito da una parte girevole *induttore*, la quale porta diametralmente opposti due poli (in Figura 1), ma potrebbero in pratica essere di più, e da una parte fissa *indotto* nella quale sono alloggiati tre avvolgimenti.

Ad ogni avvolgimento corrisponde una fase: poichè le tre f.e.m. devono essere sfasate dello stesso angolo (e cioè $360^\circ/3 = 120^\circ$ corrispondente a

$$\frac{1}{3}$$

del periodo T) gli assi degli avvolgimenti saranno sfasati di 120° . (In Figura i conduttori di questi avvolgimenti sono in sezione: il principio e la fine di ciascun avvolgimento sono contraddistinti con le lettere $P_1 - F_1; P_2 - F_2; P_3 - F_3$).

Poichè il sistema induttore è in rotazione con velocità uniforme, nei singoli avvolgimenti vengono indotte f.e.m. le isofrequenziali ma sfasate di 120° .

Ogni f.e.m. indotta è massima quando l'asse dei poli dell'induttore coincide con quello degli avvolgimenti.

Poichè poi questi sono disposti angularmente sull'indotto (a 120° l'uno dall'altro) e l'induttore impiega un terzo di periodo per compiere questa distanza angolare, il massimo di tensione di un avvolgimento rispetto al precedente si presenta con un ritardo di un terzo di periodo.

Le tre f.e.m. generate possono essere quindi rappresentate come in Figura 2.

Le singole fasi sono contraddistinte generalmente con numeri (1, 2, 3), oppure con lettere (ad es. A, B, C; R, S, T), ordinati in senso ciclico.

In pratica vanno numerate nell'ordine dei ritardi, cioè nel senso orario: la scelta della fase 1 non è determinante, ma una volta fissata questa, automaticamente risultano fissate le altre.

Vediamo adesso i collegamenti possibili per realizzare un sistema trifase col generatore descritto.

Innanzitutto il caso del sistema trifase con le fasi tra loro indipendenti, fatto non ha applicazioni pratiche perchè occorrerebbero sei conduttori di collegamento fra l'utilizzatore e il generatore.

Del resto l'indipendenza delle correnti può essere ottenuta unendo tra loro i tre principi delle fasi generatrici e le tre fini di quelle utilizzatrici, ottenendo il cosiddetto *collegamento a stella* nel generatore e nell'utilizzatore. I tre fili di ritorno delle correnti, vengono sostituiti da un unico filo comunemente detto filo *neutro* collegante il *centro stella* del generatore con quello del ricevitore (Figura 3).

Le correnti in questo sistema sono legate, per il primo principio di Kirchhoff, dalla seguente relazione:

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = \overline{I}_0$$

Spesso nei sistemi trifase manca il filo neutro: in tal caso le correnti nelle tre fasi del generatore non sono più indipendenti tra loro, essendo legate dalla relazione:

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0$$

Nel caso in cui il generatore lavori a vuoto, allora le tre correnti nelle fasi sono nulle.

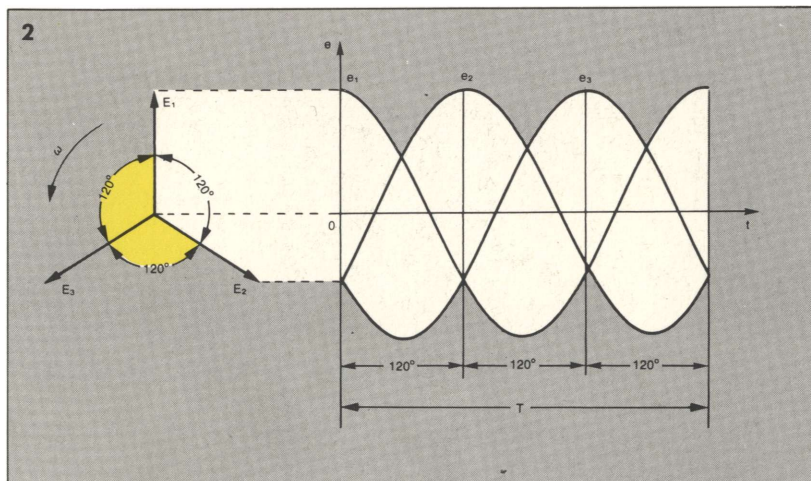
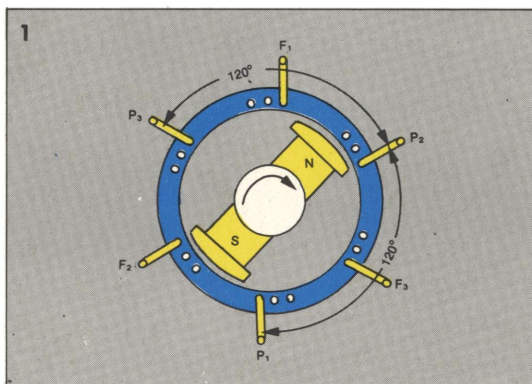
Un altro possibile collegamento è quello comunemente detto a *triangolo*, realizzato collegando la fine di una fase con il principio della successiva e così fino a collegare la fine dell'ultima fase con il principio della prima.

Un generatore siffatto ha disponibili tre morsetti ai quali fanno capo i conduttori di linea.

Osservando la Figura 4 possiamo notare che le tre fasi

Figura 1.
Rappresentazioni di un
alternatore trifase.

Figura 2. Forze
elettromotrici
isofrequenziali sfasate di
 120° generate da un
sistema induttore in
rotazione con velocità
costante.



possono quindi individuare due circuiti, in quello trifase tre e così via.

Il più delle volte i circuiti polifasi sono *composti* e risultano da particolari collegamenti delle varie fasi.

Anche se teoricamente non vi è alcuna limitazione sul numero componente delle fasi, i sistemi polifasi impiegati in pratica sono il bifase, il trifase, l'esofase, il dodecafase.

Di tutti il più diffuso è il trifase ed è proprio questo quindi che approfondiremo nel seguito.

Abbiamo già detto che le f.e.m. sinusoidali che agiscono in un circuito devono essere isofrequenziali; possiamo anche dire che le ampiezze devono anche essere uguali fra loro. Quindi, parlando della generazione di un sistema trifase, sarà compito di un particolare generato-

collegate a triangolo danno luogo di per sè ad un circuito chiuso.

Comunque, anche quando il generatore non risulta collegato ad un carico, non vi è circolazione di corrente poichè in ogni istante la somma delle tre f.e.m. E_1, E_2, E_3 (vedi diagrammi precedenti) che agiscono nel circuito è nulla.

Anche in questo caso, inoltre, come il collegamento a stella a tre fili, le tre correnti erogate dal generatore non

quindi le linee di alimentazione, forniscono ai carichi tensioni simmetriche il che facilita notevolmente il calcolo delle correnti.

Per quanto riguarda le correnti, queste, come detto, dipendono dalla natura del carico.

In particolare, se il carico è composto da impedenze di ugual valore per ogni fase, le correnti sono uguali in ampiezza e in fase. Si dice in tal caso che il sistema è *equilibrato*.

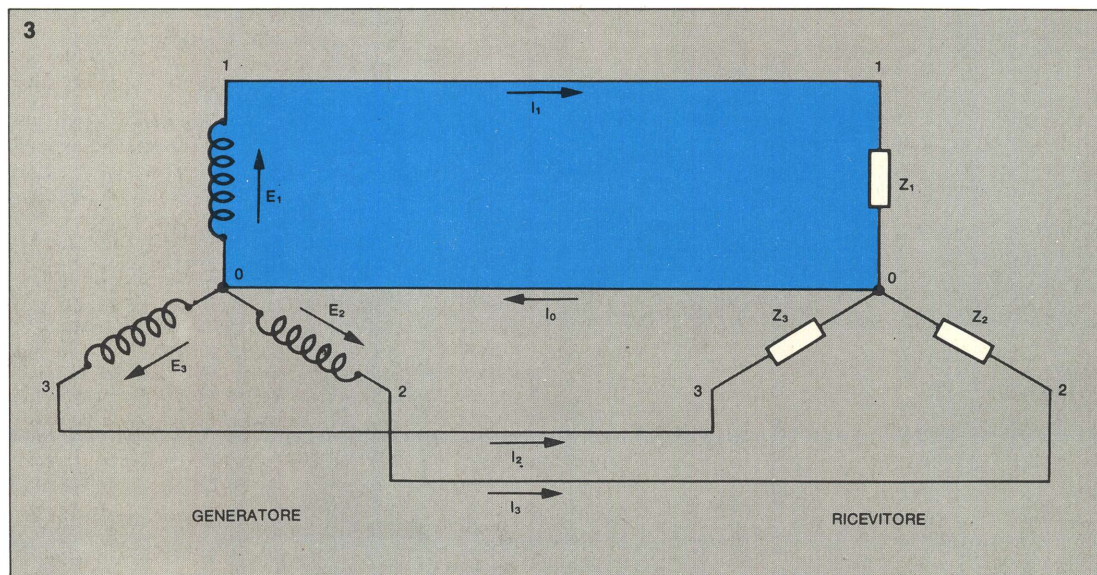


Figura 3. Esempio di "collegamento a stella" nel generatore e nel ricevitore. Il filo che unisce i due "centri stella" è chiamato comunemente neutro.

Figura 4. Esempio di collegamento a stella.

Figura 5. Configurazione di un "centro stella artificiale" ottenuto deviando dalle fasi tre impedenze uguali, collegate a stella dal cui centro parte il filo neutro.

sono indipendenti tra loro, ma sono anch'esse legate dalla relazione:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Per quanto riguarda i carichi, infine, essi pure possono essere collegati a stella o a triangolo.

Nel primo caso il centro stella può essere collegato, come detto in precedenza, col centro stella del generatore, quando esiste il quarto filo. (Se questo non esistesse il centro stella del carico può non essere accessibile).

Da questo punto di vista la presenza del neutro dà una maggiore flessibilità nell'impiego delle correnti trifasi, per cui è molto utilizzato nei punti di utilizzo dell'energia. È comunque molto costoso far partire un quarto filo dai generatori per collegarsi al centro stella degli utilizzatori; inoltre questo mancherebbe se gli avvolgimenti del generatore fossero collegati a triangolo.

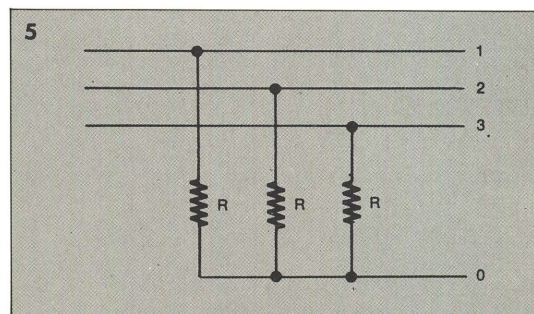
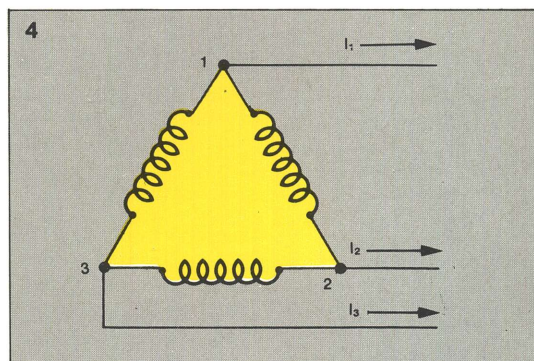
In pratica, quindi, si ricorre alla determinazione di un *centro stella artificiale*, ottenuto derivando dalle fasi tre impedenze uguali che possono essere collegate a stella e facendo partire dal centro di tale collegamento un filo neutro (Figura 5).

Il carico, poi, può essere qualsiasi: le tre impedenze costituenti il carico possono essere sia uguali che differenti per natura e valore.

Sotto questo profilo possiamo dare una classificazione dei sistemi trifase, osservando che la composizione delle singole fasi influisce sui valori di tensione e corrente presenti in ogni sistema.

Una terna di tensioni costituita da tre vettori di uguale ampiezza e sfasati tra loro di 120° viene denominata *simmetrica* e il sistema corrispondente è detto *simmetrico* nelle tensioni.

Se invece i vettori sono di ampiezza diversa o diversamente sfasati tra loro, la terna è detta *dissimmetrica* e il sistema trifase corrispondente *dissimmetrico* nelle tensioni. Osserviamo che la simmetria delle tensioni di alimentazione non è un caso particolare, ma nella pratica è una condizione normale perchè i generatori trifasi, e



Se poi il carico per ogni fase è diverso, il corrispondente sistema di correnti, diverse per ogni fase, si dice *squilibrato*.

Le cause di squilibrio possono essere numerosissime e quindi capita molto spesso di avere a che fare con sistemi squilibrati, mentre, come detto, le relative tensioni costituiscono nel normale funzionamento una terna simmetrica.

Tensioni e correnti nei sistemi trifase

Consideriamo un sistema trifase collegato a stella. Si definisce *tensione stellata* o *di fase* la tensione relativa ad una fase di un generatore o di un carico trifase collegato a stella. È definita invece *tensione concatenata* la tensione relativa a due dei tre morsetti principali (1, 2, 3 o A, B, C o R, S, T) di un dispositivo trifase, il collegamento delle cui fasi può essere qualsiasi.

Possiamo misurare le tensioni stellate o di fase collegando tre voltmetri tra le singole fasi e il centro stella del sistema. (La somma vettoriale delle tre tensioni di fase è, per quanto precedentemente detto, nulla) Figura 1.

Le tensioni concatenate possiamo misurarle, invece, inserendo tre voltmetri come indicato nella Figura 2.

Indichiamo le tensioni concatenate con la lettera V con due indici numerici (o letterali) che individuano fra quali fasi si misura la tensione: ad esempio V_{12} rappresenta la tensione concatenata fra la fase 1 e la 2.

Abbiamo allora in totale:

$$V = E \cos 30^\circ + E \cos 30^\circ = 2 E \cos 30^\circ =$$

$$= 2 E \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 E = 1,73 E$$

Possiamo quindi concludere affermando che in qualsiasi sistema trifase la tensione concatenata è 1,73 volte maggiore della tensione di fase; ad esempio un sistema che ha la tensione di fase $E = 220$ V, avrà tensione concatenata $= 220 \cdot 1,73 = 380$ V.

Per quanto riguarda le correnti, dette in questo caso *correnti di fase*, sappiamo già che con sistemi a tre fili la somma vettoriale delle tre correnti è uguale a zero. Ciò non significa, però, che le correnti devono essere necessariamente uguali fra loro, poichè il loro valore e lo

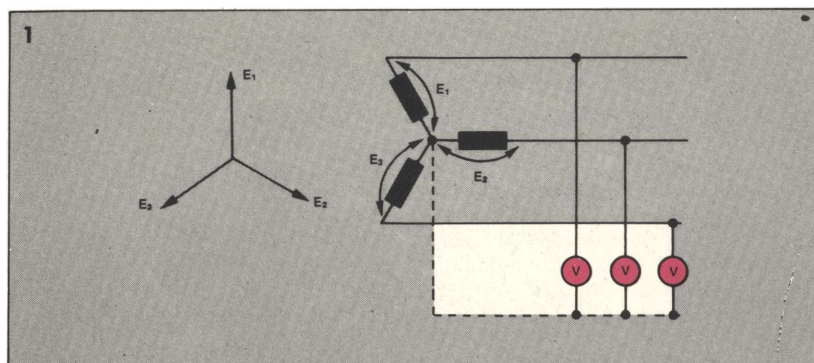
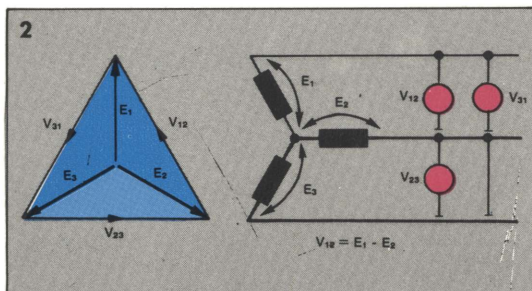


Figura 1. Circuito di misura delle tensioni di fase di un sistema a stella.

Figura 2. Circuito di misura delle tensioni concatenate di un sistema a stella.

Figura 3. Diagramma vettoriale in cui si mostra lo sfasamento tra le tensioni concatenate e quelle di fase.



Nella Figura 2 possiamo vedere che la tensione V_{12} è pari alla differenza vettoriale tra E_1 e E_2 , così $V_{23} = E_2 - E_3$ e $V_{31} = E_3 - E_1$, sempre intese vettorialmente. La rappresentazione vettoriale delle tensioni concatenate è quindi quella riportata in figura (legate direttamente alle tensioni di fase).

Da ciò possiamo ricavare la seguente conclusione: anche la somma vettoriale delle tensioni concatenate è uguale a zero.

Inoltre, poichè i sistemi trifasi, per quanto detto in precedenza, sono generalmente simmetrici, le tensioni concatenate formano un triangolo equilatero e quindi ogni tensione concatenata è sfasata di 30° rispetto alle tensioni di fase che la compongono. Stabilito ciò, è possibile ricavare una relazione tra le tensioni concatenate e quelle di fase.

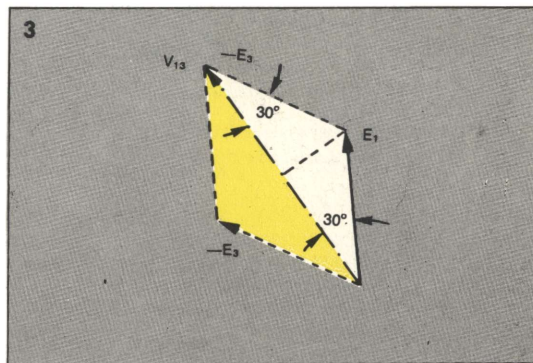
Poichè il coseno di 30° vale

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

la proiezione di una tensione di fase nella direzione della concatenata (vedi Figura 3) vale

$$E \cos 30^\circ = E \frac{\sqrt{3}}{2};$$

lo stesso valore che ha la proiezione dell'altra tensione di fase.



sfasamento con la rispettiva tensione di fase viene determinato in base all'impedenza di ciascuna fase. Quindi il diagramma vettoriale è diverso a seconda che il sistema sia equilibrato oppure squilibrato (vedi Figura 4).

La legge di Ohm, a seconda del tipo di sistema, può avere le seguenti espressioni:

a) per i sistemi simmetrici ed equilibrati, essendo uguali le tre tensioni di fase e le correnti, abbiamo

$$E = Z \cdot I$$

e, ricordando che $E = \frac{V}{\sqrt{3}}$, anche $V = \sqrt{3} Z \cdot I$

b) per i sistemi simmetrici e squilibrati, essendo le correnti diverse e diversamente sfasate rispetto alle tensioni di fase a causa delle diverse impedenze per fase, abbiamo una legge di Ohm per ciascuna fase:

$$E = Z_1 \cdot I_1 \quad E = Z_2 \cdot I_2 \quad E = Z_3 \cdot I_3$$

Consideriamo adesso un sistema trifase con collegamento a triangolo.

In questo caso appare chiaro che le tensioni relative al circuito dato sono tutte concatenate (vedi Figura 5).

Per quanto riguarda le correnti, possiamo osservare che in ciascuna fase circola una corrente (corrente di fase) differente da quelle di linea che percorrono i conduttori (correnti di linea).

Indichiamo le correnti di fase con due indici che individuano fra quali conduttori della linea esse passano ed il senso nel quale sono considerate (dal primo al secondo indice). Possiamo ricavare delle relazioni fra le correnti di fase e di linea per un sistema trifase a tre fili.

A tale scopo scriviamo il primo principio di Kirchhoff per ciascun nodo (vertice del triangolo).

Abbiamo allora:

$$\begin{aligned} \text{nodo 1} \quad I_1 &= I_{12} - I_{31} \\ \text{nodo 2} \quad I_2 &= I_{23} - I_{12} \\ \text{nodo 3} \quad I_3 &= I_{31} - I_{23} \end{aligned}$$

Per le correnti di linea risulta, dalle equazioni scritte

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0;$$

questa, come già sappiamo, rappresenta il primo principio di Kirchhoff esteso alla superficie racchiudente l'intero triangolo.

Poichè dunque la somma vettoriale delle tre correnti di linea ha risultante nulla, queste graficamente possono essere rappresentate con un triangolo chiuso (Figura 6).

Le tre correnti di fase sono sempre individuabili con una terna di vettori (stella) uscenti da un punto comune (centro) e i cui estremi si appoggiano ai vertici omonimi del triangolo rappresentante le correnti di linea. Osserviamo che, se le tre impedenze di carico sono uguali fra loro, il centro della stella coincide col baricentro O del triangolo stesso; nel caso contrario il centro della stella risulta un punto O' differente dal baricentro O.

Se il sistema è equilibrato (supponendo che sia comunque sempre simmetrico) le correnti di linea formano un triangolo equilatero e quindi ciascuna è sfasata di 30° rispetto alle correnti di fase che la compongono, similmente a quanto visto per le tensioni nel collegamento a stella.

Allo stesso modo possiamo ricavare una relazione numerica tra il valore efficace della corrente di linea e quella di fase:

$$I_l = \sqrt{3} \cdot I_f$$

dove con I_l e I_f , essendo il sistema equilibrato, abbiamo indicato rispettivamente la generica corrente di linea e di fase.

Ricordiamo che nel caso del collegamento a stella non c'è alcuna differenza fra la corrente di linea e quella di fase.

La legge di Ohm per il collegamento a triangolo in generale è

$$I_{12} = \frac{V_{12}}{Z_{12}} \quad I_{23} = \frac{V_{23}}{Z_{23}} \quad I_{31} = \frac{V_{31}}{Z_{31}}$$

per sistemi squilibrati, e semplicemente

$$V = Z \cdot I_f$$

per sistemi equilibrati.

Riassumiamo in una Tabella le caratteristiche dei due tipi di collegamento, riferendoci a sistemi simmetrici ed equilibrati, per mettere in evidenza i parametri tensione e corrente e i loro legami, che interessano nei due casi.

Come possiamo vedere, nella stella gli elementi di un

Collegamenti	Tensione	Corrente	Legge di Ohm
Stella	$E = \frac{V}{\sqrt{3}}$	$I_l = I_f$	$V = E \cdot Z \cdot I = \sqrt{3} \cdot Z \cdot I$
Triangolo	$E = V$	$I_f = \frac{I_l}{\sqrt{3}}$	$V = Z \cdot I_f$

carico sono sottoposti ad una tensione inferiore rispetto a quella posta ai capi degli elementi nel sistema a triangolo.

Dallo specchio possiamo vedere anche che, pur impiegando lo stesso sistema, di tensioni di alimentazione, i valori delle correnti I_l e I_f non risultano uguali numericamente nei due collegamenti, poiché abbiamo con le stesse impedenze, valori diversi di tensione nel collegamento a stella o a triangolo.

Un'applicazione numerica chiarisce ulteriormente quanto detto.

Tre impedenze uguali costituite da una resistenza $R = 8 \Omega$ e da una reattanza induttiva $X_L = 6 \Omega$ in serie possono essere collegate a stella o a triangolo ed alimentate da una linea trifase con tensione concatenata $V = 380 \text{ V}$. Determiniamo nei due casi le correnti di linea.

a) Se le fasi sono collegate a stella le tre correnti di fase

sono uguali tra loro (in quanto il carico è equilibrato) e ciascuna di esse vale:

$$I_f = \frac{E}{Z}$$

$$\text{dove } E = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{380}{1,73} = 220 \text{ V}$$

$$\text{e } Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \Omega$$

$$\text{Allora } I_f = \frac{E}{Z} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A}$$

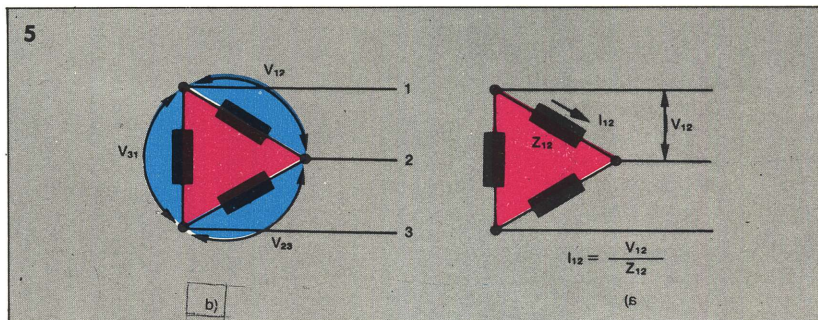
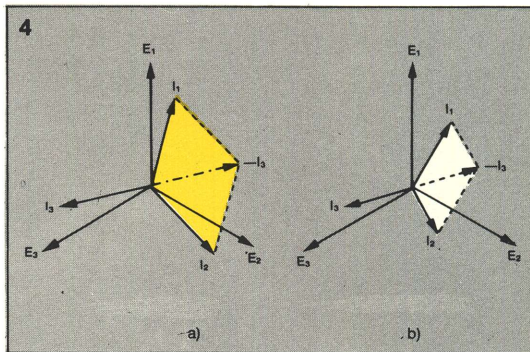
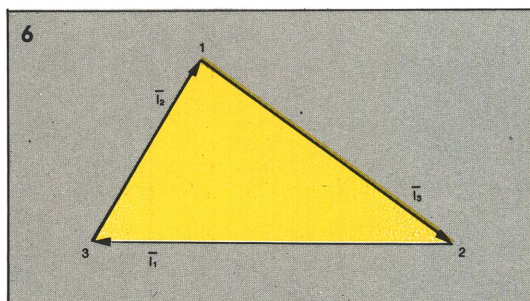


Figura 4. Diagramma vettoriale di un sistema trifase equilibrato (a) e squilibrato (b).

Figura 5. Sistema trifase con collegamento a triangolo: dal punto di vista delle tensioni concatenate (a) e di una corrente di fase (b).

Figura 6. Diagramma vettoriale delle correnti di linea.



b) Se le fasi sono collegate a triangolo le tre correnti di fase sono uguali e, poiché sono sottoposte a tutta la tensione V , ciascuna di esse vale in questo caso:

$$I_f = \frac{V}{Z} = \frac{380}{10} = 38 \text{ A}$$

Poichè si tratta di un carico equilibrato, la corrente di linea può essere ricavata dalla seguente espressione:

$$I_l = \sqrt{3} \cdot I_f = 1,73 \cdot 38 = 66 \text{ A}$$

Confrontando i risultati nei due casi, osserviamo che la corrente assorbita nel collegamento a triangolo è tre volte maggiore di quella nel collegamento a stella, quando è uguale la tensione fra i morsetti.

Potenze nei sistemi trifase

La potenza elettrica di un sistema trifase si basa sulle considerazioni fatte a proposito del caso monofase, poichè questo, come detto in precedenza, è equivalente a tre sistemi monofasi facenti capo a un centro 0 (centro stella). Quindi la potenza elettrica istantanea di un sistema trifase può essere sempre espressa dalla somma dei prodotti dei valori istantanei della tensione e della corrente di ciascuna fase. Possiamo scrivere:

$$p = e_1 \cdot i_1 + e_2 \cdot i_2 + e_3 \cdot i_3$$

dove $e_1, i_1, e_2, i_2, e_3, i_3$ indicano la tensione e la corrente (rispettivamente della prima, della seconda e della terza fase) che caratterizzano il circuito trifase in quella sezione dove è necessario calcolare la potenza istantanea.

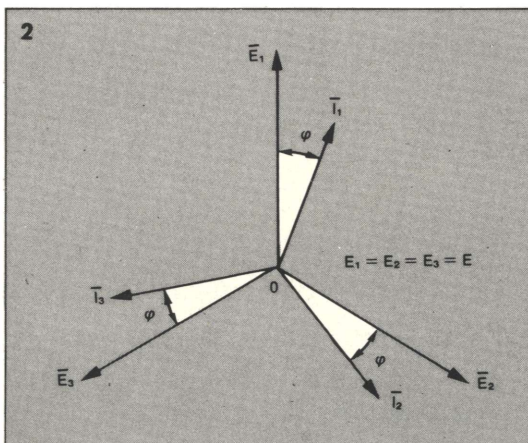
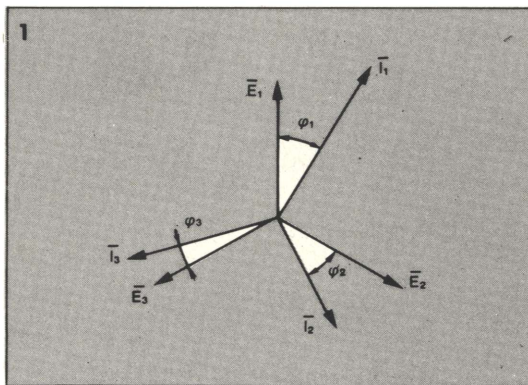
Come nei sistemi monofasi, in pratica interessa conoscere la *potenza reale* che, come sappiamo, è definita come il valor medio della potenza istantanea. Essa, inoltre, può essere espressa come somma delle potenze reali delle singole fasi, cioè:

$$P = E_1 \cdot I_1 \cos \varphi_1 + E_2 \cdot I_2 \cos \varphi_2 + E_3 \cdot I_3 \cos \varphi_3$$

dove φ_1 è l'angolo di sfasamento fra E_1 e I_1 (valori efficaci della tensione e della corrente della prima fase) e così analogamente per φ_2 e φ_3 (diagramma vettoriale di Figura 1).

Figura 1. Diagramma vettoriale di un sistema trifase generico.

Figura 2. Diagramma vettoriale di un sistema trifase simmetrico e equilibrato.



Allo stesso modo la *potenza reattiva* Q del sistema viene definita come somma algebrica delle potenze reattive delle singole fasi, cioè

$$Q = E_1 I_1 \sin \varphi_1 + E_2 I_2 \sin \varphi_2 + E_3 I_3 \sin \varphi_3$$

La potenza apparente viene ricavata, infine, dalla formula di carattere generale:

$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

analoga a quella vista per i circuiti monofasi, per cui si dimostra che la costruzione del triangolo delle potenze ha validità generale.

Facciamo attenzione a non incorrere in un errore abbastanza frequente, cioè quello di pensare di ricavare il valore della potenza apparente con la seguente espressione:

$$P_a = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3$$

Questa è errata perchè i singoli prodotti $E \cdot I$ definiscono potenze apparenti parziali rappresentabili da vettori che hanno in generale direzioni diverse. Come vedremo più avanti questa espressione può servire solo per i sistemi simmetrici ed equilibrati.

Dalla conoscenza delle potenze possiamo dedurre il valore del fattore di potenza complessivo del sistema trifase che, come sappiamo vale:

$$\cos \phi = \frac{P}{P_a} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

Se il sistema trifase è simmetrico nelle tensioni, cioè se

$$E_1 = E_2 = E_3$$

ed equilibrato nelle correnti:

$$I_1 = I_2 = I_3$$

l'angolo di sfasamento è (vedi Figura 2) per ogni fase uguale:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$$

La potenza istantanea in questo caso assume la seguente forma:

$$p = 3 \cdot e \cdot i$$

e la potenza attiva vale semplicemente:

$$P = E I \cos \varphi + E I \cos \varphi + E I \cos \varphi = 3 E I \cos \varphi$$

Ricordando poi che

$$E = \frac{V}{\sqrt{3}}$$

possiamo anche scrivere

$$P = \sqrt{3} V I \cos \varphi$$

Potremmo dimostrare che in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato la potenza istantanea coincide con la potenza reale P .

Per quanto riguarda la potenza reattiva essa è data, analogamente, dalla seguente espressione:

$$Q = 3 E I \sin \varphi$$

oppure

$$Q = \sqrt{3} V \cdot I \cdot \sin \varphi$$

La potenza apparente, poichè i tre vettori $E I$ hanno la stessa direzione, può essere calcolata con la formula:

$$P_a = 3 E I$$

oppure

$$P_a = \sqrt{3 V I}$$

In ogni caso vale sempre l'espressione generale vista prima:

$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Il fattore di potenza totale del sistema trifase coincide, in questo caso con il fattore di potenza parziale

$$\cos \Phi = \cos \varphi$$

Le espressioni ricavate, valide in generale sia per il collegamento a stella che a triangolo, suggeriscono qualche osservazione. Infatti, poichè come abbiamo visto, le correnti I_l e I_r non sono numericamente uguali impiegando lo stesso sistema di tensioni di alimentazione, le potenze assorbite sono diverse nei due casi.

Per tale motivo le espressioni simboliche vanno bene interpretate riconoscendo, a seconda dei collegamenti, i legami tra tensioni concatenate e di fase, tra correnti di linea e di fase.

A tale proposito proponiamo un problema, analogamente a quanto visto in precedenza per le correnti e le tensioni, confrontando i risultati ottenuti per i due collegamenti.

Un utilizzatore trifase viene alimentato con una tensione concatenata pari a 380 V e ha un'impedenza per fase di 20 Ω e un fattore di potenza pari a 0,8.

Calcoliamo la potenza attiva, reattiva e apparente nel caso che il collegamento delle fasi sia prima a stella e poi a triangolo. Ovviamente si tratta di un carico simmetrico ed equilibrato.

Nel *collegamento a stella* su ogni fase è applicata la tensione di fase, per cui la corrente vale:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{V}{\sqrt{3} \cdot Z} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 20} = \frac{220}{20} = 11 \text{ A}$$

La potenza attiva è allora:

$$P = \sqrt{3} V \cdot I \cos \varphi = 1,73 \cdot 380 \cdot 11 \cdot 0,8 = 5785,12 \text{ W}$$

La potenza reattiva è:

$$Q = \sqrt{3} V I \sin \varphi = 1,73 \cdot 380 \cdot 11 \cdot 0,6 = 4338,8 \text{ VAR}$$

la potenza apparente è infine:

$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} V \cdot I = 7231,4 \text{ VA}$$

Nel *collegamento a triangolo* ogni fase è sottoposta alla tensione concatenata V , per cui abbiamo:

$$I_r = \frac{V}{Z} = \frac{380}{20} = 19 \text{ A}$$

e

$$I_l = \sqrt{3} I_r = 1,73 \cdot 19 = 32,87 \text{ A}$$

La potenza attiva è in questo caso:

$$P = \sqrt{3} V I \cos \varphi = 1,73 \cdot 380 \cdot 32,87 \cdot 0,8 = 17286,98 \text{ W}$$

La potenza reattiva vale:

$$Q = \sqrt{3} V I \sin \varphi = 1,73 \cdot 380 \cdot 32,87 \cdot 0,6 = 12965,243 \text{ VAR}$$

e la potenza apparente:

$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} V \cdot I = 1,73 \cdot 380 \cdot 32,87 = 21608,738 \text{ VA}$$

Le potenze nel collegamento a triangolo potevano essere espresse anche come somma delle singole potenze all'interno del triangolo e cioè:

$$\begin{aligned} P &= 3 V I_r \cos \varphi \\ Q &= 3 V I_r \sin \varphi \\ P_a &= 3 V I_r \end{aligned}$$

Possiamo osservare che, mentre la tensione applicata

ad ogni elemento dell'utilizzatore è $\sqrt{3}$ volte inferiore nel collegamento a stella, le potenze ottenute sono tre volte inferiori.

Per quanto riguarda i metodi risolutivi dei circuiti trifasi vale tutto quanto detto a proposito dei circuiti in corrente alternata monofase.

È opportuno comunque richiamare l'utilità del metodo di Boucherot nella risoluzione dei problemi connessi a circuiti trifasi. Ciò è particolarmente evidente quando si devono studiare sistemi che mettono in gioco più elementi energetici.

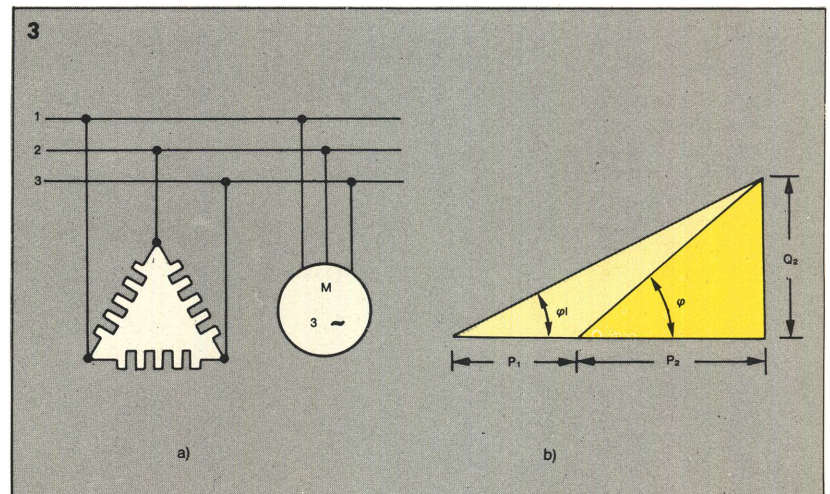
Un semplice esempio può chiarire ulteriormente quanto detto.

Una linea trifase a 380 V alimenta un forno elettrico trifase di potenza $P_1 = 15 \text{ kW}$ ($\cos \varphi = 1$) ed un motore trifase di potenza $P_2 = 20 \text{ kW}$ con un fattore di potenza pari a 0,75.

Calcoliamo la corrente di linea ed il fattore di potenza totale.

È opportuno disegnare il diagramma vettoriale (triangolo delle potenze). Si ha (Figura 3) per $\cos \varphi = 0,75$,

$$\varphi = 41^\circ$$



Note le potenze attive dei carichi, quelle reattive sono perciò rispettivamente

$$\begin{aligned} Q_1 &= 0 \\ Q_2 &= P_2 \cdot \tan \varphi = 20 \cdot 0,87 = 17,4 \text{ KVAR} \end{aligned}$$

La somma delle potenze parziali (Boucherot) da:

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 = 15 + 20 = 35 \text{ kW} \\ Q &= Q_1 + Q_2 = 17,4 \text{ KVAR} \end{aligned}$$

La potenza apparente è quindi:

$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{35^2 + 17,4^2} = \sqrt{1255 + 302,76} = 39 \text{ KVA}$$

Il fattore di potenza totale è:

$$\cos \Phi = \frac{P}{P_a} = \frac{35}{39} = 0,89$$

a cui corrisponde un angolo (φ in Figura 3) uguale a 27° . Infine la corrente di linea è:

$$I_l = \frac{P_a}{\sqrt{3} V} = \frac{39000}{1,73 \cdot 380} = 59,3 \text{ A}$$

sfasata in ritardo dell'angolo φ sulla tensione di linea.

Figura 3. Sistema trifase a triangolo (a) e triangolo delle potenze (b).

Rifasamento degli impianti trifase

Figura 1. Il rifasamento di un sistema trifase attuato mediante condensatori collegati a triangolo o a stella (tratteggiato).

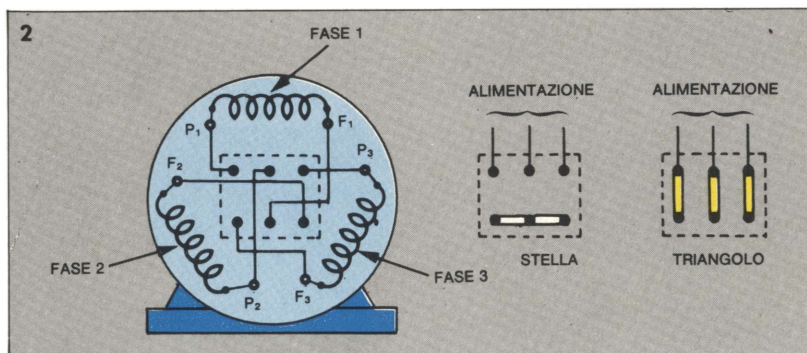
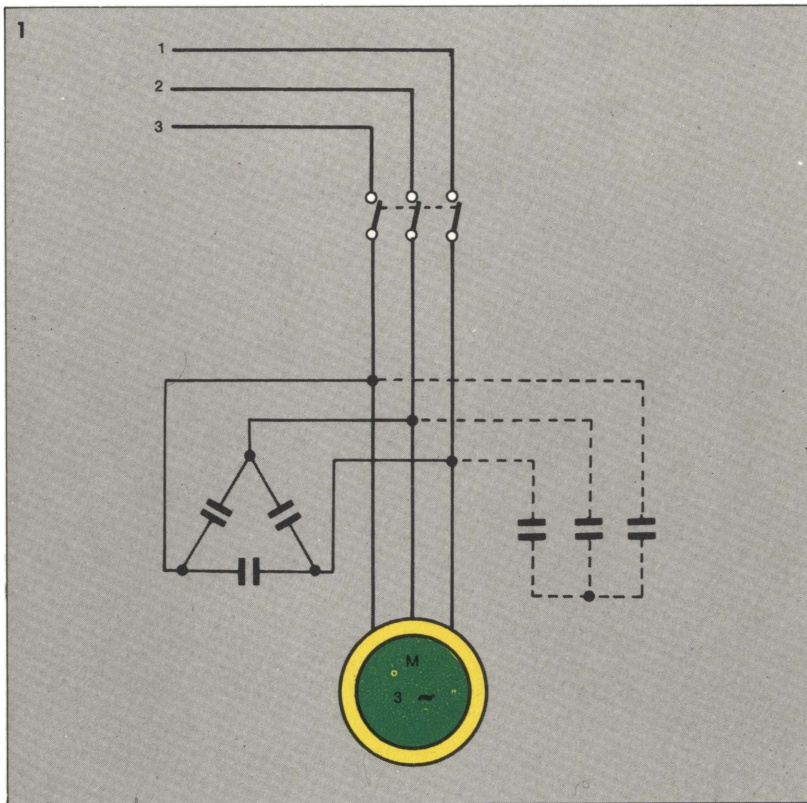


Figura 2. Schematizzazione di un generico dispositivo con i terminali di ingresso-uscita delle tre fasi raggruppati in modo da permettere il collegamento a stella o a triangolo.

Abbiamo già visto l'importanza del rifasamento negli impianti a corrente alternata monofase. Il problema acquista rilevanza maggiore quando passiamo a considerare impianti trifasi: questo perché in pratica sono gli utilizzatori trifasi (motori) quelli che più generalmente assorbono notevoli quantità di potenza reattiva influenzando maggiormente sul fattore di potenza.

Abbiamo detto che per rifasare un impianto vengono inseriti in parallelo agli utilizzatori adatti condensatori.

Nelle linee trifase i condensatori di rifasamento possono essere collegati sia a stella che a triangolo, Figura 1.

collegamento. Volendo rifare completamente il valore della capacità del singolo condensatore, essendo

$$Q = P \tan \varphi$$

la totale potenza reattiva assorbita dal carico, vale:

$$C = \frac{P \tan \varphi}{\omega V^2}$$

Se vogliamo rifasare parzialmente, da $\cos \varphi_1$ a $\cos \varphi_2$, allora C vale:

$$C = \frac{P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}{\omega \cdot V^2}$$

Nel collegamento a triangolo, poiché ogni condensatore è alimentato dalla tensione concatenata V, la potenza reattiva fornita dal raggruppamento a triangolo è:

$$3 \omega C V^2$$

A seconda poi che si voglia rifasare totalmente o parzialmente, otterremo:

$$C = \frac{1}{3} \cdot \frac{P \tan \varphi}{\omega V^2} \quad (\text{rifasamento totale})$$

oppure

$$C = \frac{1}{3} \cdot \frac{P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}{\omega V^2} \quad (\text{rifasamento parziale})$$

Il confronto tra i due raggruppamenti ci porta a preferire il collegamento a triangolo rispetto a quello a stella perché impegna, a parità di potenza reattiva fornita dall'utilizzatore, condensatori di capacità minore (esattamente un terzo), con conseguente risparmio economico.

In pratica, quindi, il rifasamento degli impianti trifasi è sempre fatto con gruppi di condensatori collegati a triangolo.

Nella pratica la possibilità di eseguire il doppio collegamento delle fasi conduce alla necessità di valutarne opportunamente la scelta.

Si tratta, in altre parole, di precisare quale possa essere la convenienza di effettuare l'uno o l'altro dei due tipi di collegamento.

Le nostre considerazioni possono essere riferite a sistemi simmetrici ed equilibrati (caso generale in pratica).

Il sistema trifase in esame, dovendo impegnare la stessa potenza attiva e reattiva, comunque sia il collegamento delle sue fasi, dovrà presentare sempre la stessa corrente di linea, poiché la tensione di linea rimane costante.

Se il collegamento delle fasi è a stella, ogni ramo deve sopportare tutta la corrente di linea, mentre è sottoposto ad una tensione $\sqrt{3}$ volte minore. Se, invece, il collegamento delle fasi è a triangolo, ogni ramo deve sopportare una corrente di intensità $\sqrt{3}$ volte minore di quella di linea, mentre è sottoposto a tutta la tensione di linea. In pratica, quindi, useremo il collegamento a stella quando le tensioni di linea sono relativamente elevate, mentre impiegheremo il collegamento a triangolo quando le tensioni di linea sono relativamente basse.

Questa impostazione è importante soprattutto se viene riferita agli aspetti costruttivi delle macchine elettriche, in particolare agli avvolgimenti. Infatti all'aumentare della tensione applicata all'avvolgimento (fase) aumenta il numero delle spire e la difficoltà di isolamento dei conduttori; mentre all'aumentare della corrente nell'avvolgimento, aumenta la sezione del conduttore e la difficoltà di smaltimento del calore da parte del conduttore stesso.

Nel primo caso la potenza reattiva fornita dal raggruppamento a stella, poiché ciascun condensatore viene

alimentato dalla tensione di fase $\frac{V}{\sqrt{3}}$ è

$$3 \omega C \cdot \left(\frac{V}{\sqrt{3}}\right)^2 = \omega C V^2$$

in cui C indica la capacità di ogni condensatore del

Un problema connesso a queste valutazioni è quello di vedere se un dispositivo trifase (ad es. un forno o un motore) progettato per funzionare ad una data tensione, può funzionare ad una tensione diversa.

Questo problema lo possiamo risolvere nei limiti di quanto detto prima. Infatti il dispositivo avente le fasi collegate a triangolo e funzionante alla tensione V può funzionare alla tensione $\sqrt{3} \cdot V$ se le sue fasi verranno collegate a stella. Viceversa se il dispositivo funzionante alla tensione V ha le fasi collegate a stella, esso può funzionare alla tensione

$$\frac{V}{\sqrt{3}}$$

con collegamento a triangolo.

In definitiva il dispositivo può funzionare allo stesso modo con due tensioni diverse, purché queste siano nel rapporto di $\sqrt{3}$ e il collegamento sia quello adatto.

Se consideriamo, ad esempio, un motore trifase con collegamento delle fasi a triangolo funzionante a 220 V, questo dà le stesse prestazioni a 380 V ($\sqrt{3} \cdot 220$) con le fasi collegate a stella e viceversa.

Questa caratteristica, molto diffusa in pratica, fa sì che molti dispositivi industriali siano dotati di una morsettiera cui fanno capo le entrate e le uscite di ciascun avvolgimento di fase, in modo da avere la possibilità di passare dal collegamento a triangolo a quello a stella, e viceversa, con relativa facilità, Figura 2.

Possiamo fare altre considerazioni importanti riguardo alla distribuzione di energia elettrica.

Il sistema trifase di distribuzione dell'energia presenta innanzitutto vantaggi di tipo economico rispetto al caso monofase. D'altra parte sappiamo che la generalità degli utilizzatori nella distribuzione domestica e per illuminazione è monofase, mentre altri utilizzatori di tipo industriale (motori) sono principalmente trifasi.

È possibile con un sistema trifase con neutro (derivato ad esempio dal centro stella degli avvolgimenti di un trasformatore di una cabina di distribuzione) soddisfare entrambe le esigenze.

Infatti possiamo disporre di due tensioni a seconda che il collegamento venga effettuato derivando due o tre fasi oppure una fase ed il neutro: nel primo caso abbiamo la tensione concatenata V e nel secondo quella di fase E (Figura 3).

Gli impianti monofase vengono normalmente realizzati utilizzando la tensione di fase di un sistema 220/380 V e, solo nel caso in cui vi siano ancora le vecchie tensioni 125/220 V, si è unificata provvisoriamente la tensione 220 V utilizzando la concatenata.

Ovviamente i carichi collegati devono essere il più possibile equilibrati, cioè con lo stesso valore di corrente per ogni fase. Per tale motivo nella distribuzione monofase vengono utilizzate tutte e tre le fasi, in modo da ripartire il più uniformemente possibile il carico tra esse.

La distribuzione dell'energia a bassa tensione viene attuata mediante linee aeree o in cavo a quattro conduttori, in cui la sezione del filo neutro è uguale a quella dei conduttori di fase per tener conto degli squilibri provocati dai carichi monofasi.

Le linee impiegate nelle zone rurali e nei piccoli centri sono costituite da conduttori nudi poggiati su palificazioni, mensole o sostegni particolari sistemati, dove è consentito, sui muri degli edifici.

Quelle in cavo, invece, utilizzate nei grandi centri abitati, sono realizzate con cavi sotterranei.

In questi ultimi anni, in seguito al continuo aumento delle potenze richieste dai piccoli utenti, le linee di distribuzione sono diventate sempre più corte, con sezioni sempre più grosse.

Un altro aspetto importante della distribuzione trifase con collegamento a stella con neutro è quello della sicurezza delle persone.

Collegando a terra il neutro di un sistema a stella, infatti, possiamo disporre di un conduttore di terra in

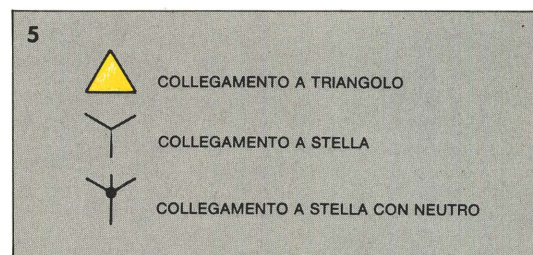
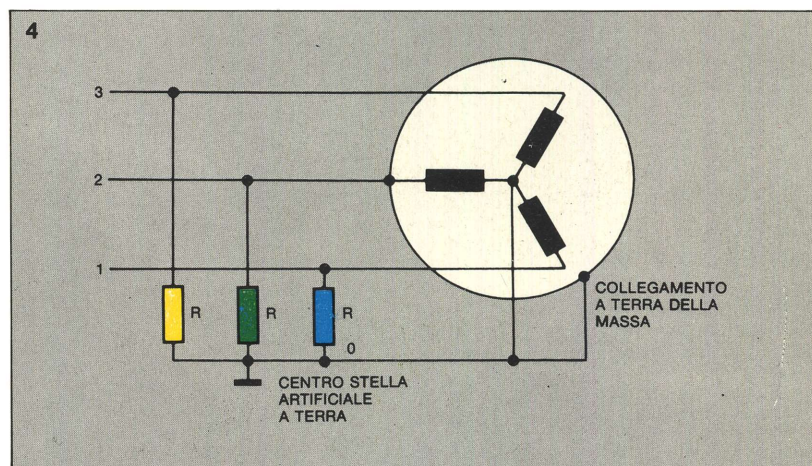
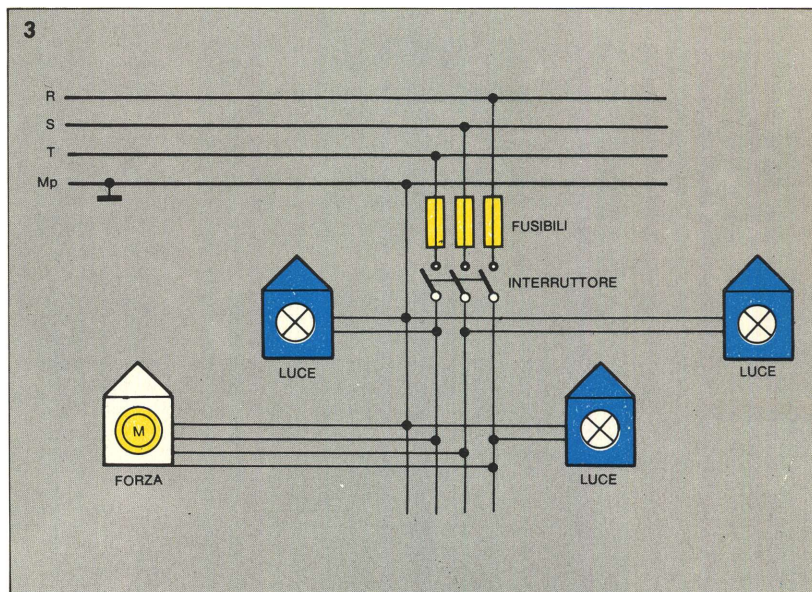


Figura 3. Un sistema trifase contenuto permette di avere con gli adeguati collegamenti, sia una tensione monofase che una trifase.

Figura 4. Collegamento a terra del neutro di un sistema trifase a stella.

Figura 5. Simboli dei sistemi trifase.

ogni punto dell'impianto ed inoltre si ha la garanzia che fra massa e conduttori di linea non vi può essere una tensione superiore a quella di fase (Figura 4).

È evidente infine che una distribuzione con collegamento a triangolo non è proponibile. Infatti per alimentare carichi monofase deve disporre di tensioni concatenate di valore basso (ricordiamo che le tensioni di fase sono uguali a quelle concatenate); ma soprattutto riguardo ai motivi di sicurezza l'assenza del neutro impedisce di fatto la messa a terra e l'installazione di elementi di protezione nel caso di guasti e contatti accidentali.

A conclusione di questa parte riguardante i sistemi trifase, riportiamo in Figura 5 i simboli impiegati per i collegamenti negli impianti e sulle targhe dei macchinari secondo le norme C.E.I..

Materiali impiegati in elettrotecnica

L'elettrotecnica classifica i vari materiali impiegati in base alle loro attitudini nei confronti dei fenomeni elettrici e magnetici. Per quanto concerne la conducibilità elettrica come sappiamo, i corpi sono suddivisi in *conduttori* o *isolanti* (o *dielettrici*).

Questa classificazione si fonda sul diverso comportamento dei materiali sotto l'azione dei campi elettrici. Infatti, a differenza di quanto avviene nei dielettrici, una differenza di potenziale applicata fra due punti di un corpo conduttore origina uno spostamento di cariche elettriche tendente ad annullarle. Nei dielettrici, invece, una differenza di potenziale applicata tra due zone superficiali di uno stesso corpo, origina in questo uno stato fisico particolare (*polarizzazione dielettrica*) che non implica un vero e proprio trasporto di cariche elettriche.

I conduttori metallici (esistono anche conduttori detti comunemente di *seconda classe* come gli *elettroliti*) sottostanno alla legge secondo la quale il rapporto fra la conducibilità termica e quella elettrica è costante. Ciò è

Il carbone e la grafite sono impiegati in numerose parti di macchine ed apparecchi elettrici con funzioni di conduttori: servono, per esempio, per le spazzole striscianti, dove la relativa morbidezza del materiale è un pregio, perchè evita l'usura che nascerebbe dallo strisciare diretto di due metalli l'uno sull'altro.

L'argento, infine, metallo più "nobile" del rame e meno soggetto ad alterazioni dovute agli agenti esterni, trova impieghi molto limitati a causa del costo elevato.

Nel progettare macchine o impianti, fa comodo avere a disposizione i dati sui vari tipi di conduttori (diametri, pesi, conduttività, ecc...) sotto forma di tabella. Ne riportiamo una a titolo d'esempio in Tabella 1.

Ritornando ad un confronto fra materiali conduttori e isolanti, ricordiamo che tutti i corpi sono più o meno conduttori: non vi è un limite netto di separazione nei confronti della resistività fra conduttori e isolanti, esiste cioè tutta una gamma di valori di resistività via via crescenti passando dai migliori conduttori ai migliori dielettrici.

I conduttori ideali dovrebbero presentare resistività zero e i dielettrici ideali resistività infinita. Ovviamente non esistono né gli uni né gli altri, per cui anche nei dielettrici sottoposti a campo elettrico, oltre al fenomeno principale della polarizzazione, esiste anche, in minima parte, quello della conduzione.

La diversità di valori della resistività elettrica dei corpi è dovuta, come sappiamo, alla diversità delle strutture atomiche e molecolari. Tale diversità diventa sostanziale se consideriamo anche che nei conduttori, ad eccezione del carbone e degli elettroliti, la resistività aumenta con la temperatura mentre nei dielettrici il fenomeno è inverso.

Osserviamo che la funzione degli isolanti è perfettamente complementare a quella dei conduttori: se non fossero esistiti questi materiali ad altissima resistività con cui avvolgere i conduttori, non sarebbe stato possibile costruire alcuna macchina o apparecchio elettrico e tanto meno linee elettriche.

La coesistenza di conduttori e isolanti in tutte le macchine elettriche porta ad altre considerazioni: poichè gli isolanti sono molto meno resistenti dei conduttori nei riguardi del riscaldamento, ne consegue che la potenza ricavabile da una macchina è limitata essenzialmente dalla sollecitazione termica negli isolanti che essa contiene. È nata da qui l'opportunità della suddivisione degli isolanti in *classi*, ad ognuna delle quali compete una data temperatura massima di lavoro come possiamo notare in Tabella 2.

Le temperature massime ammissibili secondo le norme C.E.I. sono ricavabili in base al tipo di raffreddamento di ogni macchina, e quindi in base alla sovrarelevazione, rispetto al mezzo raffreddante (temperatura ambiente per la macchina). Convenzionalmente le temperature base sono fissate dalle norme C.E.I. in: 40° C per l'aria o altri gas refrigeranti e 25° C per l'acqua quando quest'ultima rappresenta il mezzo usato quale scambiatore di calore.

Per quanto riguarda i fenomeni magnetici, i materiali sono definiti *diamagnetici* quando hanno una permeabilità relativa minore di 1, *paramagnetici* quando hanno permeabilità assoluta poco maggiore di quella dell'aria e relativa poco maggiore di 1. I corpi appartenenti a queste categorie risentono molto debolmente degli effetti magnetici.

Spiccate attitudini magnetiche presentano invece il ferro e le sue leghe e in misura minore, qualche altro metallo, come il nichel e il cobalto: materiali *ferromagnetici*. Questi si differenziano dai corpi paramagnetici perchè oltre ad essere atti a magnetizzarsi in misura molto notevole conservano anche parte del magnetismo indotto. I materiali ferromagnetici, usati prevalentemente nella costruzione di macchine e apparecchi elettrici, in genere si possono distinguere in *massicci* e *laminati*.

Tranne casi particolari, come materiali massicci sono impiegati il ferro, l'acciaio fuso o fucinato e la ghisa.

Tabella 1. Alcune caratteristiche dei fili di rame.

Diametro <i>d</i> mm	Sezione <i>s</i> mm ²	Peso <i>p</i> in grammi per m	Resistenza in ohm per km
1,2	1,13	10,05	15,24
1,4	1,54	13,69	11,20
1,6	2,01	17,87	6,58
2,0	3,14	27,93	5,49
2,5	4,91	43,64	3,51
3,0	7,07	62,84	2,44
3,5	9,62	85,53	1,79
4,0	12,57	111,76	1,37
4,5	15,90	141,43	1,08
5,0	19,64	174,56	0,88
6,0	28,27	251,36	0,61
7,0	38,48	342,13	0,45

particolarmente importante pensando che, riferendoci all'effetto Joule, se ad una conducibilità relativamente grande non corrispondesse un proporzionale valore di quella termica, la prima non potrebbe essere sfruttata che limitatamente a causa della sovrarelevazione di temperatura.

Negli impianti industriali i materiali più usati come conduttori sono, tra i metalli, il *rame* e l'*alluminio* e tra quelli non metallici, il *carbone* e la *grafite*.

Per le linee elettriche e gli avvolgimenti delle macchine è particolarmente indicato il rame, "in concorrenza" soltanto, con l'alluminio. Infatti anche l'alluminio ha notevoli proprietà come conduttore perchè la sua resistività, piuttosto elevata rispetto a quella del rame (quasi doppia), è compensata dal più basso *peso specifico*, oltre che dal minor costo: a parità di resistenza un conduttore di alluminio ha una sezione pressochè doppia di uno di rame, ma pesa circa il 40% in meno e quindi costa meno.

Il vantaggio del minor peso è sensibile specialmente per le linee sospese, nelle quali il peso del conduttore grava sui sostegni che naturalmente devono essere fatti più robusti quanto più pesanti sono le campate dei conduttori. Nel caso di linee aeree dobbiamo anche considerare che l'alluminio resiste molto meno bene del rame agli sforzi di trazione e di flessione, per cui per sostenere lunghe campate si ricorre solitamente a *corde* di alluminio provviste di un'anima di acciaio destinata a sopportare gli sforzi meccanici. Se poi pensiamo di sostituire nelle macchine elettriche, l'alluminio al rame non dobbiamo dimenticare che le considerazioni di ingombro hanno solitamente un aspetto predominante perchè la compattezza della macchina è quasi sempre una delle doti che i costruttori cercano di ottenere; e quindi, l'aumento di sezioni che l'alluminio richiede potrebbe anche essere intollerabile.

Tabella 2. *Classi di isolamento C.E.I.*

Denominazione e composizione approssimativa dell'isolamento	Sovratemperature ammissibili (°C)		
	Trasformatori		Macchine rotanti Avvolgimenti statorici e rotorici in generale (esclusi casi particolari e nuclei di ferro a contatto con gli avvolgimenti)
	Avvolgimenti e superfici dei nuclei magnetici		
	a secco	in olio	
Classe Y: Isolamento in cotone, seta, carta, e simili materiali organici, non impregnati, nè immersi in olio.	—	—	45
Classe A: Isolamento in cotone, seta, carta e simili materiali organici, impregnati o immersi in olio; isolamento in smalto (filo smaltato) di tipo oleoresinoso, immerso, o non, in olio, e di tipo sintetico (all'acetale di vinile, o con proprietà analoghe), immerso in olio.	60	65	60
Classe E: Isolamento in smalto (filo smaltato), di tipo sintetico (all'acetale di vinile, o con proprietà analoghe), non immerso in olio.	75	—	75
Classe B: Isolamento in mica, amianto, vetro o altre simili sostanze inorganiche, combinate con materiale cementante organico.	80	—	80
Classe F: Fibre di vetro, amianto, tessuti di vetro, agglomerati di mica, ecc.; con impregnazioni di resina ad elevata stabilità termica.	100	—	100
Classe H: Fibre di vetro, amianto, tessuti di vetro, agglomerati di mica, ecc.; con impregnazione di resine silconiche.	125	—	125
Classe C: Isolamento in mica, porcellana, vetro, quarzo o altre simili sostanze inorganiche.	—	—	—

I materiali laminati sono costituiti da lamine di piccolo spessore (generalmente 0,5 o 0,35 mm), dette comunemente *lamierini*, di cui esistono diversi tipi che differiscono per composizione chimica e procedimento di fabbricazione con conseguenti differenze delle proprietà meccaniche, magnetiche e di perdita.

Dato che i materiali massicci possono essere usati solo se soggetti a flusso magnetico costante, nelle strutture in cui si hanno flussi variabili devono essere necessariamente impiegati lamierini, a loro volta, possono essere *ordinari* e *speciali*.

Alla prima categoria appartengono i lamierini normali e quelli al silicio con vario tenore di Si a seconda degli usi. Ricordando quanto detto a proposito delle perdite nel corpo delle masse ferrose (perdite per isteresi magnetiche + perdite per correnti parassite o di Foucault), un parametro importantissimo per questi lamierini è la cosiddetta *cifra di perdita*, che definisce la "qualità" dei vari lamierini.

Essa è definita come la potenza totale assorbita di 1 kg di materiale magnetico (lamierini) sottoposto a magnetizzazione ciclica simmetrica con induzione variabile sinusoidalmente alla frequenza di 50 Hz e con l'ampiezza di 1 Wb/m². Nella Tabella 3 sono riportate le cifre di perdita di alcuni tipi di lamierini con diverse percentuali di silicio.

Oltre a questi, vengono usati nella costruzione delle macchine elettriche anche lamierini non legati, il cui spessore di solito è di 0,5 mm (in alcuni casi anche di 1 o 2 mm). Anche se la cifra di perdita è più alta dei lamierini legati (2 ÷ 3,6 W/kg), essi sono largamente usati per realizzare i circuiti magnetici delle macchine elettriche

Tabella 3. *Cifre di perdita dei lamierini al silicio.*

Tipo della lega	Percentuale silicio (%)	Spessore lamierino (mm)	Cifra di perdita W/kg	Peso specifico (g/cm ³)
Semilegati	1,2 ÷ 1,4	0,5	3,0 ÷ 3,2	7,80
Legati	2,2 ÷ 2,6	0,5	2,4 ÷ 2,0	7,65
Extralegati	3,8 ÷ 4,5	0,5 0,35	1,7 ÷ 1,5 1,3 ÷ 1,0	7,65 7,60

rotanti in quanto sono più facilmente lavorabili ed offrono una maggiore permeabilità rispetto ai lamierini con silicio.

Alla seconda categoria (lamierini speciali) appartengono i lamierini a *cristalli orientati* e quelli ad *alta permeabilità iniziale*.

I primi, ottenuti per mezzo di particolari sistemi di lavorazione a freddo, hanno cifre di perdita minime (0,5 W/kg), debbono essere utilizzati soltanto nel senso della laminazione (direzione dell'asse dei cristalli) e forniti in rotoli. I secondi, con la singolarità di assumere una permeabilità molto elevata (in qualche tipo $\mu_r = 80.000$ circa) alle basse induzioni (0,2 – 0,5 Wb/m²), sono costituiti da leghe di ferro e nichel, con l'aggiunta a volte di altri elementi quali il manganese, il cobalto, il cromo, il rame, il molibdeno.

I normali formati commerciali dei lamierini possono essere, a seconda dei tipi, 1000 x 2000; 800 x 1600; 800 x 3200 mm.

Trasformatori: classificazioni e campi d'impiego

Il *trasformatore* è una macchina elettrica che permette il trasferimento di energia elettrica, sotto forma di correnti alternate monofasi o polifasi, da un circuito elettrico ad un altro.

Modificando i parametri della potenza, tensione e corrente. Da ciò appunto il nome di trasformatore.

L'importanza del trasformatore, (il suo simbolo grafico è generalmente quello riportato in Figura 1), può essere evidenziata con un esempio.

intensità di corrente $I = 25 \text{ kA}$:

$$I = \frac{P}{V \cos \varphi} = \frac{5.500.000}{220 \cdot 1} = 25.000 \text{ A}$$

Per avere una caduta di tensione solo del 10%, a causa della resistenza del conduttore troviamo (eseguendo gli opportuni calcoli) che dovremmo installare un conduttore di rame con sezione di circa 4 m^2 ; il che è praticamente impossibile.

Affinché la potenza possa essere sia con sezioni di conduttori che con cadute di tensione accettabili dobbiamo usare tensioni più alte e intensità di corrente più basse: usando una tensione di 220 kV, per esempio otteniamo una intensità di corrente di 25 A e una sezione di conduttore di circa 4 mm^2 , valori più che accettabili.

Possiamo quindi affermare che grandi potenze possono essere trasmesse in modo economico, usando tensioni alte e correnti piccole.

Poiché i generatori di energia elettrica non possono, per ragioni costruttive, fornire tensioni molto elevate e l'energia elettrica non può essere utilizzata ad alta tensione, si ricorre allora al trasformatore. Nelle centrali vengono installati uno o più trasformatore elevatori che portano la tensione a valori molto alti, abbassando quindi la corrente. Alla fine della linea di trasmissione si installano trasformatore abbassatori che riportano la tensione ad un valore adatto per la distribuzione. Altri trasformatore abbassatori, poi, sono posti nelle cabine o presso gli utenti per portare la tensione ad un valore direttamente utilizzabile (380, 220 V).

I trasformatore vengono quindi usati in svariate applicazioni: per trasformare la tensione della rete di distribuzione cittadina a quella di 220 V necessaria per alimentare apparecchi di illuminazione o elettrodomestici, per alimentare segnali acustici e luminosi che funzionano a poche decine di volt, oppure per alimentare insegne luminose o apparecchi che funzionano a tensione elevatissima.

I trasformatore possono essere classificati in base alla potenza, al sistema di raffreddamento e al tipo di corrente. In base alla potenza possiamo distinguere:

- a) piccoli trasformatore - per potenze sino a 16 kVA;
- b) trasformatore di rete o da distribuzione - per potenze sino a 1600 kVA;
- c) grandi trasformatore - per potenze da circa 2000 kVA (2 MVA);

sino ai più grossi finora costruiti (ad esempio 1000 MVA).

La Tabella 1 mette in relazione in maniera più articolata gli ordini di grandezza delle potenze dei diversi trasformatore con i relativi sistemi di raffreddamento adottati.

La classificazione è da intendersi orientativa e serve appunto a fornire degli ordini di grandezza.

Per quanto riguarda poi il tipo di corrente che li alimenta, i trasformatore sono suddivisi in monofasi e trifasi.

Sono *monofasi* quelli impiegati per circuiti di misura nell'alimentazione di amperometri, voltmetri, wattmetri, ecc..., nei casi in cui la corrente e la tensione da misurare hanno valori elevati: monofasi sono i trasformatore che alimentano circuiti di segnalazione e di comando. Infine esistono trasformatore monofasi per impieghi speciali quali l'illuminazione stradale in serie (a corrente costante) o per saldatrici, ecc...

Sono invece *trifasi* i trasformatore di potenza come quelli che alimentano stabilimenti industriali o utenze domestiche, e quelli per il trasporto dell'energia, impiegati in applicazioni particolari quali l'alimentazione di forni o per trazione elettrica.

In Figura 2 è riportato lo schema di un trasformatore, o meglio di un trasformatore ridotto alla sua più semplice espressione. Malgrado, comunque, non sia un tipo utilizzato nella pratica industriale, può servire ottimamente a fissare le idee su quelle che sono le parti essenziali e il funzionamento di ogni trasformatore per complesso che sia.

Figura 1. Simbolo grafico del trasformatore.

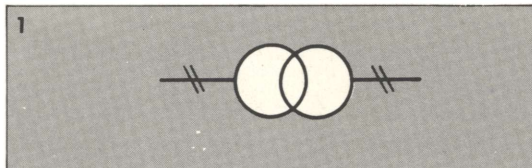


Figura 2. Struttura di un trasformatore.

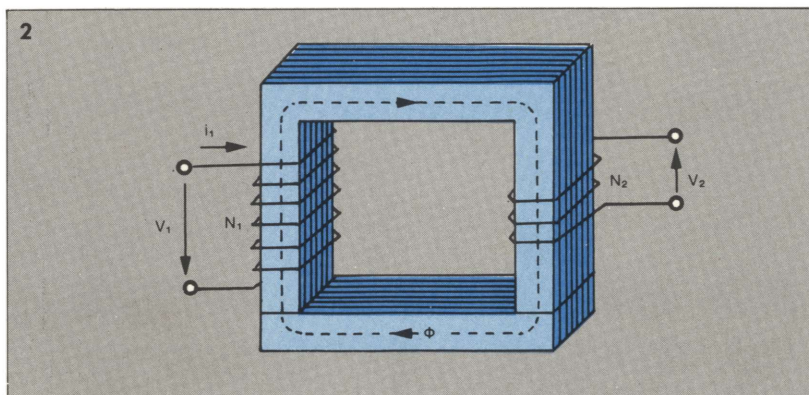


Tabella 1. Classificazione dei trasformatore in relazione al sistema di raffreddamento

Tipo	Caratteristiche	Raffreddamento	Ordini di grandezza dei limiti di potenza nominale
In aria	Le parti attive (nucleo ed avvolgimenti) non sono immerse in olio. Il calore è asportato dalla circolazione dell'aria.	Naturale (moto ascensionale dell'aria riscaldata dal calore prodotto dalla macchina).	Dalle piccolissime potenze fino a circa 150 kVA.
		Forzato (con apposito ventilatore che forza la circolazione dell'aria). Sistema usato solamente in casi rarissimi e per poche applicazioni speciali.	Per potenze fino circa 1.000 kVA.
In olio	Le parti attive sono immerse in olio. Il calore prodotto dalle parti attive viene trasmesso dall'olio e da questo alla cassa.	Naturale (come sopra)	50 ÷ 100 kVA 100 ÷ 1.000 kVA 1.000 ÷ 30.000 kVA
		Artificiale con aria soffiata (con ventilatori). con acqua (l'olio viene raffreddato con scambiatori di calore posti all'esterno della cassa).	Adottati fino alle massime potenze.

Una potenza elettrica di 5.500 kW deve essere fornita ad un carico a una distanza di 100 km.

Con una tensione di 220 V e $\cos \varphi = 1$, otterremo una

Esso è formato da due avvolgimenti separati elettricamente e avvolti su un nucleo di ferro: quello a cui viene fornita energia, chiamato avvolgimento *primario* e quello dal quale si ricava energia, *secondario*.

Durante il funzionamento, avviene un passaggio di energia, da uno all'altro dei circuiti che, essendo questi elettricamente separati, è dovuto all'effetto di mutua induzione: è un flusso magnetico concatenato con entrambi i circuiti che fa da intermediario.

Ecco quindi la funzione del nucleo di ferro: quella di offrire la via al flusso in modo che si concateni con i due circuiti. Possiamo dire che tutta l'efficienza di un trasformatore risiede nel suo nucleo; la forma, la struttura, le dimensioni di questo sono alla base del progetto di qualsiasi trasformatore.

secondario, come visto a suo tempo riguardo alla generazione di f.e.m. sinusoidali, vale:

$$E_m = 4 \cdot f \cdot \Phi$$

Poichè, però, il rapporto fra il valore efficace e il valore medio di una grandezza alternata sinusoidale è di 1,11, abbiamo il valore efficace della f.e.m. indotta in una spira:

$$E = 1,11 E_m = 1,11 \cdot 4 \cdot f \cdot \Phi = 4,44 \Phi f$$

Poichè l'avvolgimento primario è composto da N_1 spire e il secondario da N_2 spire tra loro in serie, si sommano le f.e.m. indotte in esse, per cui gli avvolgimenti primario e secondario diventano sedi delle seguenti

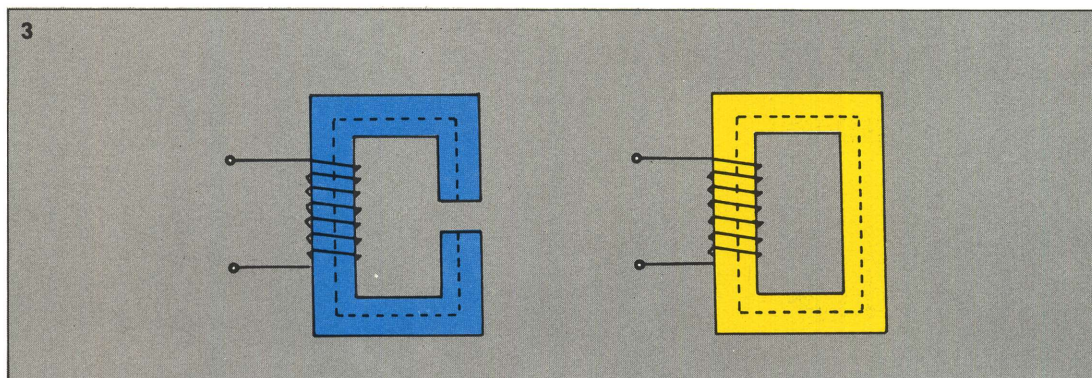


Figura 3. Due esempi di trasformatori: a sinistra con traferro a destra senza.

Osserviamo per esempio i due nuclei riportati in Figura 3. Nel primo il circuito magnetico ha una riluttanza bassissima quindi il flusso circola agevolmente; nel secondo, invece, la presenza dello strato d'aria (traferro) dà luogo a riluttanza elevata che limita l'intensità di flusso.

Se l'avvolgimento primario, con numero di spire N_1 , è collegato a una sorgente di tensione alternata V_1 , questa produce un flusso magnetico alternato nel ferro che, a sua volta, concatenandosi con il secondario (numero di spire N_2), induce in esso una f.e.m. avente il medesimo periodo.

Questa f.e.m. ha valore nullo quando il flusso assume valore massimo (istante di variazione nullo del flusso) e viceversa ha valore massimo in corrispondenza ai punti di flusso nullo (nei quali la variazione di flusso avviene più rapidamente); essa è quindi sfasata di 90° in ritardo rispetto al flusso.

Il flusso inoltre si trova anch'esso sfasato in ritardo rispetto alla tensione che lo provoca e cioè rispetto alla tensione applicata al circuito primario.

Possiamo perciò riassumere nel modo seguente la situazione che si presenta a regime a circuito secondario aperto.

Circuito primario: una tensione variabile applicata all'ingresso crea un flusso alternato in ritardo di 90° , che a sua volta determina una f.e.m. indotta in ritardo di 90° sul flusso e cioè in opposizione alla tensione primaria e del medesimo valore di questa. In tali condizioni evidentemente nel circuito non può circolare corrente.

Circuito secondario: la variazione di flusso determina una f.e.m. variabile in ritardo di 90° su questo e cioè in opposizione con la tensione primaria applicata. Il circuito secondario è aperto e quindi non si ha circolazione di corrente. Se rappresentiamo in un diagramma vettoriale questa situazione otteniamo la Figura 4.

Osserviamo che il trasformatore non può funzionare in corrente continua; infatti per quanto visto, si basa sul fenomeno dell'induzione elettromagnetica e, avendo gli avvolgimenti fissi è necessario che vi sia una variazione nel flusso per indurre una f.e.m. negli avvolgimenti.

Ritornando alla struttura del trasformatore ideale, il valore della f.e.m. indotta in una spira del primario o del

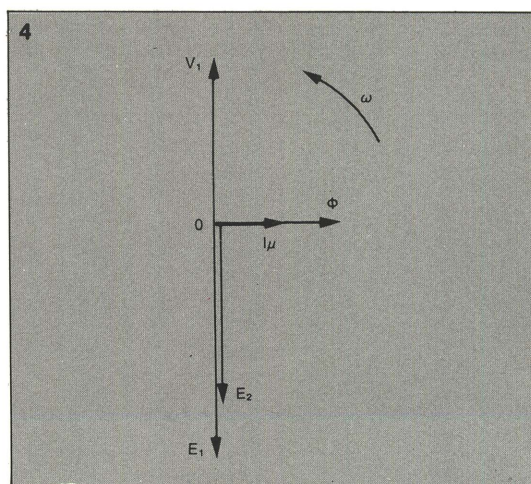


Figura 4. Diagramma del trasformatore ideale a vuoto.

f.e.m.:

$$E_1 = 4,44 \cdot f \cdot \Phi N_1 \text{ al primario}$$

$$E_2 = 4,44 \cdot f \cdot \Phi N_2 \text{ al secondario}$$

Dal loro rapporto otteniamo:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Possiamo dire quindi che in un trasformatore senza carico (a vuoto) le f.e.m. indotte sono proporzionali ai rispettivi numeri di spire.

Il rapporto tra le f.e.m. indotte e fra il numero di spire si indica con K e viene definito *rapporto di trasformazione*.

Esso indica che se al secondario si vuole una tensione di valore K volte maggiore o minore di quella al primario, si deve fare l'avvolgimento secondario con un numero di spire K volte maggiore (o minore) dell'avvolgimento primario.

Funzionamento del trasformatore

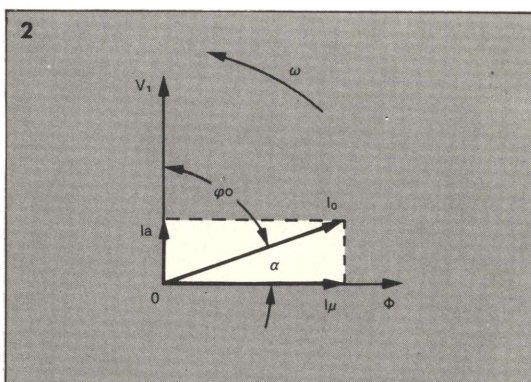
La proporzionalità tra tensioni o f.e.m. e numeri di spire può essere verificata sperimentalmente collegando a un generatore di tensione regolabile V_1 l'avvolgimento primario e lasciando aperto il secondario. Supponendo di poter variare nelle successive prove anche il numero di spire del primario e del secondario, possiamo ottenere i risultati riportati nella Figura 1.

Supponiamo adesso che il circuito secondario venga chiuso su un qualsiasi carico: la f.e.m. secondaria generata dal flusso dà luogo ad una corrente I_2 determinando quindi un numero di amperspire secondarie $N_2 I_2$.

Figura 1. Relazione tra numero di spire e tensioni.

Figura 2. Corrente a vuoto del trasformatore.

Nr.	N_1	N_2	V_1 in V	V_2 in V	$K = \frac{V_1}{V_2}$
1	1200	1200	10	10	$\frac{10}{10}$
2	1200	1200	20	20	$\frac{20}{20}$
3	1200	600	20	10	$\frac{20}{10}$
4	600	1200	20	40	$\frac{20}{40}$



Dato che il flusso concatenato con entrambi i circuiti è il medesimo, la corrente I_1 del primario ha un valore tale per cui $N_1 I_1$ risulta uguale a $N_2 I_2$. Possiamo scrivere allora:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

cioè: in un trasformatore le intensità di corrente sono inversamente proporzionali al numero di spire.

Il rapporto delle intensità di corrente può essere espresso con il rapporto di trasformazione:

$$K = \frac{I_2}{I_1}$$

Se il trasformatore della precedente esperienza viene caricato sul secondario con una resistenza di 100 Ω e vengono misurate le intensità di corrente sia nel primario che nel secondario potremmo verificare quanto detto.

Visto il legame delle tensioni e delle correnti con il rapporto di trasformazione K , possiamo scrivere:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{E_1}{E_2}$$

ovvero:

$$E_1 \cdot I_1 = E_2 \cdot I_2$$

Tutte queste formule, del resto molto semplici e agevolmente ricavabili l'una dall'altra, devono essere tenute presenti nello studio dei trasformatori.

L'ultima, in particolare, si presta ad un'interpretazione molto interessante.

Nell'impiego comune dei trasformatori, infatti, la tensione di alimentazione (e quindi E_1) risulta generalmente costante e altrettanto costante può essere considerata E_2 , legata ad E_1 da un dato costruttivo del trasformatore: il rapporto tra il numero delle spire.

Questo vuol dire che nel funzionamento del trasformatore I_1 si autoregola automaticamente in dipendenza di I_2 : aumentando il carico sul carico secondario, il primario assorbe più corrente, mentre nel funzionamento a vuoto (circuito secondario aperto, corrente $I_2 = 0$) anche la corrente I_1 si annulla.

Per approfondire maggiormente la conoscenza del trasformatore occorre tener conto di particolari fenomeni presenti in un trasformatore reale:

- a) nel nucleo magnetico si manifestano, per effetto della magnetizzazione alternata, perdite per isteresi e per correnti parassite, dette complessivamente *perdite nel ferro*. Per compensare queste perdite, la macchina assorbe dalla linea una corrente attiva I_a in fase con la tensione V_1 . La corrente a vuoto non è quindi solo la corrente magnetizzante I_μ sfasata di 90° in ritardo (come visto nel diagramma vettoriale in precedenza) ma la somma vettoriale delle due correnti:

$$I_a = \sqrt{I_a^2 + I_\mu^2}$$

sfasata rispetto alla tensione di un angolo leggermente inferiore a 90° (Figura 2);

- b) gli avvolgimenti presentano una resistenza ohmica che provoca perdite per effetto Joule e cadute di tensione;

- c) il concatenamento fra i due avvolgimenti non è perfetto, ovvero non tutto il flusso magnetico prodotto dal primario si concatena con il secondario o viceversa. Una parte del flusso viene disperso per cui deve essere attribuita agli avvolgimenti una reattanza induttiva ciascuno ($X_1 \times X_2$) che provocano una ulteriore caduta di tensione $X_1 I_1$ al primario e $X_2 I_2$ al secondario in anticipo di 90° rispetto alle correnti.

Consideriamo adesso il funzionamento di un trasformatore reale in diverse condizioni di carico cominciando dal funzionamento a vuoto. In tale situazione con il secondario aperto, possiamo misurare la tensione, la corrente e la potenza assorbita.

La tensione misurata corrisponde a quella di rete. La potenza (P_0) misurata si compone della potenza dissipata per magnetizzazione (perdite nel ferro, P_{fe}) e una piccola parte di potenza dissipata nel rame (P_{en}) in genere trascurabile, poichè la corrente assorbita I_0 , solo magnetizzante, ha valori molto piccoli. Per tale motivo quando impieghiamo i trasformatori (siano essi piccoli apparecchi per campanelli o grosse unità industriali) possiamo lasciare senza eccessive preoccupazioni il primario connesso in permanenza alla rete di alimentazione.

Consideriamo adesso il funzionamento del trasformatore con il secondario in corto circuito per verificare a quale tensione può essere collegato senza superare la corrente nominale.

Effettuando una misura vediamo che la tensione necessaria perchè scorra la corrente nominale è ridotta

rispetto alla tensione nominale: questa tensione viene detta *tensione di corto circuito*.

Generalmente tale valore viene dato in percentuale:

$$V_{cc} = \frac{V_{cc} \cdot 100}{V_1}$$

Riportiamo alcuni valori di tensione di corto circuito per vari tipi di trasformatori (Figura 3).

La tensione di corto circuito è molto importante per determinare l'impedenza interna Z del trasformatore, la perdita di potenza per effetto Joule negli avvolgimenti P_{eu} , l'angolo di sfasamento φ , la corrente di corto circuito I_{cc} e per il collegamento in parallelo dei trasformatori.

trasformatori	Tensione di corto circuito in %
trasformatore di misura voltmetrico	meno di 1
trasformatore a corrente trifase	4 ÷ 10
trasformatori di separazione	10
trasformatori per giocattoli	20
trasformatori per suonerie	40
trasformatori da sperimentazione	70
trasformatori d'accensione	100

La tensione di corto circuito può essere vista anche come caduta di tensione sulla resistenza e sulla reattanza complessive della macchina: può essere scomposta in una caduta ohmica V_r e in una induttiva V_x (Figura 4).

Se durante il funzionamento di un trasformatore si forma sul secondario un corto circuito vi può scorrere dapprima una corrente impulsiva di corto circuito che successivamente si trasforma in una corrente di corto circuito permanente I_{cc} . Se la tensione di corto circuito è piccola (impedenza interna del trasformatore bassa) scorre una corrente di corto circuito permanente molto alta che potrebbe danneggiare il trasformatore. Il valore di questa corrente, che dipende dalla tensione di corto circuito e dall'impedenza interna del trasformatore, viene determinata nel modo seguente:

$$I_{cc} = \frac{V_1}{Z}$$

essendo V_1 la tensione nominale primaria.
Poichè:

$$Z = \frac{V_{cc}}{I_1} \text{ allora } I_{cc} = \frac{V_1 \cdot I_1}{V_{cc}}$$

e poichè è

$$V_{cc} = \frac{V_{cc}}{V_1} \cdot 100$$

in definitiva otteniamo:

$$I_{cc} = \frac{I_1 \cdot 100}{V_{cc}}$$

L'impedenza interna di un trasformatore e con essa sia la tensione che la corrente di corto circuito si possono determinare attraverso la sua struttura: disponendo gli avvolgimenti in modo tale che solo una parte del flusso li interessi, cioè in modo che vi siano flussi dispersi, aumenta l'impedenza interna del trasformatore e quindi anche il valore della tensione di corto circuito.

Consideriamo adesso il trasformatore a carico in una condizione qualsiasi. In tale situazione la tensione secondaria è diversa da quella a vuoto per una quantità v chiamata caduta di tensione o meglio *variazione di tensione da vuoto a carico*.

Infatti per effetto del passaggio della corrente I_2 nel secondario, si hanno una caduta di tensione ohmica R_2

Figura 3. Tensioni di corto circuito dei trasformatori.

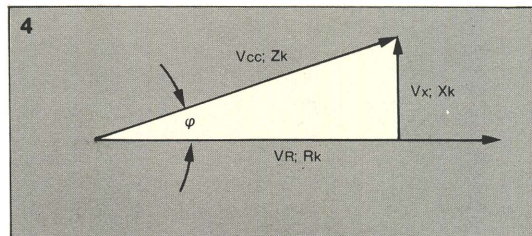
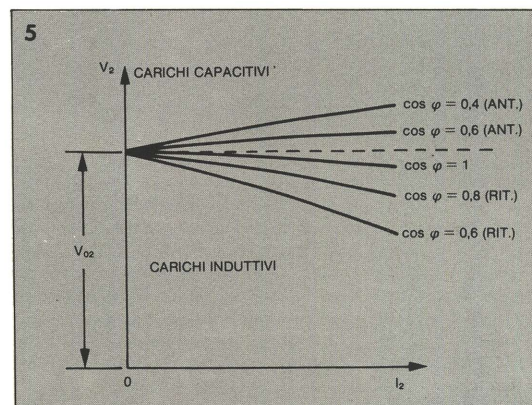


Figura 4. Diagramma vettoriale con avvolgimento in corto circuito, $\varphi = 18^\circ$.

Figura 5. Caratteristiche esterne per diversi fattori di potenza.



I_2 in fase con la corrente e una induttiva $X_2 I_2$ sfasata di 90° in anticipo sulla stessa. Lo stesso discorso vale per il primario, dove la tensione V_1 non coincide più con E_1 .

È importante che, al variare del carico la variazione di tensione sia la più contenuta possibile. Normalmente si esprime questa grandezza in valore percentuale della tensione secondaria a vuoto:

$$V \% = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100$$

La variazione di tensione di un trasformatore dipende dall'entità del carico secondario (della corrente secondaria erogata) e dal fattore di potenza del carico.

Riportando in un diagramma in ascisse le correnti secondarie e in ordinate le corrispondenti tensioni ai morsetti del secondario otteniamo delle curve, dette *caratteristiche esterne*, una per ogni fattore di potenza del carico, che mostrano come varia la tensione al variare del carico (Figura 5).

Esaminando queste curve constatiamo che, all'aumentare del carico diminuisce la tensione secondaria per fattori di potenza dovuti a carichi induttivi od ohmici mentre abbiamo un aumento di tensione per carichi fortemente capacitivi.

Aumenti eccessivi di tensione per carichi capacitivi possono presentarsi qualche volta in reti a cavo, quando vi sono inseriti pochi utilizzatori, perchè i conduttori rappresentano dei carichi capacitivi.

Trasformatori trifase: rendimento

Le attuali reti di distribuzione sono generalmente trifase. Perciò, malgrado parecchi utilizzatori siano previsti per alimentazione trifase, si pone il problema della trasformazione dell'energia; trasformazione che può essere ottenuta sia mediante tre trasformatori monofasi opportunamente collegati, sia con un trasformatore trifase.

Per la costruzione dei trasformatori trifasi viene utilizzato per lo più il nucleo a tre o a cinque colonne. Nel nucleo a cinque colonne le tre principali (interne) accolgono gli avvolgimenti; mentre le due esterne servono a chiudere il circuito magnetico.

Gli avvolgimenti sia del primario che del secondario sono di solito avvolti uno sull'altro per mantenere basse le perdite e realizzare una piccola tensione di corto circuito.

fronti di quello corrispondente dall'alta. Ricordiamo che nel collegamento la tensione è sempre sfasata di 30° nei confronti della corrispondente tensione nel collegamento a triangolo (vedi Figura 2).

Come esempio supponiamo di avere un trasformatore trifase il cui schema di collegamento sia Yd5. Immaginiamo di disporre di un quadrante d'orologio su cui ad ogni divisione corrisponde un angolo di $360^\circ/12 = 30^\circ$.

Il diagramma vettoriale per le tensioni primarie (Y = collegamento a stella) mostra che il punto indicato con 1 V coincide con lo zero del quadrante d'orologio (Figura 3).

Il quadrante indicatore delle tensioni del secondario (d = collegamento a triangolo) ruota fino a quando i vettori tensione del primario e del secondario non hanno la stessa direzione. Possiamo ora leggere il numero caratteristico in corrispondenza del punto segnato con 2V. L'angolo tra le tensioni di fase è in questo caso: $5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$.

La scelta del tipo di collegamento dipende da considerazioni economiche e da esigenze di esercizio. Il collegamento a stella permette di avere a disposizione due valori di tensione, per cui è possibile in bassa tensione l'alimentazione dei circuiti luce alla tensione normalizzata di 220 V (derivando il circuito alimentatore tra il centro stella 0 e una delle fasi) e dei circuiti per forza motrice alla tensione concatenata di 380 V.

Nelle alte tensioni l'isolamento dei conduttori può essere ridotto nel rapporto

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

rispetto alla tensione concatenata della linea. Questo tipo di collegamento non è però indicato per l'alimentazione di carichi squilibrati. Migliore è in questi casi il collegamento a triangolo, anche se non permette, disponendo di un solo valore di tensione, l'alimentazione dei circuiti di distribuzione a 4 fili (tre fasi e neutro).

Se al secondario sono richiesti due valori di tensione (concatenata e stellata) per carichi secondari squilibrati, viene usato il collegamento triangolo/stella con neutro.

Esiste, come accennato, un terzo tipo di collegamento delle fasi che va sotto il nome di zig-zag, molto indicato per l'alimentazione di carichi fortemente squilibrati. Se utilizziamo un collegamento stella/zig-zag uno squilibrio al secondario interessa contemporaneamente due colonne del trasformatore e quindi due fasi primarie e non una sola come nel collegamento stella/stella. È possibile anche in questo caso ottenere due tensioni secondarie.

Vediamo adesso alcuni aspetti energetici del trasformatore per arrivare a definire il suo rendimento. Innanzitutto per *potenza nominale* di un trasformatore si intende la potenza apparente che esso può rendere al secondario nelle condizioni di pieno carico. Di solito espressa in VA o con un suo multiplo (KVA o MVA), non deve essere confusa con la *potenza reale* effettivamente erogata dal secondario espressa, come sappiamo, in W (KW o MW).

Le Norme indicano come potenza nominale il prodotto della corrente per la tensione a vuoto. Essa è dunque una potenza apparente uguale sia considerando il primario che il secondario.

Questo modo di intendere definisce la macchina dal punto di vista del dimensionamento, stabilendo quindi quali possono essere i limiti di riscaldamento delle sue parti. Che ciò non equivale alla potenza reale effettivamente erogata può essere messo in evidenza con un esempio.

Un trasformatore monofase con potenza nominale di 10 KVA e previsto per 500 V, potrà essere attraversato al massimo da una corrente di 20 A e ciò sia che a pieno carico sviluppi la potenza attiva di 1 KW (carico con $\cos \varphi = 0,1$), che di 6 KW ($\cos \varphi = 0,6$) che di 10 KW ($\cos \varphi = 1$).

Stabilito ciò la potenza effettivamente erogata, variabi-

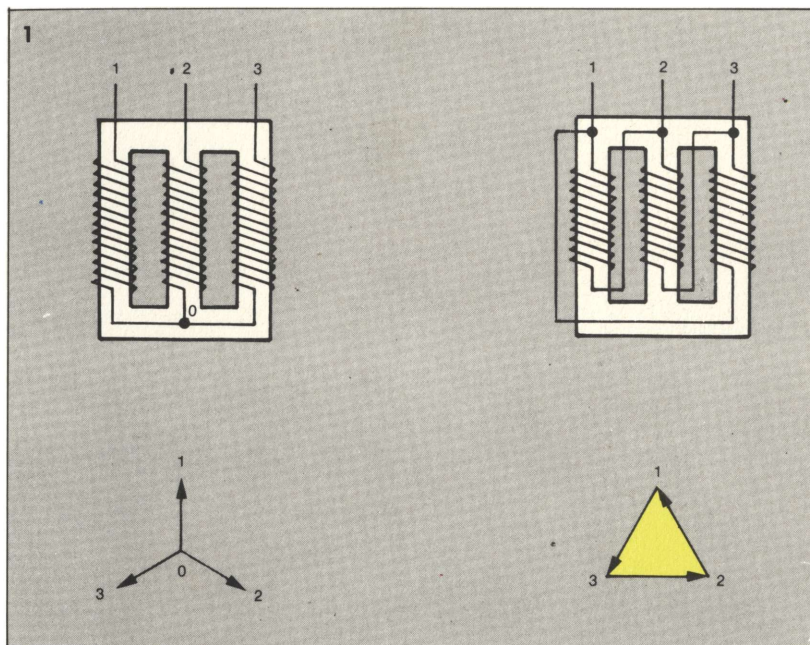
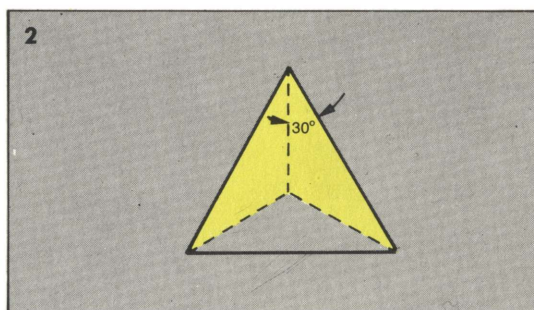


Figura 1. Collegamento a stella e collegamento a triangolo.

Figura 2. Sfasamento tra tensione stellata e concatenata (a stella e a triangolo).



Possiamo distinguere diverse possibili disposizioni degli avvolgimenti: i morsetti del primario come quelli del secondario possono essere collegati sia a stella (Y) che a triangolo (Δ), ottenendo così diversi possibili collegamenti, suddivisibili in gruppi (Figura 1).

Lo schema di collegamento riportato sulla targa dell'apparecchiatura indica sia il tipo di collegamento delle fasi che il numero caratteristico relativo allo sfasamento fra i vettori tensione dei due avvolgimenti. Il primario viene contrassegnato da una lettera maiuscola (D - triangolo, Y - stella, Z - zig-zag), mentre per il secondario è usata una lettera minuscola (d, y, z). Il numero caratteristico indica di quale multiplo di 30° è sfasato il vettore tensione di fase della bassa tensione nei con-

le col carico alimentato, può essere espressa così:

$$P_r = V_2 I_2 \cos \varphi_2 \quad \text{per trasformatori monofase}$$

$$P = \sqrt{3} V_2 I_2 \cos \varphi_2 \quad \text{per trasformatori trifase}$$

Tale potenza differisce (è sempre minore) da quella assorbita al primario del trasformatore, perché la macchina, come abbiamo visto, è sede di perdite nel ferro e nel rame.

Le perdite in un trasformatore possono essere ricavate, come visto, da una prova a vuoto e una in corto circuito. La prima ci permette di determinare le perdite nel ferro perché in tal caso le perdite nell'avvolgimento primario sono trascurabili, essendo piccola la corrente a vuoto I_0 . La seconda, essendo la macchina alimentata a tensione ridotta (tensione di corto circuito), quindi con perdite nel nucleo trascurabili, ci permette di ricavare le perdite nel rame degli avvolgimenti del primario e del secondario in condizioni nominali:

$$P_{cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 \quad \text{nel trasformatore monofase}$$

$$P_{eu} = 3 R_1 I_1^2 + 3 R_2 I_2^2 \quad \text{nel trasformatore trifase}$$

Le perdite nel ferro, poiché la tensione di alimentazione è sempre costante, sono costanti a tutti i carichi. Le perdite nel rame, invece, essendo legate alle correnti circolanti negli avvolgimenti, variano col quadrato di esse e vanno determinate di volta in volta al variare del carico (vedi Figura 4).

Il **rendimento** è definito come rapporto tra la potenza erogata al secondario P_r e quella assorbita al primario P_a :

$$\eta = \frac{P_r}{P_a}$$

Poiché la potenza assorbita può anche essere espressa con la seguente espressione:

$$P_a = P_r + P_{fe} + P_{eu}$$

otteniamo anche

$$\eta = \frac{P_r}{P_r + P_{fe} + P_{eu}}$$

È questa l'espressione del rendimento generalmente utilizzata per i trasformatori. Osserviamo che, risultando dal rapporto di due potenze, il rendimento è adimensionale.

L'espressione del rendimento ci permette di notare che esso non è costante a tutti i carichi: varia al variare dei termini che lo compongono. Precisamente ai carichi molto ridotti il trasformatore lavora con bassi rendimenti, mentre raggiunge alti valori intorno ai 3/4 del pieno carico. Il rendimento in quest'ultima condizione supera il 90%, arrivando fino al 99% nei grandi trasformatori.

L'entità del carico non è l'unica variabile da mettere in conto nel definire il rendimento. Svolgendo l'esempio che segue possiamo rendercene conto. Le misure di potenza in un trasformatore da 500 VA hanno dato come risultato:

prova a vuoto 10 W;
prova in corto circuito 25 W.

Calcoliamo il rendimento a carico nominale dell'avvolgimento secondario con $\cos \varphi = 1$ e $\cos \varphi = 0,2$.

Nel primo caso abbiamo:

$$\eta = \frac{P_r}{P_r + P_{fe} + P_{eu}} = \frac{500 \cdot 1}{500 \cdot 1 + 10 + 25} = 0,935$$

Nel secondo:

$$\eta = \frac{P_r}{P_r + P_{fe} + P_{eu}} = \frac{500 \cdot 0,2}{500 \cdot 0,2 + 10 + 25} = 0,74$$

Possiamo concludere dicendo: il rendimento del trasformatore è tanto peggiore quanto più piccolo è il fattore di potenza sul secondario (carico induttivo o capacitivo). Ciò è chiaramente osservabile anche in Figura 4 confrontando le curve del rendimento a $\cos \varphi = 1$ e a $\cos \varphi = 0,6$.

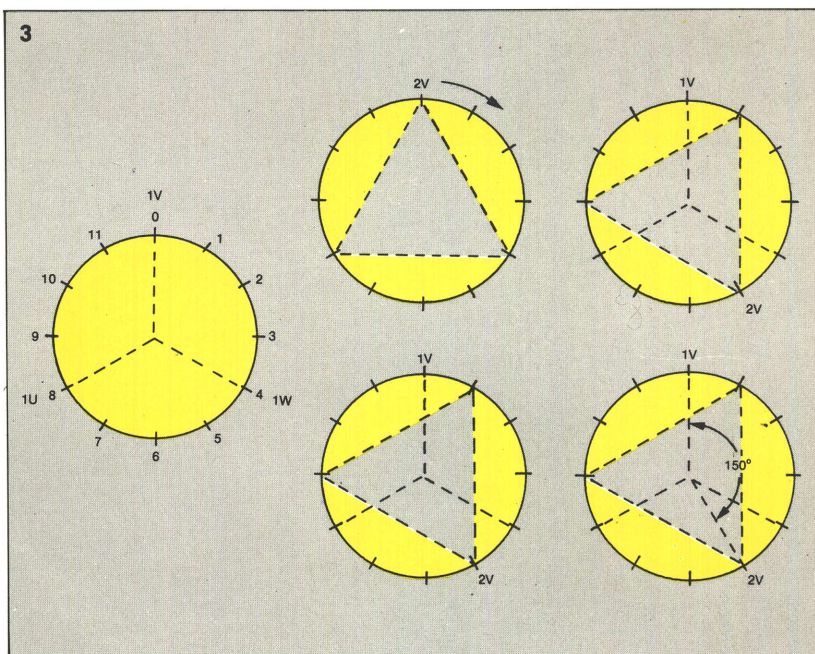


Figura 3.
Determinazione del
numero caratteristico
per Yd 5.

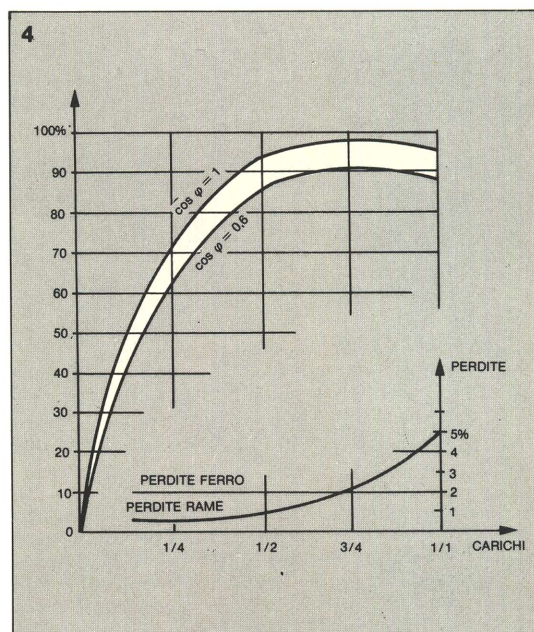


Figura 4. Curve del
rendimento e delle
perdite di un
trasformatore.

Notiamo infine che il trasformatore è la macchina elettrica del maggior rendimento, perché non contenendo organi in movimento è priva di perdite per attrito che sono caratteristiche di ogni altra macchina. Questo pregio si aggiunge a quello di possedere grande semplicità costruttiva e di non esigere praticamente alcuna manutenzione.

Aspetti costruttivi - guasti nei trasformatori

Figura 1. a) Esempio di giunto affacciato. Le superfici interessate al giunto sono tratteggiate: esse devono essere accuratamente lavorate per evitare traferri (spazi d'aria).

b) Armature per bloccare i gioghi e le colonne: a tale scopo si usano tiranti filettati all'estremità, dadi e controdadi di bloccaggio.

Figura 2. Nucleo formato da lamierini disposti a strati alternati.

Figura 3. Forme di nuclei per trasformatori.

a) Monofase.

b) Trifase (nucleo simmetrico).

c) Trifase (nucleo dissimmetrico).

Le parti fondamentali di cui è costituito il trasformatore sono il nucleo e gli avvolgimenti.

Per quanto riguarda il *nucleo*, dal punto di vista costruttivo, si cerca di scegliere la forma più adatta ad impedire dispersioni di flusso, cioè di ottenere circuiti a minima riluttanza magnetica evitando nello stesso tempo i nuclei compatti che offrirebbero facile cammino alle correnti parassite. Per tale motivo il nucleo magnetico viene realizzato con sottili lamierini di ferro legato con piccole percentuali di silicio (si ricordi quanto detto sui materiali magnetici). Essi vengono isolati fra loro e raccolti in pacchetti per costituire la sezione determinata precedentemente a "tavolino". Questi pacchi sono poi raggruppati tra loro per mezzo di viti o bulloni isolati.

I *nuclei magnetici*, devono costituire un circuito magnetico chiuso, sono sostituiti da colonne e gioghi. Le *colonne* sono le parti su cui vengono impostati gli avvolgimenti. I *gioghi*, invece, collegano tra loro le colonne, per chiudere il circuito magnetico.

I lamierini delle colonne e dei gioghi si possono collegare tra loro in due modi: con giunti affacciati e con giunti incastrati. Nei nuclei a *giunti affacciati* i due pacchi della colonna e del giogo vengono messi in contatto e premuti per mezzo di tiranti esterni a staffe. Poiché i lamierini delle colonne possono essere messi in corto circuito dai lamierini del giogo si interpone sul giunto un sottile foglio di carta isolante (Figura 1).

Nei nuclei a *giunti incastrati*, la disposizione dei lamierini porta alla formazione di diversi strati alternati, pari e dispari, che sovrapposti permettono di ottenere degli "incastrati" tra i lamierini delle colonne e dei gioghi (Figura 2).

Con questo tipo di giunti si ottiene una minore riluttanza del circuito magnetico rispetto a quello a giunti affacciati.

Per tale motivo è questa la soluzione costruttiva più adottata, anche se i giunti affacciati permettono una grande facilità di montaggio, utile quando bisogna procedere a riparazioni.

Per quanto riguarda la forma dei nuclei si distinguono nuclei a colonna e nuclei a mantello o corazzati. Il primo tipo comporta due nuclei formanti, con l'aggiunta dei due gioghi, un circuito magnetico chiuso. Ciascun nucleo porta una parte degli avvolgimenti primari e secondari per diminuire la dispersione magnetica. I nuclei a colonna per trasformatori trifase portano su ciascuna colonna l'avvolgimento primario e secondario di una fase (Figura 3).

Il tipo a mantello, molto usato per trasformatori monofase, possiede tre nuclei dei quali uno solo, quello centrale, di sezione doppia, porta i due avvolgimenti (Figura 4).

Poiché i trasformatori di piccole potenze hanno una grande diffusione, sono state memorizzate diverse sezioni di lamierini, le più utilizzate delle quali sono riportate in Figura 5.

Oltre a questo tipo di composizione dei nuclei (composti da singoli lamierini) c'è anche la possibilità di utilizzare pacchetti di lamierini già incollati.

Questo tipo di nucleo offre la possibilità di creare determinati traferri mediante una vite di regolazione.

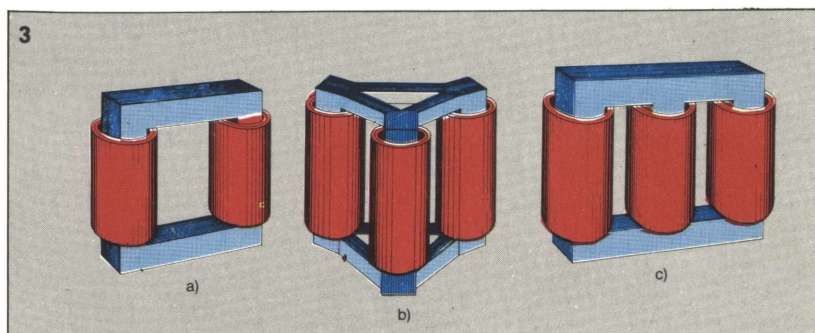
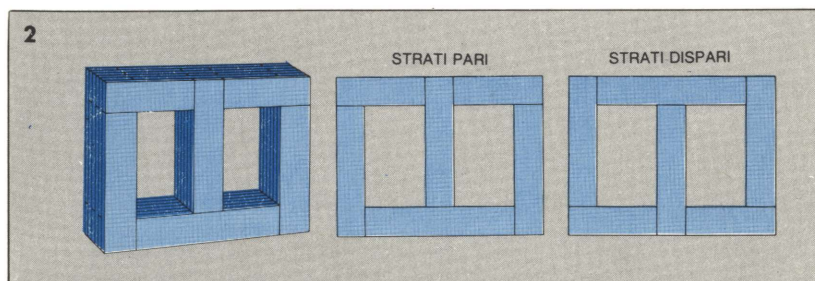
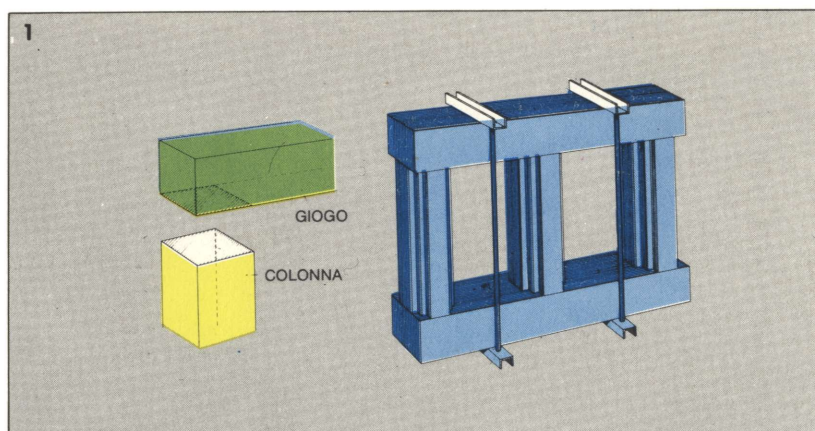
Gli avvolgimenti dei trasformatori vengono disposti in modo da venire incontro nel migliore dei modi alle due esigenze, tra loro contrastanti, dell'isolamento e della minore dispersione di flusso. La prima sarebbe soddisfatta se i due avvolgimenti di alta e bassa tensione fossero i più lontani possibile; la seconda invece, se il primario fosse il più vicino possibile al secondario. Una soluzione pratica del problema porta alla determinazione dei due tipi fondamentali di avvolgimenti; quello concentrico e quello alternato.

Nel tipo *concentrico* ciascuno dei due avvolgimenti è distribuito lungo tutta la colonna: l'avvolgimento a bassa tensione è disposto all'interno (perché può essere isolato più facilmente dal nucleo) mentre quello di alta tensione è all'esterno, separato da quello di bassa tensione da un cilindro isolante di carta bachelizzata di spessore dipendente dal valore dell'alta tensione (Figura 6).

Nel tipo *alternato* i due avvolgimenti sono suddivisi ognuno in un certo numero di bobine disposte sulle colonne in modo alternato; generalmente le bobine estreme appartengono all'avvolgimento di bassa tensione e sono formate da metà spire di quelle delle altre bobine dello stesso avvolgimento (Figura 7).

Un avvolgimento può essere avvolto sulla colonna procedendo in senso destrorso o sinistrorso, e in funzione del senso utilizzato, la corrente circolante produce un flusso magnetico di determinato verso. Di ciò si deve tener conto effettuando i collegamenti per non avere opposizioni di flusso e f.e.m.. Per esempio nei trasformatori monofase a due colonne il flusso è diretto in senso opposto sulle due linee, quindi il collegamento in serie delle bobine e in parallelo dovrà essere fatto adeguatamente. Nei trasformatori trifase a tre colonne, poiché i flussi hanno tutti la stessa direzione lungo le colonne, i collegamenti tra le fasi risultano corretti tutte le volte che i capi in alto sono tutti e tre principio o fine delle fasi.

Senza addentrarci in altri particolari costruttivi, ricordiamo brevemente quanto importante sia il problema del raffreddamento dei trasformatori (e di tutte le macchine in genere). A tale riguardo è sufficiente rivedere la tabella della scheda 41 che mette in relazione il sistema di raffreddamento con la potenza della macchina. Notiamo

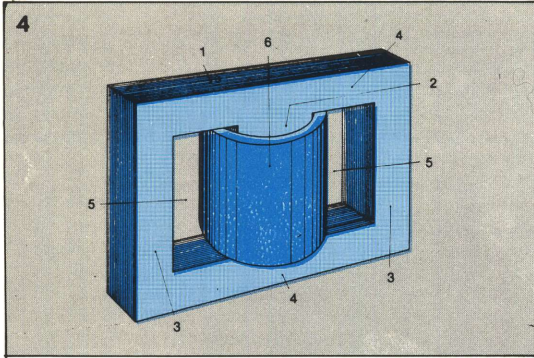


che la funzione dell'olio minerale non è solo di raffreddamento, ma anche di isolamento, dato il suo alto valore di rigidità dielettrica.

Vediamo adesso alcune cause di funzionamento anormale all'interno dei trasformatori.

Le cause che possono dar luogo a riscaldamento generale o localizzato sono:

- 1) *sovraccarico* - può essere rilevato dai valori delle correnti di linea e da un abbassamento della tensione ai morsetti secondari;
- 2) *alimentazione con tensione maggiore della nominale*



- c) scariche dovute a deterioramento degli isolanti per surriscaldamento prolungato.

Un funzionamento insolitamente rumoroso, può essere fatto risalire a numerose cause:

- a) notevole sovraccarico del trasformatore;
- b) funzionamento con forte squilibrio di carico nei trasformatori trifase;
- c) presenza di corto circuiti;
- d) aumento notevole dell'induzione per l'aumento della tensione primaria;

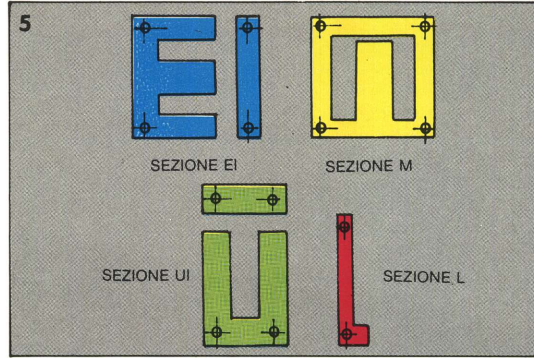


Figura 4. Tipo di nucleo corazzato.

1. Nucleo nel suo complesso.
2. Colonna centrale.
3. Gambe laterali.
4. Gioghi (superiore e inferiore).
5. Finestre.
6. Avvolgimento.

Figura 5. Sezioni di lamierini per piccoli trasformatori.

le - in tale situazione aumentano le perdite nel ferro ed anche quelle nel rame, a causa dell'alto valore della corrente magnetizzante;

- 3) *corto circuito tra spire* - si ha un forte riscaldamento localizzato nella zona interessata dal corto circuito. Esso si manifesta con la grande corrente assorbita a vuoto, dal cambiamento di colore della bobina che anticipa la bruciatura completa dell'isolante. Può essere provocato da un decadimento degli isolanti per umidità o per un lungo sovraccarico, o per sovratensioni di origine atmosferica, oltre che da una difettosa esecuzione degli avvolgimenti.

Una tensione secondaria inferiore alla normale può essere dovuta a

- a) sovraccarico;
- b) diminuzione della tensione primaria;
- c) corto circuito fra spire dell'avvolgimento secondario.

Le cause di una tensione secondaria superiore alla normale possono essere:

- a) aumento di tensione ai morsetti del primario;
- b) corto circuito di spire nell'avvolgimento primario. In tal caso il rapporto

$$\frac{N_1}{N_2}$$

diminuisce perché risulta minore il numero di spire utili al primario; a tutto ciò si accompagna un forte riscaldamento localizzato.

La mancanza di tensione in una o più fasi del secondario può essere determinata da:

- a) interruzione di una o più fasi del secondario a stella;
- b) interruzione di due fasi del secondario a triangolo;
- c) interruzione di una o più fasi del primario a stella (con nucleo a colonne);
- d) interruzione di una o più fasi del primario a triangolo (nuclei a colonne).

I contatti fra primario e secondario o fra questi e il nucleo è un inconveniente piuttosto grave che può essere dovuto a:

- a) scariche causate dalla diminuzione della rigidità dielettrica degli isolanti. Può essere causato dalla presenza di umidità nei trasformatori in aria e in quelli in olio oltre che da una pessima qualità dell'olio oppure dal suo invecchiamento;
- b) scariche dovute a sovratensioni di origine atmosferiche. Queste sono più pericolose per le bobine poste vicino ai morsetti, per tale motivo queste vengono

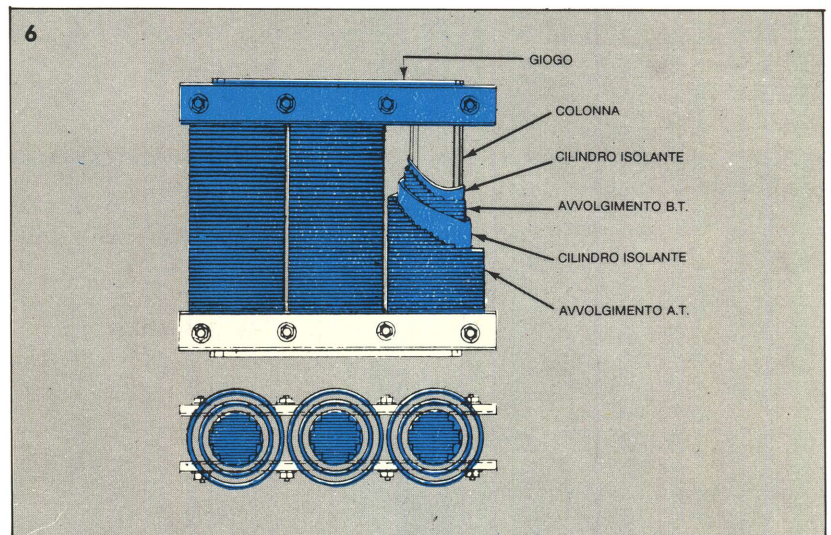


Figura 6. Trasformatore trifase. Vista in elevazione e pianta.

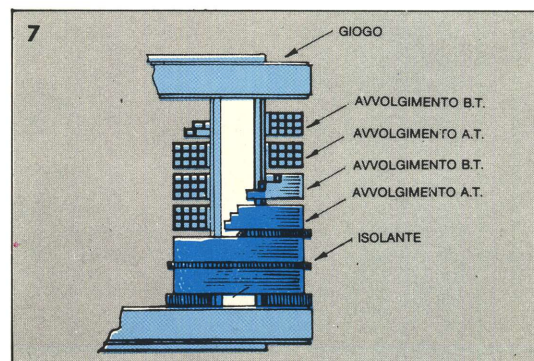


Figura 7. Avvolgimento di bobine alternate di una colonna di trasformatore.

- e) allentamento dei tiranti nel caso di trasformatore con nucleo a giunti affacciati;
- f) diminuzione del serraggio delle traverse di compressione nel caso di trasformatore a giunti incastrati.

Caratteristiche dei motori asincroni

Riprendiamo ancora l'analogia tra motore asincrono e trasformatore.

Possiamo definire *rapporto di trasformazione* di un motore (K) il rapporto tra le f.e.m. indotte di statore e rotore (primario e secondario) quando quest'ultimo si consideri fermo e il suo circuito elettrico a vuoto:

$$K = \frac{E_1}{E_{20}} \approx \frac{N'_1}{N'_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Questo rapporto è più approssimato che nei trasformatori, perché il concatenamento elettromagnetico tra i due avvolgimenti risente dell'esistenza del traferro statore-rotore.

Se consideriamo invece il funzionamento a vuoto quando nessuna coppia resistente è applicata all'albero, il motore assorbe una corrente I_0 composta, in analogia al trasformatore a vuoto, dalla corrente magnetizzante I_μ e da quella attiva I_a . La corrente attiva I_a risulta a sua volta composta oltre che dalla corrente corrispondente alle perdite nel nucleo magnetico, anche da quella corrispondente alle perdite meccaniche: attriti nei cuscinetti e ventilazione.

La corrente a vuoto, come per il trasformatore, è fortemente sfasata rispetto alla tensione di alimentazione. Se si carica il motore, la corrente attiva assorbita aumenta in rapporto alla potenza fornita e lo sfasamento tra tensione e corrente diminuisce. Però, mentre nel trasformatore

L'interpretazione è abbastanza facile. N_s rappresenta il numero di giri di sincronismo, cioè i giri che il rotore compirebbe se seguisse il campo rotante senza alcuno scorrimento: sappiamo che è una velocità irraggiungibile in pratica, perché in tali condizioni mancherebbe anche l'impulso di trascinamento (coppia nulla). È sufficiente, però, che il numero di giri del rotore sia di poco al di sotto del valore di sincronismo perché si manifesti una coppia di valore tanto più alto quanto maggiore è lo scorrimento.

Questa proprietà è della massima importanza: quanto maggiore è il carico da trascinare, tanto più il motore risulta "frenato", lo scorrimento tende ad aumentare e con esso la coppia motrice. In altre parole, il motore si adegua automaticamente allo sforzo che deve sopportare; una proprietà questa che manca, ad esempio, al motore sincrono.

Osserviamo che la variazione di velocità che dà luogo alla variazione di coppia motrice è in realtà molto piccola perché la curva caratteristica ha un andamento ripido: è sufficiente una piccola variazione di N perché la coppia subisca una variazione notevole. Il motore asincrono può essere considerato quindi una macchina a velocità quasi costante.

Fino a quando la coppia fornita dal motore si adegua allo sforzo da vincere? Osserviamo ancora la Figura 1. Vediamo che esiste una certa velocità (N_m) in corrispondenza della quale la coppia motrice assume il valore massimo. Cosa accade quando viene superato questo valore limite?

All'aumentata resistenza (con conseguente aumento dello scorrimento) non corrisponde più una coppia crescente, ma una coppia in diminuzione. La macchina passa quindi a lavorare in regime di instabilità, con forte assorbimento di corrente e graduale "perdita di passo". A differenza dei motori asincroni, comunque, non appena si diminuisce il carico, la macchina è in grado di riprendere spontaneamente il passo, tornando a funzionare nella zona di stabilità.

Rileviamo a questo punto, sempre dalla Figura 1 che le condizioni di avviamento della macchina, partendo da rotore fermo, corrispondono al punto 0 dell'asse delle ascisse. Alla partenza, quindi, il motore si trova sempre nel ramo instabile della curva e soltanto se la coppia resistente è piccola (minore della coppia motrice) riesce ad avviarsi spontaneamente, accelerando via via fino a portarsi a funzionare sul ramo stabile della caratteristica meccanica, dove, successivamente, può essere caricato tranquillamente (purché non superi, ovviamente, il carico massimo).

La relazione numerica tra coppia motrice e numero di giri fornisce la *potenza meccanica* P_m . Se indichiamo con C la coppia espressa in $N \cdot m$ (newton x metro) e con ω la velocità angolare espressa in rad/sec , la potenza P_m (espressa in watt), è:

$$P_m = \omega \cdot C$$

Se, come avviene spesso nella pratica, la velocità angolare è espressa in giri/min. , allora l'espressione della potenza (sempre watt) è:

$$P_m = \frac{2\pi}{60} \cdot n \cdot C$$

Infine se la coppia C fosse data in Kilogrammetri (Kgm) la potenza è data da:

$$P_m = \frac{C \cdot n}{0,974}$$

Osserviamo che (anche se ormai sconsigliato dalle norme) si usa qualche volta ancora indicare la potenza dei motori elettrici di cavalli (CV). Ricordiamo a tale proposito l'uguaglianza:

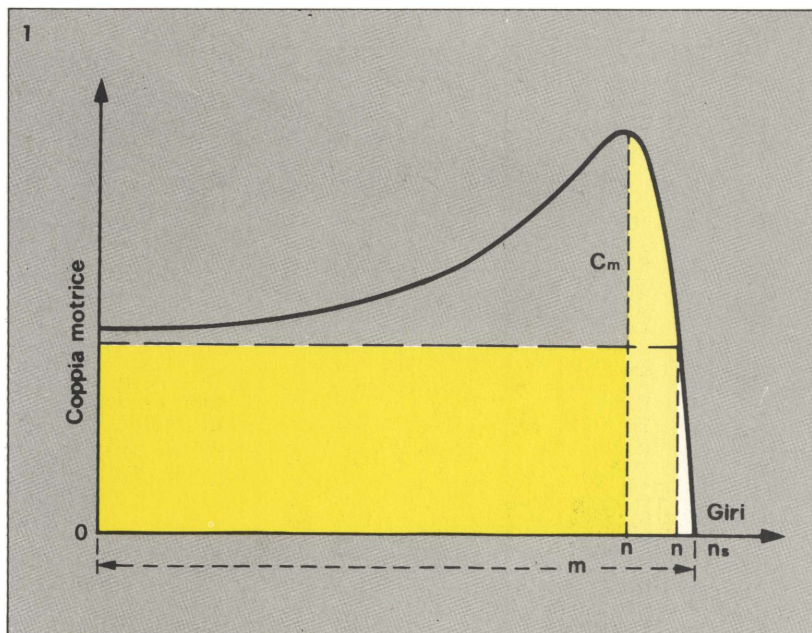


Figura 1. Tipico diagramma di funzionamento del motore asincrono.

la corrente magnetizzante è una piccola percentuale della corrente primaria, nel motore assume valori che possono raggiungere ordini del 30-40%. L'inserzione di motori asincroni su una rete comporta perciò notevoli sfasamenti tra tensioni e correnti e quindi la necessità del rifasamento della rete soprattutto quando, per qualsiasi ragione di servizio, essi non possono lavorare a pieno carico.

I motori funzionano con tensione di alimentazione e con frequenza praticamente costanti; quello che varia, al variare del carico, sono la corrente assorbita, l'angolo di fase, la velocità di rotazione, lo scorrimento e il rendimento. È importante conoscere per un dato motore, le relazioni, che legano tra loro queste grandezze in particolare la cosiddetta *caratteristica meccanica* cioè il legame (espresso in forma grafica) tra il numero di giri del motore e la coppia motrice. L'andamento della caratteristica meccanica è del tipo riportato in Figura 1.

$$1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$$

La potenza calcolata con una delle relazioni sopra scritte ci permette, dopo avere dedotto le perdite per attriti e ventilazione, di trovare la potenza resa dall'albero. Questa viene assunta come *potenza nominale* della macchina quando corrisponde al funzionamento normale del motore.

Il calcolo del *rendimento*, definito come rapporto tra la potenza resa P e la potenza elettrica assorbita P_a , passa attraverso la definizione delle perdite all'interno della macchina.

Esse sono:

- perdite nel rame degli avvolgimenti di statore (p_1) e del circuito di rotore (p_2);
- perdite per isteresi e correnti parassite nel nucleo di statore (p_{fe}); sul nucleo di rotore le perdite nel ferro sono trascurabili perché la frequenza f_2 durante il funzionamento è come abbiamo visto molto piccola;
- perdite per attriti e ventilazione, dette complessivamente *perdite meccaniche* (p_m).

Il rendimento può allora essere calcolato con l'espressione:

$$\eta = \frac{P}{P_a} = \frac{P}{P + p_1 + p_2 + p_{fe} + p_m}$$

Ovviamente il motore avrà, anche a pieno carico, rendimenti minori di un trasformatore di pari potenza a causa delle maggiori perdite.

Accenniamo adesso a qualche aspetto costruttivo dei motori. Poiché risulta abbastanza chiara la costituzione di massima dello statore, soffermiamoci a parlare del rotore.

Esistono fondamentalmente due tipi di rotore: *rotore a gabbia* e *rotore ad anelli*.

Il primo tipo riguarda motori a induzione di potenza modesta (fino a 3 kW).

Costituito secondo lo schema di Figura 2, ha una struttura somigliante a una gabbia di scoiattolo (da cui il nome): una serie di sbarre di rame o di alluminio disposte come le generatrici di un cilindro sono saldate a due anelli disposti alle estremità; il tutto è poi fissato su un nucleo di ferro costituito da un pacco di lamierini.

Nei motori più grossi, in pratica oltre i 3 kW, il rotore porta invece un vero e proprio avvolgimento con apposite matasse di spire che presentano tre estremità libere, le quali fanno capo a tre anelli calettati sull'asse.

Il corto circuito del rotore viene ottenuto allora collegando elettricamente tra loro i tre anelli mediante contatti a spazzole striscianti.

La differenza principale tra i due tipi di rotore consiste nel fatto che, mentre nel rotore a gabbia non è possibile modificare le caratteristiche del circuito rotorico, in quello avvolto (attraverso gli anelli e le spazzole) queste caratteristiche si possono modificare, il che risulta particolarmente importante, per l'avviamento dei motori.

Riportiamo in Figura 3 un motore asincrono trifase.

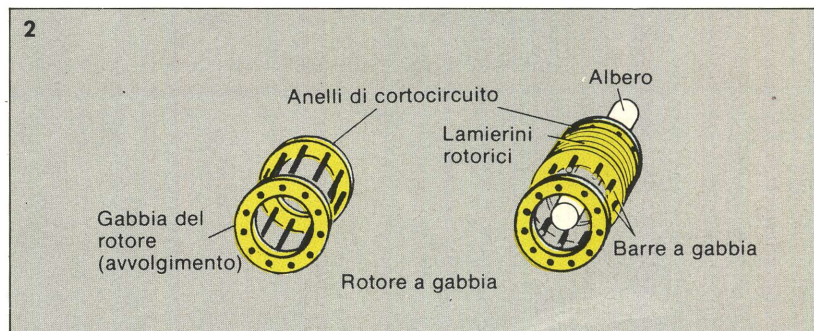


Figura 2. Particolari costruttivi del motore a gabbia.

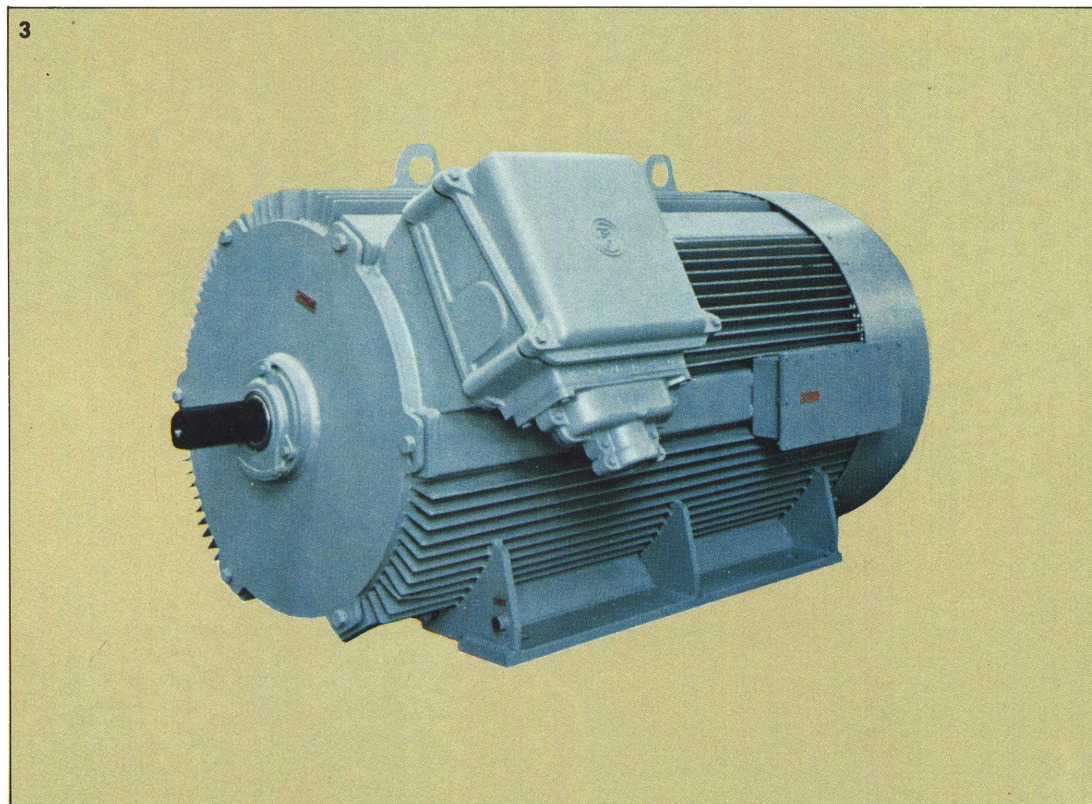


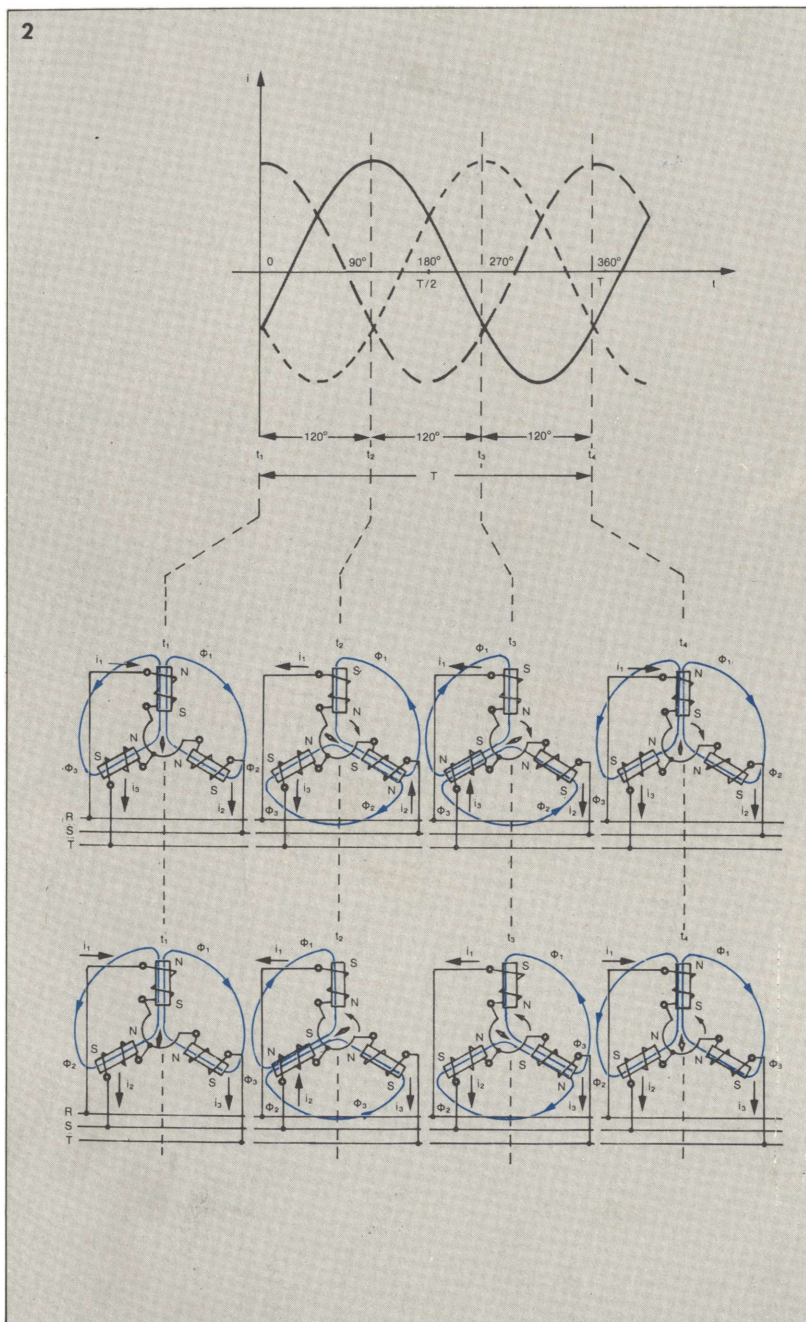
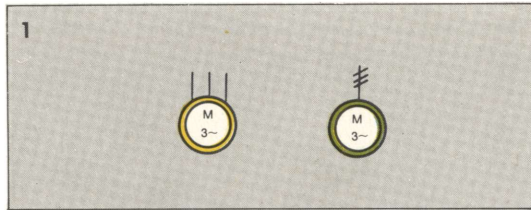
Figura 3. Motore asincrono trifase con motore a gabbia. (Foto gentilmente fornita dalla Ercole Marelli E.M.G.).

Motori asincroni: principio di funzionamento

Il motore asincrono trifase è il tipo di macchina elettrica più diffuso (il simbolo grafico è riportato in Figura 1) perché presenta una grande semplicità di costruzione, robustezza, ridotta manutenzione, non richiede complicate manovre d'avviamento e sopporta notevoli sovraccarichi.

Figura 1. Simbolo grafico del motore asincrono trifase.

Figura 2. Formazione del campo rotante bipolare con corrente trifase.



Strutturalmente è costituito da una parte fissa (*statore*), che porta tre avvolgimenti i cui assi sono disposti a 120° l'uno dall'altro, da una mobile (*rotore*) all'interno, al centro degli avvolgimenti, che porta un circuito elettrico chiuso su se stesso.

Il funzionamento di un motore asincrono trifase è basato sulla induzione di un campo rotante dovuto alla sovrapposizione dei campi magnetici generati da un sistema trifase di correnti che percorrono gli avvolgimenti di statore.

La Figura 2 riporta in alto il diagramma lineare delle correnti e sotto il loro andamento nelle bobine in istanti successivi: le linee di induzione (rappresentate in rosso) definiscono l'andamento del campo nei successivi istanti. Possiamo vedere che il campo magnetico ruota di 120° tra due momenti successivi di osservazione e quindi di 360° durante un periodo completo. In basso osserviamo inoltre che il senso di rotazione si inverte, invertendo il collegamento di due morsetti.

Possiamo dunque affermare che se tre avvolgimenti spostati di 120° vengono percorsi da correnti trifase, nasce un campo magnetico rotante di intensità costante, la cui velocità di rotazione è uguale alla frequenza delle correnti. Questa velocità viene detta *velocità di sincronismo*.

Il campo magnetico ottenuto come sopra può essere rappresentato sulla sezione dello statore della macchina; in Figura 3 abbiamo la rappresentazione relativa agli istanti t_1 e t_2 .

Finora abbiamo supposto che la macchina fosse a due poli.

Se invece di tre avvolgimenti, sullo statore ve ne fossero sei, spostati di 60° sulla periferia, sarebbe possibile comunque produrre un campo magnetico rotante, questa volta a quattro poli (Figura 4).

Confrontando la macchina a due poli con quella a quattro, vediamo che quest'ultima ruota nello stesso tempo, solo della metà dell'angolo percorso nel caso bipolare: occorrono quindi due periodi per completare la rotazione.

Quanto detto ha carattere generale. È possibile considerare macchine con più paia di poli ed ottenere campi magnetici di valore costante, ma rotanti con velocità minori nel rapporto inverso alle coppie di poli.

La velocità di sincronismo, in generale, è ottenuta mediante la seguente formula:

$$n_s = \frac{60 f}{p} \text{ espressa in giri/min.}$$

nella quale f è la frequenza e p il numero delle coppie di poli.

Con alimentazione a 50 Hz avremo quindi:

- motore a 2 poli $n_s = 3000$ giri/min.
- motore a 4 poli $n_s = 1500$ giri/min.
- motore a 6 poli $n_s = 1000$ giri/min.
- motore a 8 poli $n_s = 750$ giri/min.

e così di seguito.

Come può il campo magnetico rotante mettere in rotazione il rotore? Abbiamo già detto che il rotore è costituito da un circuito elettrico chiuso. Il campo rotante dà luogo a periodiche variazioni di flusso concatenato con i conduttori del rotore, i quali, divenendo per la legge dell'induzione elettromagnetica sede di f.e.m. indotte, sono percorse da correnti.

Le correnti indotte (per la legge di Lenz) si oppongono alla causa che le ha generate, cioè la variazione di flusso concatenato, e quindi i conduttori si mettono a ruotare nel senso del campo rotante, cercando di raggiungere la velocità n_s di sincronismo.

Da queste considerazioni emergono i seguenti punti:

- a) il motore asincrono trifase a differenza, per esempio, dei motori sincroni, che hanno bisogno di essere inizialmente trascinati, è *autoavviante*;

- b) campo rotante e rotore girano sempre nello stesso senso. Per invertire il senso di rotazione del rotore occorre invertire il senso di rotazione del campo rotante; il che come visto, può essere ottenuto invertendo il collegamento di due morsetti dell'avvolgimento di statore.
- c) poiché alla base del funzionamento c'è il principio di induzione elettromagnetica, il motore può anche essere visto e studiato come un trasformatore, associando lo statore al primario e il rotore al secondario di un trasformatore.

È chiaro che finché il rotore gira più lentamente del campo rotante, nell'avvolgimento di rotore viene indotta una tensione e quindi agisce una coppia motrice; ma se il rotore raggiungesse la stessa velocità del campo non vi sarebbe alcuna variazione di flusso concatenato e quindi non vi sarebbe tensione indotta, non circolerebbe corrente e non vi sarebbe coppia motrice.

La velocità del rotore raggiunge allora un valore inferiore a quello del sincronismo; per cui questi motori sono detti *asincroni*.

La differenza tra la velocità di sincronismo n_s e quella effettiva del rotore n è definita *scorrimiento assoluto* del motore:

$$s = n_s - n$$

Normalmente viene dato lo *scorrimiento percentuale* riferito a n_s :

$$s\% = \frac{n_s - n}{n_s} = 100$$

Lo scorrimiento aumenta all'aumentare del carico, cioè della coppia resistente applicata all'albero del motore: con motore privo di carico (macchina a vuoto) lo scorrimiento è trascurabile ($s\% = 0$); con motore fermo, all'avviamento (macchina in corto circuito), lo scorrimiento percentuale è massimo ($s\% = 100$). A potenza nominale lo scorrimiento oscilla tra il 2 e il 7% passando dai grossi motori ai piccoli.

Abbiamo già detto che un motore asincrono funziona con lo stesso principio di un trasformatore. Osserviamo ora che, a differenza di quest'ultimo, il motore è caratterizzato dallo scorrimiento; parametro questo che come vedremo, differenzia i valori di alcune grandezze del motore rispetto a quelli di un trasformatore.

Quando il rotore è fermo, la macchina asincrona trifase può essere considerata come un trasformatore trifase: i conduttori del rotore sono tagliati una volta per ogni giro del campo magnetico rotante, ossia una volta per ogni periodo della tensione di alimentazione. Il valore della tensione indotta nell'avvolgimento rotorico dipende allora solo dal rapporto del numero di spire dello statore e del rotore.

Quando il rotore gira, la frequenza con cui i conduttori del rotore vengono tagliati dal campo magnetico, diminuisce proporzionalmente allo scorrimiento. Indicando con f_2 la frequenza a carico sul rotore e con f_1 quella di alimentazione ($f_1 = 50$ Hz) abbiamo:

$$f_2 = s \cdot f_1$$

Ma anche la tensione indotta sul rotore, essendo legata alla frequenza f_2 , si riduce proporzionalmente allo scorrimiento:

$$E_2 = 4,44 \cdot \Phi \cdot f_2 \cdot N_2 = 4,44 \Phi s \cdot f_1 \cdot N_2 = s \cdot E_{20}$$

avendo indicato con E_{20} la tensione indotta a rotore fermo.

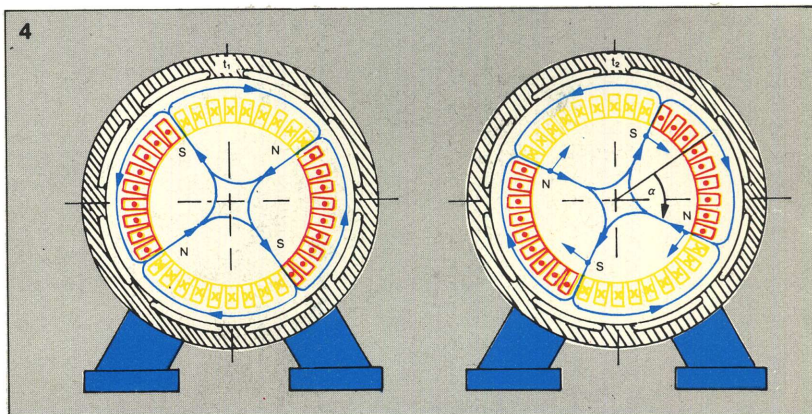
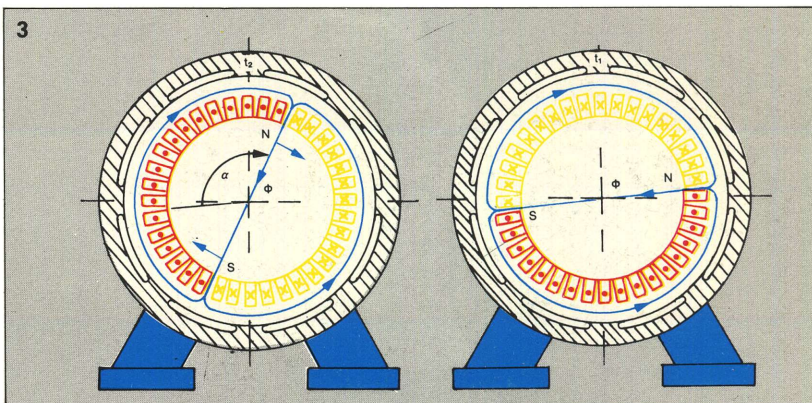
In pratica, per i motori, piuttosto che il numero di spire, si preferisce indicare il numero N'_2 di conduttori (lati attivi) che tagliano il campo magnetico. Scriveremo allora:

$$E_2 = 2,22 \Phi f_2 N'_2$$

Anche sullo statore ovviamente viene indotta una tensione il cui valore è:

$$E_1 = 2,22 \Phi f_1 \cdot N'_1$$

dove con N'_1 viene indicato il numero di conduttori in serie per fase. Un esempio di calcolo può servire a chiarire meglio i concetti esposti. Sul circuito di rotore di un motore a 4 poli, alimentato alla frequenza di 50 Hz, si sono determinate: una f.e.m. di 200 V a motore fermo e una f.e.m. di 8 V nel funzionamento a pieno carico. Determiniamo lo scorrimiento, la frequenza e la velocità effettiva del rotore.



Poiché la tensione indotta a rotore fermo E_{20} è legata alla tensione indotta sul rotore durante il funzionamento a pieno carico dallo scorrimiento ($E_2 = s \cdot E_{20}$), possiamo ricavare:

$$s = \frac{E_2}{E_{20}} = \frac{8}{200} = 0,04 \quad s\% = 4$$

Poiché anche le frequenze sul rotore a pieno carico e a rotore fermo sono legate dallo scorrimiento, si ha:

$$f_2 = s \cdot f_1 = 0,04 \cdot 50 = 2 \text{ Hz}$$

Per calcolare la velocità effettiva di rotore, calcoliamo prima n_s :

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ giri/min.}$$

Poiché:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

dalla relazione inversa possiamo ricavare infine n :

$$n = n_s - s \cdot n_s = 1500 - 0,04 \cdot 1500 = 1440 \text{ giri/min.}$$

Figura 3. Formazione del campo rotante nello statore di una macchina asincrona trifase bipolare.

Figura 4. Formazione del campo rotante nello statore a quattro poli (in sezione) di un motore asincrono trifase.

L'avviamento dei motori asincroni

Un problema rilevante è quello dell'avviamento dei motori.

Nei motori asincroni infatti, durante l'avviamento, circolano nel motore correnti notevoli sia perché la resistenza dell'avvolgimento è molto bassa, sia perché in tale istante la tensione indotta nel rotore è massima. Analogamente al trasformatore queste correnti rotoriche richiamano nello statore elevate correnti (fino a $8 \div 10$

zole con reostato trifase (di avviamento) (Figura 1).

Si porta inizialmente il reostato nella posizione di massima resistenza. Dopo aver chiuso l'interruttore di linea, si escludono gradualmente le resistenze del reostato man mano che il motore prende velocità fino a escluderle completamente quando raggiunge una velocità prossima alla nominale. Si chiudono quindi in corto circuito gli anelli e si sollevano le spazzole mediante un particolare dispositivo.

L'effetto di queste operazioni comporta in primo luogo lo spostamento del punto che corrisponde alla coppia massima verso la condizione di avviamento. Osserviamo la Figura 1b: quando tutte le resistenze del reostato sono inserite si ottiene la curva r_3 ; la coppia massima si ha in prossimità del punto $n = 0$ (motore fermo). Diminuendo le resistenze inserite, si passa successivamente alle caratteristiche r_2 , r_1 fino alla r_0 corrispondente al funzionamento normale, senza resistenze inserite nel circuito rotorico. L'inserzione di resistenze nel circuito rotorico permette quindi di ottenere, attraverso il gioco delle successive caratteristiche meccaniche, alte coppie allo spunto. Inoltre esse, aumentandone l'impedenza totale, permettono di diminuire la corrente assorbita all'atto dell'avviamento. Con tale sistema si riesce a limitare la corrente di spunto a valori dell'ordine $1,2 \div 2$ volte la corrente nominale ed ottenere coppie dell'ordine di $1 \div 2$ volte la nominale.

L'altro tipo di motore (con rotore a gabbia) ha i conduttori del rotore chiusi permanentemente in corto circuito e non è quindi possibile l'inserzione di reostati d'avviamento. Questo all'avviamento assorbe una corrente di circa 5 volte la corrente nominale con coppia di spunto un po' inferiore alla normale.

Poiché la costituzione della macchina è robusta, se gli avviamenti non si susseguono a brevi intervalli di tempo, si può ricorrere, come detto, all'inserzione diretta quando la potenza non supera i $2 \div 3$ kW. Per potenze più elevate, anche per questo tipo di motore, si adottano alcuni accorgimenti che favoriscono le condizioni d'avviamento. Uno di questi è quello di realizzare un rotore a doppia gabbia (Figura 2).

Il rotore di questo motore è provvisto di due gabbie concentriche aventi caratteristiche tra loro molto diverse. L'esterna (di avviamento), è costituita da sbarre di rame di piccola sezione e perciò di grande resistenza; l'interna (di lavoro), è costituita da sbarre di grande sezione e perciò di piccola resistenza.

Inoltre le due gabbie, essendo diversamente affondate nel ferro, presentano valori tra loro diversi nella reattanza di dispersione: la gabbia esterna ha reattanza minima, quella interna massima.

In altre parole, la gabbia esterna presenta maggiore resistenza e minor induttanza, viceversa l'interna.

All'avviamento, essendo alta la frequenza delle correnti indotte, prevale l'impedenza della gabbia interna su quella della gabbia esterna, per cui la corrente indotta circola prevalentemente su quest'ultima gabbia esterna (ad alta resistenza) e il motore si avvia con la massima coppia.

Quando esso accelera, quindi, diminuisce la frequenza della corrente rotorica, le reattanze delle due gabbie diminuiscono e, col motore in piena velocità, assumono valori trascurabili: le correnti si distribuiscono nei due avvolgimenti in proporzione alle loro sezioni. Quindi, ad avviamento fatto, la corrente indotta circola prevalentemente nella gabbia interna.

Con questo mezzo si possono avere coppie di avviamento fino a 2 volte quella nominale con punte di corrente intorno a 4 volte la corrente nominale.

Sullo stesso principio sono costituiti motori a cave profonde in cui l'avvolgimento rotorico è costituito da una serie di sbarre strette ed alte (Figura 3). Le caratteristiche di questi motori sono intermedie fra quelle dei motori a gabbia semplice e quelle a doppia gabbia, presentando rispetto a questi ultimi una maggiore semplicità costruttiva.

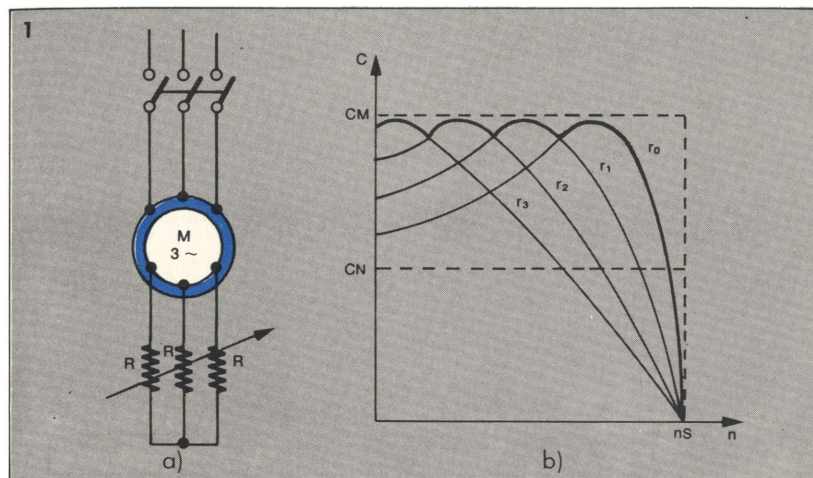
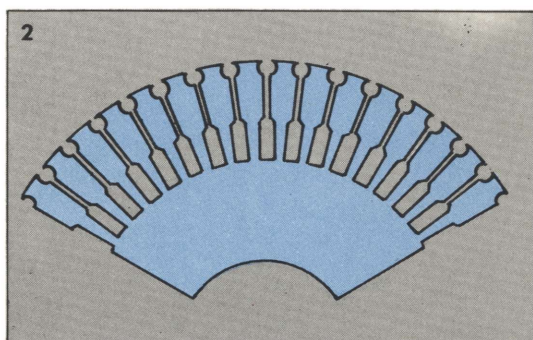


Figura 1. a) Collegamenti di un motore asincrono trifase con motore avvolto. b) Le caratteristiche meccaniche in relazione ai valori delle resistenze rotoriche.

Figura 2. Esempio di cave rotoriche per un motore a doppia gabbia.



volte quella corrispondente al carico nominale), che riscaldano eccessivamente il motore e provocano cadute di tensione inammissibili sulla linea di alimentazione.

Inoltre queste correnti, fortemente sfasate all'avviamento, determinano piccole coppie motrici allo spunto. Ciò è osservabile sulla caratteristica meccanica: la coppia di spunto è notevolmente inferiore alla coppia massima e spesso minore della stessa coppia corrispondente alla potenza nominale. Per tale motivo il motore può avviarsi solo a vuoto, oppure con coppia resistente molto ridotta.

In pratica, soltanto per motori piccoli (sino alla potenza di 2-3 kW), si ricorre all'inserzione diretta, mentre negli altri casi si adottano accorgimenti atti a ridurre il valore dell'intensità di corrente all'avviamento e elevare il valore della coppia di spunto.

L'ipotesi di alimentare il motore a tensione ridotta non sempre è praticabile perché, se da un lato diminuisce la corrente assorbita, dall'altro la coppia di spunto si riduce ulteriormente peggiorando l'avviamento: è dimostrabile infatti che la coppia motrice è proporzionale all'incirca al quadrato della tensione di alimentazione.

Consideriamo separatamente le due categorie di motori alle quali abbiamo già accennato, cominciando a vedere l'avviamento dei motori con rotore avvolto. La particolare costituzione del rotore con il sistema degli anelli e delle spazzole, permette di modificare temporaneamente l'impedenza del circuito rotorico con l'inserzione di resistenze ausiliarie: di fatto si collega alle spaz-

Esistono diversi altri metodi di avviamento realizzabili agendo sul circuito statorico (sempre per motori a gabbia).

Essi servono solo per diminuire la corrente di spunto, essendo basati sul principio di abbassare temporaneamente la tensione di alimentazione. Poiché con essa si abbassa anche la coppia di spunto, questi sistemi possono essere validi per motori che hanno una piccola coppia resistente applicata all'albero.

Parleremo di uno dei più diffusi che va sotto il nome di *avviamento stella/triangolo*.

Esso consiste nell'avviare il motore con l'avvolgimento statorico collegato a stella, per poi collegarlo a triangolo ad avviamento avvenuto.

Ricordando quanto visto sui sistemi trifase, il collegamento a stella dell'avvolgimento statorico, nella fase d'avviamento, comporta i seguenti vantaggi:

- a) la tensione applicata ad ogni fase è

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

volte la tensione concatenata (tensione applicata ai morsetti del motore);

- b) la corrente assorbita dalle fasi statoriche collegate a stella è

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

rispetto a quella che circolerebbe nelle fasi collegate a triangolo;

- c) poiché anche in linea la corrente risulta minore di

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

nel collegamento a stella rispetto a quello a triangolo, complessivamente all'avviamento il motore assorbe una corrente pari a $1/3$ di quella che assorbirebbe con le fasi collegate a triangolo.

Osserviamo che anche la coppia si riduce a $1/3$ di quella ottenibile con le fasi collegate a triangolo.

Per permettere questo tipo di avviamento, la parte frontale della carcassa è munita di una basetta isolante con i morsetti ai quali vengono collegati i terminali delle fasi costituenti l'avvolgimento. Se la basetta porta 6 morsetti disposti su due file, ai quali vengono collegati i principi P_1, P_2, P_3 e le fini nell'ordine F_3, F_1, F_2 dell'avvolgimento trifase, possiamo ottenere con delle sbarrette di rame i due tipi collegamenti, Figura 4.

Osserviamo infine che oggi i dispositivi di avviamento, sia rotorici che statorici, sono quasi sempre comandati automaticamente anziché a comando manuale. Ciò consente di eliminare false manovre, di realizzare comandi a distanza e di avere minori perdite di tempo nell'esercizio.

Sappiamo però che non tutte le reti di alimentazione elettriche sono trifase. Vista l'importanza dell'utilizzazione monofase, si è voluto usare anche negli impianti a corrente alternata monofase il robusto, poco costoso motore asincrono, che non richiede alcuna manutenzione, soprattutto come il motore a gabbia di scoiattolo.

Come può funzionare un motore asincrono monofase?

Sappiamo che a fondamento del funzionamento del motore asincrono c'è il suo campo rotante: anche nel motore asincrono monofase si deve perciò produrre con una corrente alternata monofase un campo rotante.

Supponiamo di alimentare una bobina percorsa da corrente alternata: ha origine un campo alternativo, il cui valore cambia in continuazione e la cui direzione si inverte periodicamente. Non si ha cioè un campo rotan-

te. Se però la macchina ha due avvolgimenti posti a 90° uno dall'altro e se vi sono componenti aggiuntivi come condensatori, resistori o induttori, si può produrre, anche con corrente alternata monofase, un campo rotante.

In altre parole, costruttivamente i motori asincroni monofasi hanno l'avvolgimento di statore costituito da una sola fase (*avvolgimento principale*); viene però munito di un secondo avvolgimento statorico (*ausiliario o di avviamento*) situato a 90° elettrici rispetto all'avvolgimento principale. Questo avvolgimento è percorso da una corrente fortemente sfasata rispetto a quella dell'avvolgimento principale. La combinazione dei due campi genera così un campo rotante e il motore diventa quindi autoavviante.

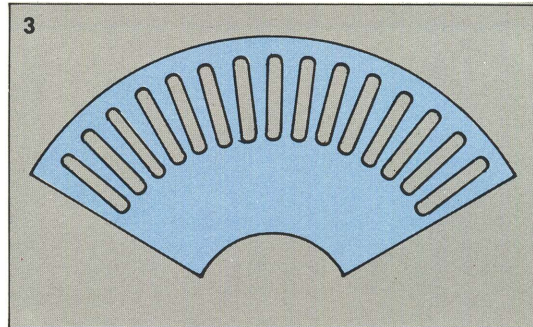
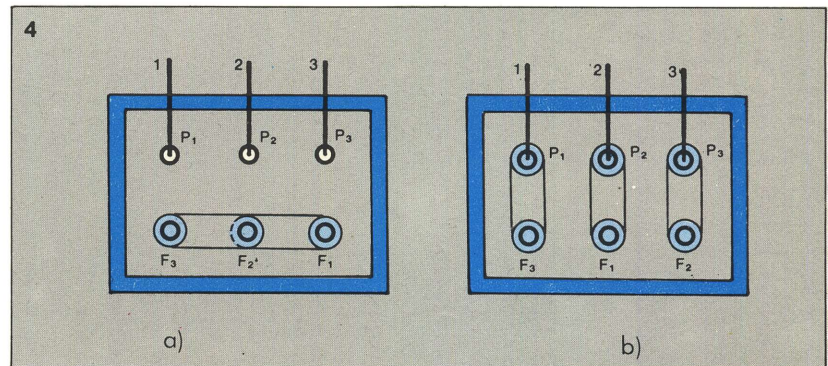


Figura 3. Esempio di cave rotoriche per un motore a cave profonde.

Figura 4. a) Connessioni per ottenere il collegamento a stella. b) Per ottenere il collegamento a triangolo.



Non appena il rotore ha acquistato una velocità prossima a quella di regime, l'avvolgimento ausiliario viene disinserito.

I sistemi adottati per creare lo sfasamento tra le correnti dei due avvolgimenti sono diversi.

Ricordiamo principalmente:

- a) *motori con avvolgimento ausiliario resistivo*: l'avvolgimento ausiliario è costituito da conduttori ad elevata resistenza.

La corrente che vi circola è quasi in fase con la tensione, mentre quella dell'avvolgimento principale, essendo questo prevalentemente induttivo, è più sfasata.

Essi vengono impiegati nei casi in cui non è richiesta una forte coppia di spunto.

- b) *motori con circuito ausiliario capacitivo*: l'avvolgimento ausiliario ha collegato in serie un condensatore, che sfasa la corrente in anticipo di circa 90° rispetto a quella dell'avvolgimento principale. Questi motori hanno forti coppie di avviamento: $1,5 \div 3,5$ volte la coppia nominale.

Ricordiamo che i motori monofase a induzione hanno diffuse applicazioni sia nel settore degli apparecchi elettrodomestici (lavatrici, lavastoviglie, lucidatrici, ecc...) che nel campo industriale (ventilatori, condizionatori, bruciatori, ecc...).

Elementi di galvanotecnica

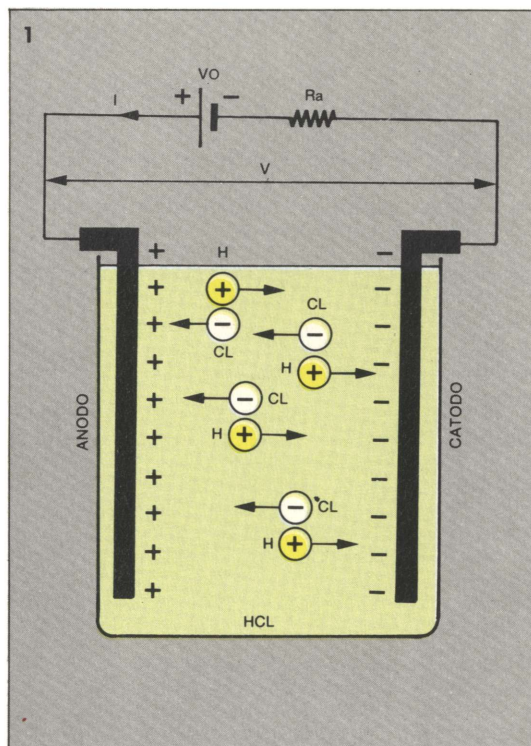
Dalla teoria atomica elementare sappiamo che tutti i materiali contengono energia, generalmente chiamata energia chimica. La trasformazione di energia chimica in energia elettrica viene detta *galvanotecnica*, dal nome del medico italiano (Luigi Galvani) che fece le prime osservazioni in questo campo.

Vediamo di analizzare tale fenomeno. Sappiamo innanzitutto che gli atomi dei vari elementi sono costituiti da un nucleo centrale in cui prevale una carica positiva e da un certo numero di elettroni che lo circondano, carichi negativamente. Poiché in generale queste due cariche complessive sono equivalenti, l'atomo, all'esterno si comporta come elettricamente neutro. Tale equilibrio viene a mancare quando, per qualche motivo, l'atomo perde o acquista qualche elettrone periferico. Allora le cariche negative sottratte o aggiunte fanno sì che l'atomo si comporti, nei riguardi sempre dell'esterno, come carico rispettivamente di elettricità positiva o negativa. Un atomo in questa condizione di squilibrio prende il nome di *ione*.

Gli ioni sono dunque atomi che posseggono elettroni in meno o in più rispetto al numero che corrisponde all'atomo neutro e risultano perciò dotati di una *carica elettrica*.

Immaginiamo adesso di porre un composto chimico (formato, come sappiamo, da due o più atomi di elementi differenti) in soluzione, per esempio nell'acqua. Esso si scinde in particelle che presentano una carica elettrica, e cioè in ioni.

Figura 1.
Voltmetro.



Per esempio, sciogliamo in acqua del cloruro di sodio, il comune sale da cucina che ha la formula chimica NaCl e cioè ha ciascuna molecola costituita da un atomo di sodio (Na) e da uno di cloro (Cl). In soluzione il composto si scinde in ioni: l'ione cloro risulta arricchito di un elettrone, mentre l'ione sodio ha invece un elettrone di meno. È come se cloro e sodio, combinandosi per formare una molecola, avessero messo in comune i loro elettroni e (adesso, durante la dissociazione, il cloro si fosse impossessato di uno degli elettroni già appartenenti al sodio. Ovviamente l'ione cloro risulta carico negativamente, l'ione sodio positivamente.

Una soluzione così fatta, contenente ioni, è ottima per condurre la corrente elettrica: in un certo senso è come se gli ioni costituissero il veicolo più adatto per far viaggiare la corrente da un punto all'altro. Si ottiene quella che si chiama una *soluzione elettrolitica* o semplicemente un *elettrolita*.

Consideriamo ora un recipiente avente le pareti e il fondo di materiale isolante, riempito di una soluzione acquosa, ad esempio di acido cloridrico (HCl), nel quale si trovino immerse due lastre (elettrodi) di materiale conduttore ma tali da non reagire né con l'acqua né con l'elettrolita. Un dispositivo così fatto viene denominato *voltmetro* (Figura 1).

Applichiamo tra gli elettrodi una tensione continua: gli ioni presenti nella soluzione, ioni dovuti alla dissociazione elettrolitica, si metteranno in movimento ordinato, dato che essi sono delle cariche elettriche libere. Precisamente, gli ioni positivi si sposteranno verso l'elettrodo negativo (detto anche *catodo*), cioè quello connesso al polo negativo del generatore elettrico; mentre gli ioni negativi migreranno verso l'altro elettrodo, cioè quello positivo (detto anche *anodo*).

Mentre nasce così nella soluzione una corrente elettrica, si verifica contemporaneamente un altro fenomeno molto interessante. Gli ioni idrogeno, positivi, una volta arrivati sull'elettrodo negativo, si neutralizzano, per aver sottratto elettroni all'elettrodo negativo, diventando così atomi normali.

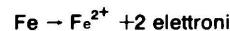
Questi si combineranno poi fra loro a due a due per dare luogo a molecole d'idrogeno, elemento gassoso e che quindi si libererà dalla soluzione. Anche gli ioni cloro, arrivati sull'elettrodo positivo, cederanno a questo gli elettroni in più, divenendo anch'essi atomi neutri, i quali, combinandosi tra di loro, ed essendo gassosi, si libereranno anch'essi dalla soluzione.

A questo fenomeno abbastanza complesso del passaggio dell'elettricità attraverso le soluzioni è stato dato il nome di *elettrolisi*.

Osserviamo come il passaggio di una corrente attraverso un liquido implichi anche uno spostamento di materia verso gli elettrodi, materia fornita dalla soluzione stessa. A tale proposito la teoria e l'esperienza mostrano che le soluzioni elettrolitiche ubbidiscono alla legge di Ohm, e quindi alla legge di Joule. In altre parole un voltmetro presenta una certa resistenza elettrica *r*.

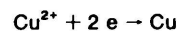
Facciamo un altro esempio. Una lamina di ferro lucida viene immersa in una soluzione di solfato di rame (il composto CuSO_4 è dissociato negli ioni Cu^{2+} e SO_4^{2-}). Sulla superficie immersa si forma un deposito rosso-bruno. Ciò avviene rapidamente e quindi non può trattarsi di ruggine.

Cosa è avvenuto? Il ferro si è dissociato secondo la reazione:



Liberando elettroni, il ferro subisce un processo di *ossidazione*.

Nello stesso tempo gli ioni di rame in soluzione reagiscono con questi elettroni in eccesso secondo la reazione:



Gli atomi di rame formati con tale processo (detto di *riduzione*) precipitano. Quindi gli ioni di rame vengono trasformati in rame ed il ferro in ioni di ferro.

I metalli tendono quindi ad entrare in soluzione come ioni; contemporaneamente, gli ioni presenti nel liquido si muovono verso l'elettrodo, dove acquistano degli elettroni e si depositano sotto forma di atomi.

Causa di tali trasformazioni sono le differenze di carica (tensioni) tra l'elettrodo metallico e la soluzione.

Per definire esattamente il potenziale di ogni singolo metallo si è assunto come elettrodo di riferimento l'elettrodo di idrogeno, che quindi ha un potenziale conven-

zionale di 0 V. Esso è formato da una lamierina di platino che si trova immersa in acido cloridrico (ioni idrogeno) di determinata concentrazione e che viene circondata da idrogeno gassoso.

La tensione esistente tra l'elettrodo metallico e l'elettrodo di idrogeno si chiama *potenziale normale* di quel metallo. Nella tabella riportiamo la successione dei metalli ordinati secondo i loro potenziali normali. Tale successione viene detta serie delle *tensioni elettrochimiche*.

Tabella 1. Serie delle tensioni elettrochimiche in condizioni normali ($v = 20^\circ\text{C}$, $p = 980,655$ millibar).

materiale dell'elettrodo	elettroni per atomo	V in V	
potassio	1	- 2,92	
sodio	1	- 2,71	
magnesio	2	- 2,37	
alluminio	2	- 1,66	metalli
zinco	2	- 0,76	non
ferro	2	- 0,44	nobili
nichel	2	- 0,25	
stagno	2	- 0,14	
piombo	2	- 0,13	
idrogeno	1	0,00	
rame	2	+ 0,34	metalli
argento	1	+ 0,80	nobili
mercurio	2	+ 0,85	
platino	2	+ 1,20	
oro	1	+ 1,68	

Osserviamo che i valori dei potenziali possono essere sia positivi che negativi. I metalli con potenziale normale negativo tendono a cedere ioni all'elettrolita ed a passare in soluzione. Quando ciò si verifica, si ha un eccesso di elettroni all'elettrodo, che diventa negativo.

I metalli con potenziale normale positivo tendono a cedere elettroni quindi a non passare in soluzione.

Con l'aiuto della serie delle tensioni possiamo determinare con un semplice calcolo la tensione di una cella elettrolitica come risultante dei potenziali dei singoli elettrodi.

Ad esempio per la pila argento-zinco si ha:

$$V = V_{\text{argento}} - V_{\text{zinco}} = 0,8 - (-0,76) = 0,8 + 0,76 = 1,56 \text{ V}$$

Ovviamente l'elettrodo d'argento è il polo positivo e quello di zinco il polo negativo. Vediamo adesso come può essere fornita energia a un circuito esterno.

Nella pratica gli elementi che soddisfano tale compito sono le pile e gli accumulatori.

Una *pila* è composta, come visto, da due corpi metallici differenti (elettrodi) immersi in una soluzione elettrolitica. Nella Figura 2 gli elettrodi sono costituiti rispettivamente da una lastra di rame (polo positivo) e di zinco (polo negativo), immersi in una soluzione acida.

Se la pila è chiusa esternamente su di un circuito, mette in circolazione una corrente elettrica. Al passaggio di questa corrente all'interno del generatore si ha uno sviluppo per elettrolisi di idrogeno all'elettrodo positivo (rame) ed ossigeno a quello negativo (zinco).

(Osserviamo che adesso la corrente ha verso opposto rispetto a quella vista nel voltmetro: nel generatore la corrente esce dall'anodo, nel voltmetro esce dal catodo, poiché il primo caso rappresenta un elemento attivo, nel secondo un elemento passivo).

Questi prodotti di decomposizione del liquido, accumulandosi sopra la superficie degli elettrodi, determinano alterazioni tali da impedire, o almeno attenuare, i fenomeni che danno luogo alla creazione della f.e.m. della pila. Nasce, cioè, una forza controelettromotrice di *polarizzazione*, tale da diminuire rapidamente la corren-

te fino ad annullarla. La pila diviene allora inservibile.

Perché la pila possa erogare con continuità corrente elettrica è necessario contrastare il fenomeno della polarizzazione elettrolitica. Ciò si raggiunge in pratica adoperando particolari sostanze chimiche (depolarizzanti) le quali, poste nell'intorno degli elettrodi, impediscono la formazione di guaine gassose, che sono la causa appunto delle f.e.m. di polarizzazione. In generale è sufficiente neutralizzare quella dovuta all'idrogeno, la cui azione è prevalente.

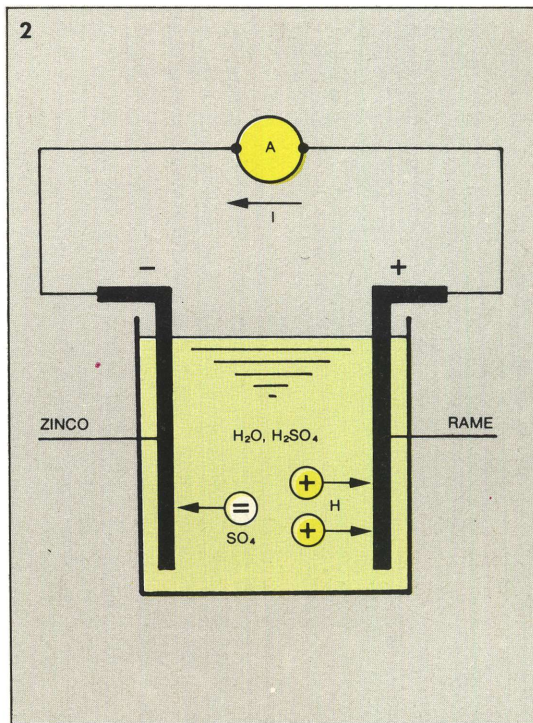


Figura 2. Pila voltaica rame-zinco.

Il fenomeno della polarizzazione è invece sfruttato negli accumulatori che, a differenza delle pile ormai di limitato impiego, sono ampiamente sfruttati nella tecnica odierna.

Un *accumulatore elettrico* è un voltmetro nel quale il passaggio della corrente in una certa direzione determina un fenomeno intenso di polarizzazione agli elettrodi, tale quindi da poter fornire successivamente in fase di scarica una notevole quantità di energia elettrica. Un accumulatore è dunque una cella elettrolitica reversibile, nella quale si sfruttano le forze elettromotrici di polarizzazione.

In altre parole le reazioni chimiche che avvengono al passaggio della corrente in fase di carica, quando cioè il voltmetro è connesso al generatore elettrico, si invertono quando è il voltmetro ad erogare corrente.

Ovviamente, nella fase di carica la cella assorbe energia elettrica che, in parte, le reazioni chimiche trasformano in energia chimica; nella fase di scarica l'energia chimica accumulata si trasforma in energia elettrica, poiché le reazioni chimiche avverranno in maniera opposta.

Riassumendo possiamo dire che sostanzialmente le differenze tra pile e accumulatori sono le seguenti:

- 1) gli accumulatori richiedono un preventivo trattamento elettrochimico, con prelievo di energia da un circuito esterno, per poter funzionare; le pile no.
- 2) Gli accumulatori possono essere ricostituiti dopo il loro esaurimento, così da durare, con una certa manutenzione, indefinitamente; le pile invece, una volta esaurite, sono da gettare.

Simboli grafici impiegati in elettrotecnica

Sappiamo che un impianto elettrico è costituito da numerosi elementi, ad esempio: generatori, trasformatori, linee di trasporto motori, apparecchi di misure, lampade, ecc.. Per consentire a tutti di riconoscere gli elementi con un linguaggio grafico comune e facilmente comprensibile, si è stabilito, anche per ragioni di rapidità di esecuzione e di chiarezza, di non rappresentare i vari

possibile alle più recenti *Raccomandazioni IEC* (International Electrotechnical Commission), ha raccolto in fascicoli i simboli grafici e gli schemi che permettono sia una facile lettura che la realizzazione di impianti elettrici ed elettronici "a regola d'arte".

Riportiamo qui di seguito i segni grafici di impiego più comune.

Tabella 1. Segni grafici per tipi di corrente o di tensione, conduttori e connessioni.	
Corrente o tensione continua	
Corrente o tensione alternata sinusoidale	
Due conduttori, di fasi o polarità diverse	
Tre conduttori, di fasi diverse, con neutro	
Indicazione delle fasi: 1, 2, 3, N oppure R, S, T, N	
Indicazione delle sezioni, in mm ² , dei conduttori. Es. (in alto) linea composta da 2 conduttori, cadauno sezione 4 mm ²	
Incrocio di conduttori senza connessione elettrica	
Conduttori connessi elettricamente (derivazione)	
Connessione di due circuiti a tre fili e derivazione di un circuito a due fili da un circuito a tre fili	
Indicazione delle polarità	
Collegamento a terra	
Massa	
Difetto di isolamento verso massa	

Tabella 2. Segni grafici per elementi di circuiti e collegamenti di avvolgimenti.	
Resistore non reattivo	
Induttanza e induttore	
Resistenza e resistore reattivo	
Resistore con contatto mobile a cursore	
Resistenza variabile; resistore di resistenza variabile	
Impedenza	
Capacità e condensatore	
Avvolgimento trifase a stella	
Avvolgimento trifase a stella con neutro accessibile dall'esterno	
Avvolgimento trifase a triangolo	
Avvolgimento trifase a zig-zag	
Per la rappresentazione degli avvolgimenti usare una delle tre forme ammesse	

componenti di un impianto nella loro forma reale, ma di identificare ciascuno con un segno grafico che risulti di immediata lettura.

Il Comitato Elettrotecnico Italiano (CEI), l'ente preposto a definire la normativa in questo campo, in accordo con la necessità di adeguare i segni il più strettamente

Tabella 3. Segni grafici per impianti interni. (Vengono messi a confronto i segni grafici relativi alle vecchie norme CEI e quelli attuali, conformi ai segni grafici IEC).





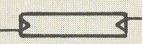




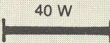


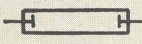


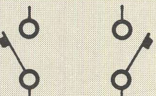




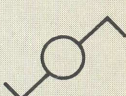




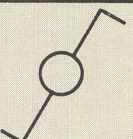






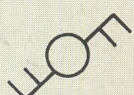
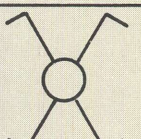








	RIFERIMENTO CEI	RIFERIMENTO IEC		RIFERIMENTO CEI	RIFERIMENTO IEC
Lampada ad incandescenza			Lampada di segnalazione		
Lampada fluorescente a catodo caldo			Pres a spina bipolare: simbolo generale		
Lampada fluorescente tubolare			Fusibile asportabile		
Lampada fluorescente a catodo freddo			Interruttore automatico		
Scatoletta di derivazione			Contatto a pulsante, aperto a riposo		
Cassetta di derivazione			Commutatore da parete o da incasso		
Interruttore da parete o da incasso unipolare			Deviatore c.s.		
Interruttore c.s. bipolare			Pulsante di chiamata		
Interruttore c.s. tripolare			Invertitore		
Interruttore a perella			Pulsante a tirante		
Interruttore a tirante			Pulsante di annullamento segnalazione		

Tabella 4. Segni grafici per impianti di segnalazione acustica e luminosa, e per impianti di comunicazione.





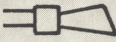


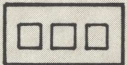


Suoneria		Lampada per segnalazione di chiamata	
Ronzatore		Lampada c.s. di occupato	
Tromba		Lampada di segnalazione, di direzione	
Sirena		Quadro di segnalazione a cartellini	
Fischio comandato elettricamente		Quadro di segnalazione, luminoso	

Tabella 5. Segni grafici per strumenti di misura.







Voltmetro indicatore		Varmetro indicatore	
Amperometro indicatore		Cosfmetro indicatore	
Wattmetro indicatore		Frequenziometro indicatore	

Tabella 6. Simboli di uso generale nel campo dell'elettronica.

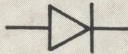


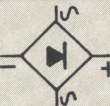
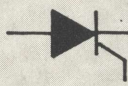
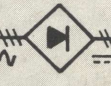
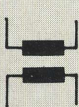



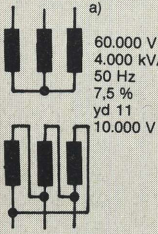

















Raddrizzatore, simbolo generale (valvola generica di costruzione indeterminata)		Complesso raddrizzatore semiconduttore, simbolo generale	
Tiristore (raddrizzatore semiconduttore comandato). Simbolo generale (non indica se è di tipo P o N)		Raddrizzatore semiconduttore a ponte di Graetz	
Tiristore tipo P [segnale tra G (+) e C (-)]		Raddrizzatore semiconduttore a ponte trifase	



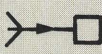


Tabella 7. Segni grafici per trasformatori, generatori e motori.

<p>Trasformatore monofase a due avvolgimenti</p> <p>Esempio: 10000/500 V 250 kVA, 50 Hz Tensione di corto circuito: 4%</p>	<p>a) </p> <p>b) </p> <p>10.000 V 250 kVA 50 Hz 4 % 500 V</p>	<p>Generatore e motore a corrente continua: simbolo generale</p>	<p></p> <p></p>
<p>Trasformatore trifase a due avvolgimenti</p> <p>Esempio: stella/triangolo 60000/10000 V 4000 kVA, 50 Hz Collegamento: Yd 11 Tensione di corto circuito: 7,5%</p>	<p>a) </p> <p>b) </p> <p>60.000 V 4.000 kVA 50 Hz 7,5 % yd 11 10.000 V</p>	<p>Generatore sincrono trifase (alternatore) Simbolo generale</p>	<p></p> <p></p>
<p>Elemento di pila o di accumulatore</p>	<p></p>	<p>Motore sincrono trifase Simbolo generale</p>	<p></p> <p></p>
<p>a) e b) Batterie di pile o accumulatori</p>	<p>a) </p> <p>b) </p>	<p>Motore ad induzione (asincrono trifase con rotore in corto circuito)</p>	<p></p> <p></p>
<p>Elemento di pila o di accumulatore</p>	<p></p>	<p>Motore ad induzione (asincrono) trifase con rotore ad anelli</p>	<p></p> <p></p>

IMPIANTI DI COMUNICAZIONE A VIVA VOCE IMPIANTI TELEFONICI

<p>Altoparlante</p>	<p></p>	<p>Citofono</p>	<p></p>
<p>Apparecchio telefonico: segno generale</p>	<p></p>	<p>Centralino citofonico</p>	<p></p>

IMPIANTI DI RADIO E TV

<p>Antenna</p>	<p></p>	<p>Amplificatore</p>	<p></p>
<p>Ricevitore radiofonico</p>	<p></p>	<p>Microfono</p>	<p></p>
<p>Ricevitore televisivo</p>	<p></p>		

Nota 1): Questi segni debbono essere accettati con riserva in attesa delle decisioni in campo internazionale.

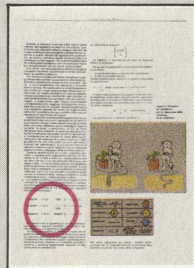
AGGIORNAMENTI DI ELETTROTECNICA

SCHEDA 2



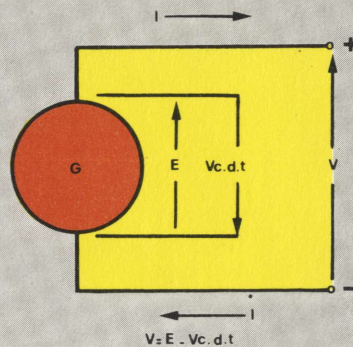
$$1 \text{ Microvolt} = 1 \mu V = \frac{1}{1000000} V = 1 \times 10^{-6} V$$

SCHEDA 2



$$1 \text{ Megaohm} = 1 M\Omega = 1000000 \Omega = 1 \times 10^6 \Omega$$

SCHEDA 3



SCHEDA 4

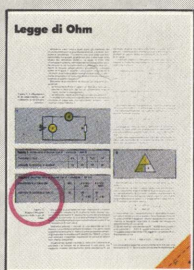
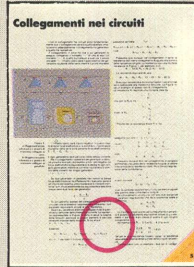


Tabella 1. Prima serie di misure con $R = \text{costante} = 450 \Omega$.

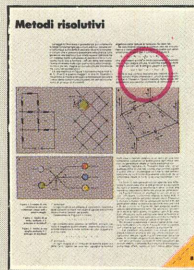
Tensione in Volt	4,5	9	13,5	18
Intensità di corrente in milliampere.	10	20	30	40

SCHEDA 5



$$V_3 = R_3 \times I$$

SCHEDA 8



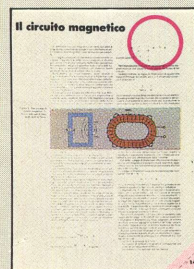
Oltre ai due principi di Kirchhoff esistono altri metodi risolutivi molto interessanti, uno di questi va sotto il nome di Thevenin. Questo metodo, detto anche del generatore equivalente, consente di semplificare in

SCHEDA 8



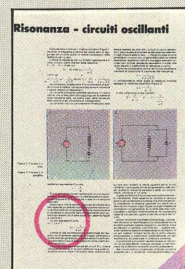
$$P_p = V_{c.d.t.} \cdot I = R I^2$$

SCHEDA 14



$$M = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S} \cdot \Phi = \mathcal{R} \cdot \Phi$$

SCHEDA 30



$$V_L = 2 \pi f_r I_r \cdot L$$



Elettrotecnica

In collaborazione con il Learning Center TEXAS INSTRUMENTS



**GRUPPO
EDITORIALE
JACKSON**